



LIETUVOS AGRARINĖS EKONOMIKOS INSTITUTAS

**ŽEMĖS ŪKIO GAMYBINIO EFEKTYVUMO
VERTINIMAS:
SAMPRATA, MODELIAI IR TAIKYMAI**

MOKSLO STUDIJA
2014

Tomas BALEŽENTIS, Irena KRIŠČIUKAITIENĖ



Baležentis, T.; Kriščiukaitienė, I. 2014. *Žemės ūkio gamybinio efektyvumo vertinimas: samprata, modeliai ir taikymai*: Mokslo studija. Vilnius: Lietuvos agrarinės ekonomikos institutas. 67 p.: iliustr., santr. angl.

(online) ISBN 978-9955-481-47-8

Recenzantai: prof. habil. dr. Kęstutis Kriščiūnas, Kauno technologijos universitetas
prof. habil. dr. Leonidas Sakalauskas, Vilniaus universitetas

Apsvarstyta ir rekomenduota skelbti
Lietuvos agrarinės ekonomikos instituto Mokslo tarybos posėdyje
2014-09-30 (protokolas Nr. 12-39(8-02))

Lietuvos agrarinės ekonomikos institutas
V. Kudirkos g. 18-2
LT-03105 Vilnius
tel. (8 5) 261 4525
faks. (8 5) 261 4524
el. p. laei@laei.lt
<http://www.laei.lt>

© 2014 Visos teisės priklauso Lietuvos agrarinės ekonomikos institutui
Cituoiant būtina nurodyti šaltinį ir interneto svetainės adresą
Autoriaus teisių apsaugota medžiaga

SANTRAUKA

Žemės ūkio sektorius yra pirminis ekonomikos sektorius, taigi gamybos veiksniai, nepanauti šiame sektoriuje, gali būti naudojami, didinant pridėtinę vertę kituose sektoriuose. Be to, žemės ūkiui skiriama nemaža viešoji parama. Europos Sąjungoje (ES) jos skyrimą reguliuoja Bendroji žemės ūkio politika. Žemės ūkio sektoriaus efektyvumo tyrimai yra svarbūs ekonominiu požiūriu. Tradiciniai ribiniai efektyvumo vertinimo metodai pasižymi tam tikrais trūkumais, dėl to yra svarbu naudoti naujausius matematinius – statistinius metodus.

Šios studijos tikslas – pasiūlyti žemės ūkio gamybinio efektyvumo vertinimo metodiką, paremtą naujausiais kiekybiniais ribiniais ir ekonometriniais metodais. Studijoje aptarti efektyvumo vertinimo metodologiniai klausimai: efektyvumo matai ir modeliai, žemės ūkio efektyvumo vertinimo metodika. Apžvelgti naujausi efektyvumo vertinimo modeliai (dalinės gamybos ribos, dviguba saviranka, sąlyginiai efektyvumo matai, daugiakryptė efektyvumo analizė). Pasiūlyta Lietuvos žemės ūkio sektoriaus efektyvumo vertinimo metodika leidžia įvertinti bendrąjį gamybinį efektyvumą ir atskirų gamybos veiksnių efektyvumą. Bendrasis gamybinis efektyvumas buvo vertinamas taikant dvigubos savirankos metodą, o atskirų gamybos veiksnių efektyvumas vertintas taikant daugiakryptės efektyvumo analizės metodą. Pasiūlyta metodika buvo pritaikyta, empiriškai analizuojant Lietuvos ūkininkų ūkių veiklą.

Raktiniai žodžiai: efektyvumas, ūkininkų ūkiai, duomenų apgaubties analizė, neoklasikinė metodologija.

SUMMARY

Analysis of the Productive Agricultural Efficiency: Concept, Models and Applications

The agricultural sector is the primary economic sector. Therefore, the production factors released from the agricultural production process can be employed in the remaining economic sectors, thus generating additional gross value added. In addition, substantial public support is allocated for the agricultural sector. As in the European Union, these processes are regulated by the Common Agricultural Policy. Consequently, researches in the agricultural efficiency are of great importance from the economic standpoint. Indeed, the conventional methods of the efficiency analysis suffer from certain caveats. Accordingly it is important to employ the robust mathematical – statistical methods.

This paper aims to establish a methodology for analysis of the productive agricultural efficiency, based on the robust frontier and econometric methods. The paper discusses the following methodological issues: the measures of efficiency and models for efficiency analysis, methodology of the agricultural efficiency analysis. Some state-of-the art frontier methods are presented, namely partial frontiers, double bootstrap, conditional measures of efficiency, multi-directional efficiency analysis. As a result, the proposed methodology for the analysis of Lithuanian family farm efficiency enables to estimate both aggregate efficiency along with its determinants and the input-specific efficiencies. The aggregate efficiency was estimated by the means of the double bootstrap, whereas the multi-directional efficiency analysis was employed to estimate the input-specific efficiencies. The proposed methodology was employed to a sample of Lithuanian family farms.

Keywords: efficiency, family farms, data envelopment analysis, neoclassical methodology.

TURINYS

Santrauka	3
Summary	4
Turinys	5
Paveikslų sąrašas	6
Lentelių sąrašas	6
Santrumpos	7
Įvadas	8
1. EFEKTYVUMO SAMPRATA IR MATAVIMAS	10
1. 1. Efektyvumo apibrėžimai ir matavimas	10
1. 2. Efektyvumo vertinimo modelių apžvalga.....	16
1. 3. Duomenų apgaubties analizė.....	17
2. ŽEMĖS ŪKIO EFEKTYVUMO VERTINIMO METODIKA	22
2. 1. Žemės ūkio efektyvumo tyrimų metodologiniai aspektai	22
2. 2. Ribiniai efektyvumo vertinimo metodai	26
2. 2. 1. Savirankos duomenų apgaubties analizė.....	26
2. 2. 2. Dalinės gamybos ribos	30
2. 2. 3. Daugiakryptė efektyvumo analizė	36
2. 2. 4. Stochastinė ribų analizė	38
2. 2. 5. Stochastinė neparametrinė duomenų gaubtinė	41
2. 3. Efektyvumo veiksnių analizė	42
2. 3. 1. Branduolio glodinimas.....	43
2. 3. 2. Dviguba saviranka	44
2. 3. 3. Sąlyginiai efektyvumo matai	49
2. 4. Apibendrinimas.....	51
3. LIETUVOS ŪKININKŲ ŪKIŲ EFEKTYVUMO ANALIZĖ	52
3. 1. Dalinių gamybos ribų analizė	52
3. 2. Daugiakryptė efektyvumo analizė	55
3. 3. Dvigubos savirankos analizė.....	57
Išvados	61
Literatūra	62
Sąvokų žodynas	67

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 pav. Techninio efektyvumo vertinimas taikant Farrell matus	13
2 pav. Efektyvumo vertinimas taikant grafų efektyvumo matą	14
3 pav. Efektyvumo vertinimas taikant kryptinę atstumo funkciją	14
4 pav. Kaštų efektyvumo koncepcijos grafinė interpretacija.....	15
5 pav. Gamybos funkcijos, gautos taikant skirtingus matematinius modelius.....	17
6 pav. Gamybos riba pagal laisvai nustatomo paviršiaus metodą.....	18
7 pav. Apgaubties analizės modelis.....	20
8 pav. Savirankos DAA modelis (sąnaudų taupymo uždavinys)	29
9 pav. Farrell efektyvumo matas ir daugiakryptė efektyvumo analizė	37
10 pav. Produkcijos didinimo DAA modelis ir savirankos riba	46
11 pav. Sąnaudų taupymo efektyvumo įverčių branduolio skirstiniai (Farrell matai, $m=400$).....	54
12 pav. Pradiniai ir savirankos procedūros metu gauti produkcijos kiekiai (pirmasis pakartojimas) ..	58
13 pav. Pradiniai ir pagal nuokrypius koreguoti efektyvumo įverčiai	58
14 pav. Savirankos regresijos kintamųjų branduolio skirstiniai	59

LENTELIŲ SĄRAŠAS

1 lentelė. Vidutinės sąnaudų taupymo Farrell efektyvumo reikšmės, esant skirtingoms m reikšmėms	53
2 lentelė. Vidutiniai sąnaudų efektyvumo įverčiai, esant skirtingoms α reikšmėms	55
3 lentelė. Daugiakryptės efektyvumo analizės rezultatai.....	56
4 lentelė. Neefektyvumo veiksnių regresijos koeficientai (dvigubos savirankos įverčiai)	60

SANTRUMPOS

- CRS – pastovioji masto grąža (angl. *constant returns to scale*)
- DAA – duomenų apgaubties analizė
- KMKM – koreguotas mažiausių kvadratų metodas
- LNP – laisvai nustatomas paviršius
- MEA – daugiakryptė efektyvumo analizė (angl. *multi-directional efficiency analysis*)
- MKM – mažiausių kvadratų metodas
- SPV – sprendimų priėmimo vienetas
- SRA – stochastinė ribų analizė
- VRS – kintanti masto grąža (angl. *variable returns to scale*)
- ŽŪN – žemės ūkio naudmenos

IVADAS

Veiklos analizė ir efektyvumo vertinimas yra svarbūs vadybos proceso elementai visuose ekonomikos sektoriuose. Galima nurodyti dvi pagrindines priežastis, lemiančias minėtų metodų svarbą atskiruose sektoriuose. Pirma, dėl įvairių išorinių priežasčių atskiri sektoriai yra susiję su rinkos iškraipymais, atsiradusiais dėl viešosios paramos, monopolizavimo ar kitų veiksnių. Antra, dažnai veiklos analizė yra vienintelis metodas įvertinti ūkinę veiklą, nes dominančių rodiklių negalima apskaičiuoti teoriškai dėl vidinių priežasčių, t.y. objektyvių duomenų nepakankamumo: nežinomos gamybos technologijos ypatybės, nėra duomenų apie visus rinkos dalyvius. Šiuo atveju apskaičiuojami santykiniai ekonominiai ar gamybiniai rodikliai. Analizuoti žemės ūkio sektoriaus veiklą svarbu ir dėl išorinių, ir dėl vidinių priežasčių.

Žemės ūkio sektorius yra pirminis ekonomikos sektorius. Taigi gamybos veiksniai (darbas, žemė, kapitalas), naudojami žemės ūkio gamyboje, negali būti panaudoti didesnę pridėtinę vertę kuriančiose ekonominėse veiklose. Tačiau apsirūpinimas žemės ūkio produktais yra vienas svarbiausių ekonominės veiklos tikslų. Minėtos aplinkybės lemia tam tikrą interesų konfliktą: viena vertus, gamybos veiksnių savininkai (ir visuomenė apskritai) yra suinteresuoti kuo didesnės pridėtinės vertės kūrimu (t. y. didesnėmis rentomis), o vartotojams yra svarbus pakankamas žemės ūkio gamybos lygis. Žinoma, kai kurių žemės ūkio produktų gamyba Lietuvoje tampa nekonkurencinga, tačiau nutraukus jų gamybą, vartotojai taptų visiškai priklausomi nuo užsienio gamintojų ir užsienio rinkose susiformuojančių kainų. Esant rinkos iškraipymams, minėtos kainos gali būti ne nustatomos rinkoje, o veikiamos didžiausią įtaką turinčių gamintojų. Nesant vietinės pasiūlos, tokia situacija dėl sumažėjusios konkurencijos lemtų kainų augimą (vartotojo perviršio mažėjimą). Dėl minėtų aplinkybių žemės ūkio sektorius yra subsidijuojamas (arba remiamas kitais būdais). Žemės ūkio sektorius ir jo efektyvumo tyrimai yra ypač svarbūs Vidurio ir Rytų Europoje (Gorton, Davidova, 2004; Henningsen, 2009).

Ribiniai metodai remiasi santykinės lyginamosios analizės principu, t.y. efektyviai veikiantys ūkiai nustatomi pagal turimą imtį. Efektyvūs ūkiai sudaro gamybos galimybių ribą (gamybos funkciją), kuri susieja konkrečias sąnaudų apimtis su maksimaliomis produkcijos apimtimis. Finansinių rodiklių analizė dažniausiai remiasi laisvai pasirenkamomis pageidautinų rodiklių reikšmių ribomis. Žinoma, finansinius rodiklius galima naudoti kaip „sąnaudų“ ar „produkcijos“ kiekius ir atlikti lyginamąją analizę, remiantis ribiniais metodais. Pastebėtina, kad ribinius metodus taip pat galima naudoti kartu su įvairiomis kitomis buhalterinės analizės metodikomis, taip užtikrinant lengvesnį duomenų interpretavimą ir vadybinių sprendimų analizę. Taigi lyginamoji analizė gali būti atliekama ir turint ribotus duomenų rinkinius.

Dažniausiai taikomi deterministiniai ribiniai efektyvumo vertinimo metodai (pvz., duomenų apgaubties analizė) turi tam tikrų trūkumų. Pirma, šie metodai neleidžia įvertinti gamybinės aplinkos poveikio efektyvumui. Tam reikalingas antrasis efektyvumo analizės etapas. Antra, deterministiniai metodai neatsižvelgia į atsitiktines paklaidas, todėl gamybos riba gali būti paveikta išskirčių. Siekiant išvengti minėtų trūkumų, yra naudojami įvairūs deterministinių modelių plėtiniai (plg. Daraio, Simar, 2007a). Šiame darbe daugiausia dėmesio skiriama nuokrypiams atspariems ribiniams modeliams ir antrojo etapo (efektyvumo veiksnių) analizės instrumentams. Taip pat pademonstruotos kai kurių metodų taikymo Lietuvos ūkininkų ūkių efektyvumo vertinime galimybės.

Šios studijos tikslas – pasiūlyti žemės ūkio gamybinio efektyvumo vertinimo metodiką, paremtą naujausiais kiekybiniais ribiniais ir ekonometriniais metodais.

Tyrimo uždaviniai:

- 1) aptarti efektyvumo vertinimo metodologinius klausimus;
- 2) aptarti naujausius efektyvumo vertinimo modelius;
- 3) pristatyti ekonometrinius metodus, skirtus antrajam efektyvumo analizės etapui;
- 4) pritaikyti nuokrypiams atsparius efektyvumo vertinimo metodus, vertinant Lietuvos ūkininkų ūkių gamybinį efektyvumą.

Pirmajame studijos skyriuje aptariami bendrieji efektyvumo vertinimo principai ir apibrėžimai bei pristatomas ribinis efektyvumo vertinimo metodas (duomenų apgaubties analizė). Antrajame skyriuje nagrinėjami metodologiniai žemės ūkio efektyvumo analizės aspektai ir pristatomi naujausi ribiniai metodai, skirti žemės ūkio efektyvumo analizei. Trečiajame skyriuje pristatomi empirinio tyrimo rezultatai.

1. EFEKTYVUMO SAMPRATA IR MATAVIMAS

Šiame skyriuje aptariami gamybinio efektyvumo matai, juos susiejant su neoklasikine gamybinės technologijos teorija. Analizuojamos pagrindinės efektyvumo koncepcijos ir atitinkami ribiniai modeliai, jų apibendrinimai ir plėtiniai. Taip pat pristatomi pagrindiniai efektyvumo įvertiniai.

1. 1. Efektyvumo apibrėžimai ir matavimas

Vertinant ekonominės veiklos rezultatus, tradiciškai naudojamas produkcijos ir jai pagaminti reikalingų išteklių kiekių santykis (produktyvumas). Efektyvumą galima apibrėžti kaip santykį tarp faktinių ir optimalių produkcijos arba išteklių kiekių derinių (gamybos planų), t. y. santykį tarp faktinio ir optimalaus produktyvumo. Optimalus gamybos derinys (gamybos planas) apibūdina tam tikros įmonės gamybos galimybių ribą jos aplinkoje (Daraio, Simar, 2007a). Šia prasme efektyvumo terminą pirmasis apibrėžė T. C. Koopmans (1951). Jis pasiūlė tokį efektyvaus sprendimų priėmimo vieneto¹ (SPV) apibrėžimą: SPV vadinamas efektyviu tada, kai neįmanoma padidinti (sumažinti) jokios produkcijos (išteklių) rūšies apimtį, nesumažinant (nepadidinant) bet kurios kitos produkcijos (išteklių) rūšies apimtį. Dėl šio apibrėžimo panašumo į V. Pareto apibrėžimą minėtas apibrėžimas vadinamas Pareto – Koopmans apibrėžimu (Ray, 2004). Jis leidžia atskirti efektyviuosius SPV nuo neefektyviųjų, tačiau jis neapibūdina konkretaus efektyvumo laipsnio, būdingo tam tikram SPV.

Minėtą problemą sprendė G. Debreu (1951): tyrinėdamas išteklių panaudojimo problemą, jis pasiūlė gamybinio efektyvumo matą – išteklių panaudojimo koeficientą. Debreu matas – tai spindulinis (*radial*) techninio efektyvumo matas. Spinduliniai matai nagrinėja produkcijos arba išteklių kiekių proporcingus pokyčius, išsaugant pradinę jų struktūrą. Išteklių taupymo uždaviniuose spinduliniai matai taikomi ieškant maksimalaus įmanomo proporcingo visų išteklių rūšių sumažinimo, išlaikant duotas produkcijos gamybos apimtį. Produkcijos didinimo uždaviniuose spinduliniai matai taikomi ieškant maksimalaus įmanomo proporcingo visų produkcijos rūšių didinimo, išlaikant duotas išteklių sunaudojimo apimtį (Daraio, Simar, 2007a; Fried et al., 2008).

M. J. Farrell (1957) apibendrina T. C. Koopmans (1951) ir G. Debreu (1951) koncepcijas ir pasiūlė ribinę efektyvumo analizę, išskirdamas dvi ekonominio

¹ SPV yra efektyvumo analizės objektas: įmonė, organizacija, ūkio šaka, valstybė ar pan.

efektyvumo rūšis: techninį ir paskirstymo efektyvumą. Tuo metu buvo vartota kita terminologija. M. J. Farrell (1957) pritaikė pasiūlytą ribinę metodiką Jungtinių Amerikos Valstijų (JAV) žemės ūkio gamybos analizei. Techninio efektyvumo koncepcija remiasi pajėgumu ir noru gaminti maksimalų produkcijos kiekį esant apibrėžtiems išteklių kiekiams ir technologijai. Paskirstymo efektyvumas atspindi SPV pajėgumą naudoti gamybos išteklius optimaliomis proporcijomis atsižvelgiant į atitinkamus ribinius kaštus (Kalirajan, Shand, 2002). Tačiau M. J. Farrell (1957) pastebėjo, kad kainų informacija dažniausiai sunkiai prieinama, todėl techninis efektyvumas tapo dažniausiai naudojamu gamybinio efektyvumo matu.

Skiriamos dvi papildomos efektyvumo rūšys: masto ir struktūrinis. Masto efektyvumas rodo, kiek padidėja produkcija, padidinus išteklių vienu procentu. M. J. Farrell (1957) ir vėliau A. Charnes, W. W. Cooper ir E. Rhodes (1978) naudojo labiausiai ribojančią pastoviosios masto grąžos prielaidą. R. D. Banker, A. Charnes ir W. W. Cooper (1984) atsisakė šios prielaidos ir pažymėjo, kad masto efektyvumas susijęs su kintamosios masto grąžos efektyvumu (grynuoju techniniu efektyvumu) ir pastoviosios masto grąžos techniniu efektyvumu. Struktūrinis efektyvumas yra verslo sektoriaus koncepcija, apibūdinanti tam tikro sektoriaus struktūrą ir veiklos kryptį, kurią nulemia atitinkamo sektoriaus įmonių veikla. Pavyzdžiui, vienas sektorius gali būti struktūriškai efektyvesnis už kitą, jei jo įmonės dirba arčiau efektyvumo ribos. Svarbu nustatyti hipotetinius vidurkius, apibūdinančius kelių sektorių veiklą, jais remiantis apskaičiuoti šių sektorių efektyvumą ir taip nustatyti struktūrinio efektyvumo skirtumus.

Siejant Debreu – Farrell efektyvumo matus su Koopmans efektyvumo apibrėžimu ir juos visus su gamybinės technologijos struktūra yra naudinga pristatyti tam tikrus žymėjimus ir terminologiją (Fried ir kt., 2008). Tarkime, kad gamintojai naudoja išteklių rinkinį $x = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathfrak{R}_+^m$ gamindami produkcijos rinkinį $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathfrak{R}_+^n$. Šiuo atveju gamybos technologija galėtų būti apibrėžta kaip gamybos galimybių aibė:

$$T = \{(x, y) | x \text{ gali pagaminti } y\} \quad (1)$$

Taigi, gamybos planas (išteklių – produkcijos rinkinys) $(x, y) \in T$ laikomas efektyviu pagal Koopmans tada ir tik tada, kai $(x', y') \notin T$ ir $(-x', y') \geq (-x, y)$, t. y. neįmanoma padidinti (sumažinti) jokios produkcijos (išteklių) rūšies apimties, nesumažinant (nepadidinant) bet kurios kitos produkcijos (išteklių) rūšies apimties.

Gamybos galimybių aibė taip pat galėtų būti aprašyta kaip išteklių (*input*) poreikio ir produkcijos (*output*) gamybos atitikties aibė, kurios žymimos atitinkamai:

$$I(y) = \{x | (x, y) \in T\}, \quad (2)$$

$$O(x) = \{y | (x, y) \in T\}. \quad (3)$$

Izokvantos, arba atskirų aibės T dalių efektyvumo ribos gali būti apibrėžiamos spinduliniu (*radial*) būdu (Farrell, 1957). Spindulinis pokytis aprašo masto (*scale*) pokytį, kuris skiriasi nuo dydžio (*size*) pokyčio tuo, kad pirmuoju atveju išlaikomos

pastovios proporcijos tarp sąnaudų ar produkcijos kiekių. Kiekvienam $y \in \mathfrak{R}_+^n$ galima rasti atitinkamą išteklių poreikio izokvantą:

$$isoI(y) = \{x | x \in I(y), \lambda x \notin I(y), \lambda < 1\}. \quad (4)$$

Analogiškai kiekvienam $x \in \mathfrak{R}_+^m$ galima rasti atitinkamą produkcijos atitikties izokvantą:

$$isoO(x) = \{y | y \in O(x), \lambda x \notin O(x), \lambda > 1\}. \quad (5)$$

SPV, priklausantis efektyvumo ribai, apibrėžtai lygtimis (4)–(5), gali naudoti didesnę kiekį išteklių tam pačiam produkcijos kiekiui, palyginti su kitais efektyviais SPV. Tokiu atveju ankstesnis SPV pasižymi išteklių rezervu (*slack*), t. y. gamybai naudojamą išteklių kiekį dar galima sumažinti. Pagal Pareto – Koopmans apibrėžimą efektyvios įmonės priklauso atitinkamiems efektyvumo ribų $I(y)$ ir $O(x)$ poaibiams:

$$effI(y) = \{x | x \in I(y), x' \notin I(y), \forall x' \leq x, x' \neq x\}, \quad (6)$$

$$effO(x) = \{y | y \in O(x), y' \notin O(x), \forall y' \geq y, y' \neq y\}. \quad (7)$$

Pastebėkime, kad $effI(y) \subseteq isoI(y) \subseteq I(y)$ ir $effO(x) \subseteq isoO(x) \subseteq O(x)$.

Efektyvumo matavimui naudojami du matai: Shepard atstumo funkcija ir Farrell efektyvumo matas. Minėtos funkcijos gali būti naudojamos apskaičiuojant atstumus tarp stebinio ir efektyvumo ribos. R. W. Shepard (1953) apibrėžė išteklių atstumo (*distance*) funkciją:

$$D_I(x, y) = \max \{\lambda | (x/\lambda, y) \in I(y)\}. \quad (8)$$

Čia $D_I(x, y) \geq 1$ visiems $x \in I(y)$, ir $D_I(x, y) = 1$, kai $x \in isoI(y)$.

Farrell išteklių efektyvumo matas išreiškiamas šia lygtimi:

$$TE_I(x, y) = \min \{\theta | (\theta x, y) \in I(y)\}. \quad (9)$$

Palyginus lygtis (8) ir (9), akivaizdu, kad:

$$TE_I(x, y) = 1/D_I(x, y), \quad (10)$$

kur $TE_I(x, y) \leq 1$ visiems $x \in I(y)$, ir $TE_I(x, y) = 1$, kai $x \in isoI(y)$.

Žemiau pateiktos lygybės aprašo produkcijos atstumo funkciją ir Farrell efektyvumo matą:

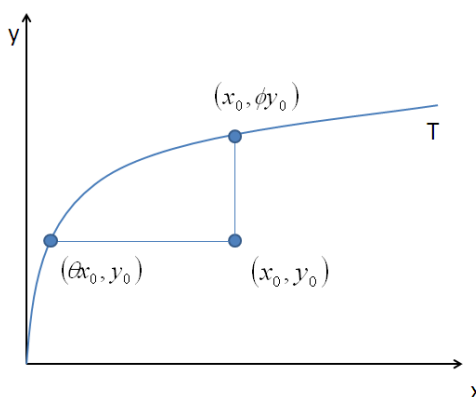
$$D_O(x, y) = \min \{\lambda | (x, y/\lambda) \in O(x)\}, \quad (11)$$

$$TE_O(x, y) = \max \{\phi | (x, \phi y) \in O(x)\}, \quad (12)$$

$$TE_O(x, y) = 1/D_O(x, y), \quad (13)$$

kur $D_O(x, y)$ yra Shepard produkcijos atstumo funkcija, $TE_O(x, y)$ yra Farrell efektyvumo matas, o $TE_O(x, y) \geq 1$ visiems $y \in O(x)$, ir $TE_O(x, y) = 1$, kai $y \in isoO(x)$.

Ansčiau aprašyti išteklių ir produkcijos efektyvumo matai grafiškai pateikiami 1 pav. Šiame paveiksle pradinis išteklių – produkcijos rinkinys (x_0, y_0) yra projektuojamas į efektyvumo ribą² T dviem būdais: (i) sumažinant išteklių kiekį ir taip pasiekiant efektyvų tašką $(\theta x_0, y_0)$ arba (ii) didinant produkcijos kiekį taip pasiekiant efektyvų tašką $(x_0, \phi y_0)$.



1 pav. Techninio efektyvumo vertinimas taikant Farrell matus

Šalia aptartų nekryptinių efektyvumo matų egzistuoja ir kryptiniai efektyvumo matai. Pirmieji nagrinėja išteklių arba produkcijos vektorių pokyčius, išsaugant pradinę jų struktūrą (proporcijas tarp jų), o antrieji matai nagrinėja abu šiuos pokyčius lygiagrečiai ir leidžia vektoriams keisti pradinę struktūrą.

Vienas iš anksčiausiai pasiūlytų kryptinių efektyvumo matų yra grafų hiperbolinis techninio efektyvumo matas:

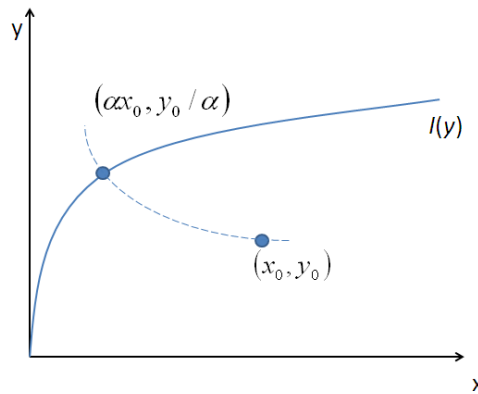
$$TE_G = \min \{ \alpha \mid (\alpha x, y / \alpha) \in T \}. \quad (14)$$

Lygiagrečiai mažinant išteklius ir didinant produkciją koeficientu $\alpha > 0$, pradinis taškas (x_0, y_0) juda išilgai hiperbolinės kreivės, pažymėtos punktyrine linija 2 pav., kol pasiekia efektyvumo ribą taške $(\alpha x_0, y_0 / \alpha)$.

Anksčiau aptarti Shepard efektyvumo matai gali būti apibendrinti kaip kryptinė atstumo funkcija (Färe et al., 2008). Šiuo atveju gamybos plano pagerinimo kryptis gali būti laikoma vektoriumi, o ne skaliaru, kaip buvo Shepard ir Farrell atstumo funkcijų atveju. Tegu $g = (g_x, g_y)$ bus krypties vektorius, kur $g_x \in \mathfrak{R}_+^m$ ir $g_y \in \mathfrak{R}_+^n$. Taigi perviršio funkcija apibrėžiama taip:

$$E_D(x, y; g_x, g_y) = \max \{ \beta \mid (x_0 - \beta g_x, y_0 + \beta g_y) \in T \}. \quad (15)$$

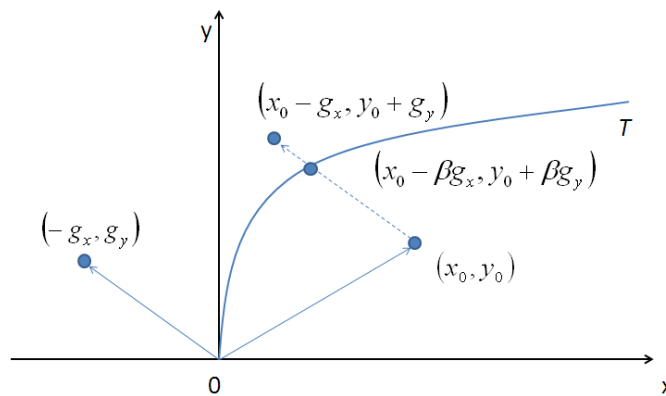
² Šiame darbe terminai *efektyvumo riba*, *gamybos riba*, *gamybos galimybių riba* yra tapatūs. Minėtoms riboms priklausančius sąnaudų- produkcijos rinkinius aprašo *gamybos funkcija*.



2 pav. Efektyvumo vertinimas taikant grafų efektyvumo matą

Grafų efektyvumo matai yra rečiau taikomi dėl jų netiesiškumo (Bogetoft, Otto, 2011).

Grafinė pavidalo funkcijos interpretacija pateikiama 3 pav. Technologinė aibė žymima T , o krypties vektorius g pateikiamas ketvirtajame kvadrante ir rodo, kad ištekliai yra mažinami, o produkcija tuo pačiu metu yra didinama.



3 pav. Efektyvumo vertinimas taikant kryptinę atstumo funkciją

Išteklių yra mažinami dydžiais, apibrėžtais vektoriumi g_x , o produkcija didinama dydžiais, apibrėžtais vektoriumi g_y . Taigi, krypties vektorius yra transformuojamas į $(-g_x, g_y)$ ir pridedamas prie pradinio taško – gamybos plano – (x_0, y_0) . Geometriškai dviejų vektorių sudėtis reiškia lygiagretnio apibrėžimą, kurio viršūnė – taškas $(x_0 - g_x, y_0 + g_y)$. Taigi, pradinis taškas yra projektuojamas ant efektyvumo ribos, maksimizuojant β . Nustačius $(g_x, g_y) = (x, 0)$ ir $(g_x, g_y) = (0, y)$, gaunamos atitinkamai išteklių taupymo ir produkcijos didinimo funkcijos. Siekiant santykinai įvertinti efektyvumą, galima nustatyti $(g_x, g_y) = (x, y)$, $(g_x, g_y) = (\bar{x}, \bar{y})$, o jei norima efektyvumą

(atstumą nuo efektyvumo ribos) įvertinti absoliučiais dydžiais, nustatoma $(g_x, g_y) = (1,1)$. Atskirais atvejais galima optimizuoti (g_x, g_y) , siekiant minimizuoti arba maksimizuoti atstumą nuo efektyvumo ribos.

Kaip buvo minėta, M. J. Farrell (1957) apibrėžia du gamybinio efektyvumo tipus: techninį ir ekonominį efektyvumą. Techninis efektyvumas ir jo matavimas buvo aprašytas prieš tai. Ekonominis efektyvumas yra skirstomas į kaštų, pajamų ir pelno efektyvumą. Kiekvienam iš jų galima nustatyti atitinkamą efektyvumo ribą. Šiame darbe daugiausia dėmesio skiriama kaštų efektyvumui. Tačiau pajamų efektyvumas yra akivaizdi kaštų efektyvumo modifikacija.

Tarkime, kad gamintojai išsityja išteklių kainomis $w = (w_1, w_2, \dots, w_m) \in \mathfrak{R}_{++}^m$ ir siekia minimizuoti kaštus. Taigi, mažiausių kaštų funkcija – kaštų riba – yra apibrėžiama kaip:

$$c(y, w) = \min_x \{w^T x \mid D_I(x, y) \geq 1\}. \quad (16)$$

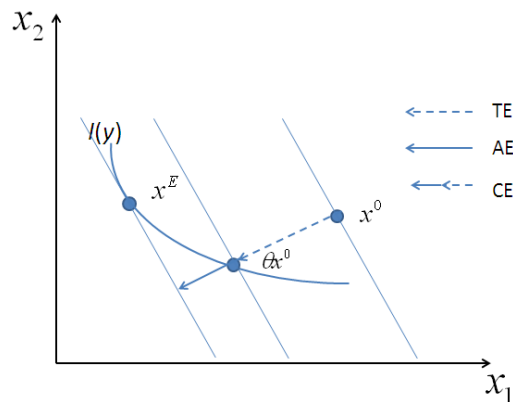
Tokiu atveju Farrel kaštų efektyvumo matas apibrėžiamas kaip optimalių (mažiausių) ir faktinių kaštų santykis:

$$CE(x, y, w) = c(y, w) / w^T x. \quad (17)$$

Išteklių paskirstymo efektyvumo matas AE_I yra gaunamas taikant (17) ir (9) lygtis:

$$AE_I(x, y, w) = CE(x, y, w) / TE_I(x, y). \quad (18)$$

Taigi kaštų efektyvumas gali būti išreiškiamas kaip techninio efektyvumo ir paskirstymo efektyvumo sandauga. Minėti efektyvumo matai pateikiami 4 pav.



4 pav. Kaštų efektyvumo koncepcijos grafinė interpretacija

Trys tiesės, pavaizduotos 4 pav., yra vienodų kaštų tiesės (izokostos), kertančios taškus x^E , θx^0 ir x^0 bei susijusios su atitinkamais kaštų lygiais $w^T x^E$, $w^T \theta x^0$, ir $w^T x^0$. Kaštai minimizuojami efektyviame taške x^E , o jį kertanti vienodų kaštų kreivė laikoma kaštų efektyvumo riba: $c(y, w) = w^T x^E$. Tada taško x^0 kaštų efektyvumas apibrėžiamas

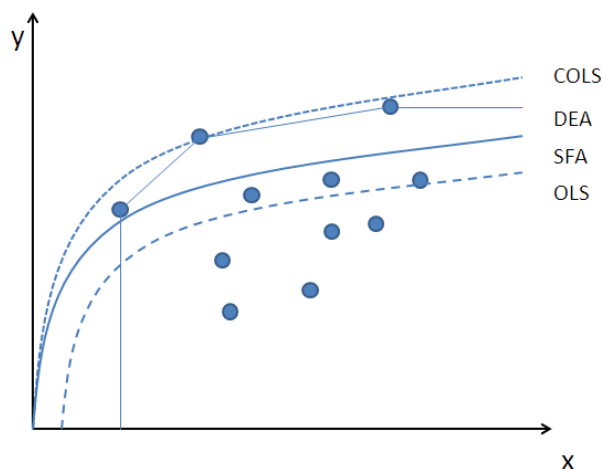
santykiu $c(y, w)/w^T x^0 \equiv w^T x^E/w^T x^0$ (pagal lygtį (17)). Taško x^0 kaštų efektyvumas gali būti išskaidomas į techninį efektyvumą $\theta^0 = \theta^0 x^0/x^0 = w^T(\theta^0 x^0)/w^T x^0$ ir paskirstymo efektyvumą, nustatomą kaip santykis $w^T x^E/w^T(\theta^0 x^0)$.

1. 2. Efektyvumo vertinimo modelių apžvalga

Aptartos efektyvumo ribos gali būtų įvertintos, taikant įvairius kiekybinius instrumentus. Šie metodai gali būti suklasifikuoti į parametrinius ir neparametrinius (Murillo-Zamorano, 2004). Parametriniai ribiniai metodai remiasi ekonometrine analize ir įvertina iš anksto apibrėžtos teorinės gamybos funkcijos parametrus. Minėti parametrai gali būti susiję su santykine kaštų įtaka arba atsitiktinio „baltojo“ triukšmo ir efektyvumo skirstinių parametrais (Bogetoft, Otto, 2011). Parametriniai ribiniai metodai detaliau skirstomi į deterministinius ir stochastinius. Skiriami du pagrindiniai deterministinių ribinių modelių metodai 1) mažiausiųjų kvadratų metodas (MKM) ir 2) koreguotasis mažiausiųjų kvadratų metodas (KMKM). Šiuose metoduose atstumas nuo stebinio iki efektyvumo ribos laikomas statistiniu triukšmu arba neefektyvumu. Stochastinis parametrinis metodas – stochastinė ribinė analizė (SRA) – atstumą tarp stebinio ir efektyvumo ribos nagrinėja kaip atsitiktinių paklaidų ir neefektyvumo samplaiką.

Kita vertus, neparametriniai ribiniai metodai atskirai nevertina statistinio triukšmo ir todėl visas atstumas tarp stebinio ir gamybos funkcijos paaiškinamas neefektyvumu. Neparametriniai ribiniai metodai remiasi tiesiniu programavimu ir įvertina lokaliai tiesinės empirinės gamybos funkcijos parametrus. Taigi, gamybos funkcija (paviršius) apgaubia tiesiškai nepriklausomus taškus (stebinius) ir nereikalauja išankstinės subjektyvios specifikacijos. Šie metodai taip pat gali būti skirstomi į stochastinius ir deterministinius. Laisvai nustatomas paviršius (LNP) ir duomenų apgaubties analizė (DAA) yra dažniausiai naudojami deterministiniai neparametriniai metodai. Stochastiniai neparametriniai metodai – savirankos duomenų apgaubties analizė, tikimybinė duomenų apgaubties analizė, neparametrinė stochastinė duomenų apgaubtis (*StoNED*) – koreguoja pradinius stebinius (ir/arba atitinkamas efektyvumo ribas), taip leisdami įvertinti atsitiktines paklaidas.

Skirtumai tarp pateiktų metodų pateikiami 5 pav. Pažymėtina, kad parametriniai metodai (MKM, KMKM ir SRA) apibrėžia tolydžias gamybos ribas, o neparametriniai modeliai (DAA) aproksimuoja gamybos ribos dalis, kurios sudaro netolydžią gamybos ribą. Taikant LNP metodą, sudaroma neiškila gamybos riba.



5 pav. Gamybos funkcijos, gautos taikant skirtingus matematinius modelius

KMKM gamybos riba yra KMK gamybos riba, paslinkta konstanta, lygia maksimaliai paklaidai. SRA remiasi prielaida, kad paklaida sudaryta iš atsitiktinių svyravimų ir neefektyvumo komponento, pasiskirsčiusių tam tikrais skirstiniais. Taigi, atmetus neefektyvumo komponentą, stochastinė gamybos riba yra tarpinė tarp KMKM ir MKM gamybos ribų. SRA ir DAA yra dažniausiai naudojami efektyvumo vertinimo metodai, todėl juos aptarsime išsamiau.

1. 3. Duomenų apgaubties analizė

DAA yra aksiomatinis deterministinis efektyvumo vertinimo metodas. Jis aksiomatinis vadinamas todėl, kad gamybos funkcija sudaroma atsižvelgiant į tam tikras aksiomas (prielaidas). Atstumas tarp stebinio ir gamybos funkcijos (paklaidos) paaiškinamas vien tik neefektyvumu, todėl DAA yra vadinamas deterministiniu. Neparimetriniu vadinamas dėl to, kad gamybos funkcija sudaroma, nepriimant jokių prielaidų apie paklaidų skirstinius.

Naudojant DAA, santykinis efektyvumas įvertinamas, atsižvelgiant į šias aksiomas: iškilumo, laisvo nustatymo ir minimalios ekstrapoliacijos (Afriat, 1972). Iškilumo aksioma reiškia, kad gamybos galimybių aibė yra iškila. Taip pat išteklių poreikio aibė $I(y) = \{x \mid f(x) \geq y\}$ yra iškila aibė, o gamybos funkcija $f(\cdot)$ yra įgaubta (Chambers, 1988):

$$f(\theta x^0 + (1-\theta)x^*) \geq \theta f(x^0) + (1-\theta)f(x^*), \text{ kai } 0 \leq \theta \leq 1, \quad (19)$$

ir monotoninė:

$$f(x') \geq f(x), \text{ kai } x' \geq x. \quad (20)$$

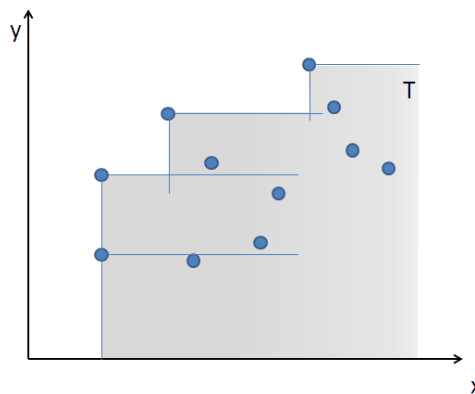
Minimalios ekstrapoliacijos aksioma reiškia, kad duomenys yra apgaubiami tokia riba, kuri užtikrina minimalų atstumą tarp jos ir stebimų duomenų. Taigi, atitinkamos technologijos gamybos funkcija DAA metodu aprašoma kaip

$$y_t^* = f(x^t) = \max \left\{ y \mid y = \sum_{k=1}^K \lambda_k y^k, x^t \geq \sum_{k=1}^K \lambda_k x^k, \sum_{k=1}^K \lambda_k = 1, \lambda_k \geq 0 \right\}. \quad (21)$$

DAA nustato efektyvumo ribą, remiantis dviem pagrindinėmis prielaidomis: laisvo nustatymo ir iškilumo. Laisvo nustatymo prielaida reiškia, kad galima atsisakyti nereikalingų išlaidų arba produkcijos. Viena vertus, jei įmanoma pagaminti tam tikrą produkcijos kiekį su duotuoju išteklių kiekiu, tuomet galima tą patį produkcijos kiekį pagaminti ir naudojant daugiau išteklių. Kita vertus, jei duotasis išteklių kiekis gali būti panaudotas, gaminant tam tikrą produkcijos kiekį, tuomet tam tikras produkcijos kiekis gali būti panaudotas ir gaminant mažesnę išteklių kiekį (Bogetoft, Otto, 2011). Apjungiant šias dvi aksiomas, laisvo išteklių ir produkcijos nustatymo prielaidą, gamybos aibė (technologija), susijusi su laisvo nustatymo prielaida, vadinama laisvai nustatomu paviršiumi (*free disposable hull*). Tarkime, kad nagrinėjami SPV yra žymimi indeksu $k = 1, 2, \dots, K$ ir kiekvienam iš jų yra stebimas atitinkamas išteklių ir produkcijos rinkinys (x^k, y^k) , tada laisvai nustatomas paviršius aprašomas taip:

$$T = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n \mid \exists k \in \{1, 2, \dots, K\}: x \geq x^k, y \leq y^k \right\}. \quad (22)$$

Efektyvumo riba nustatoma, sujungiant kraštutinius dominuojančius taškus, kuriems negalima rasti kito geresnio faktinio gamybos plano. Visi teoriniai gamybos planai, tenkinantys teorinę nustatymo prielaidą, laikomi įmanomais. Grafinė laisvai nustatomo paviršiaus interpretacija pateikiama 6 pav.



6 pav. Gamybos riba pagal laisvai nustatomo paviršiaus metodą

Iškilumo prielaida reiškia, kad bet kuri tiesinė įmanomų gamybos planų (x^k, y^k) kombinacija taip pat yra įmanoma. Iškilą gamybos technologiją aprašoma šiuo būdu:

$$T = \left\{ (x, y) \mid x = \sum_{k=1}^K \lambda^k x^k, y = \sum_{k=1}^K \lambda^k y^k, \sum_{k=1}^K \lambda^k = 1, \lambda^k \geq 0, k = 1, 2, \dots, K \right\}. \quad (23)$$

Sujungiant laisvo nustatymo ir iškilumo prielaidas, aprašytas lygtimis (22) ir (23), gaunama tokia gamybos aibė:

$$T = \left\{ (x, y) \mid x \geq \sum_{k=1}^K \lambda^k x^k, y \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y^k, \sum_{k=1}^K \lambda^k = 1, \lambda^k \geq 0, k = 1, 2, \dots, K \right\}. \quad (24)$$

Pastaroji gamybos aibė apima visus taškus, kurie gali būti laikomi įmanomais, atsižvelgiant į iškilumo arba laisvo nustatymo prielaidas (7 pav.).

DAA yra neparimetrinis efektyvumo vertinimo metodas, kurį galima taikyti tiek privatiems, tiek viešiesiems pelno nesiekiantiems SPV (Ray, 2004). Šiuolaikinė DAA versija buvo pasiūlyta A. Charnes, W. W. Cooper ir E. Rhodes (Charnes et al., 1978, 1981). Todėl šie DAA modeliai yra vadinami CCR modeliais. Pradžioje buvo pasiūlyta trupmeninė DAA forma. Tačiau vėliau šis modelis buvo transformuotas į išteklių taupymo arba produkcijos didinimo daugiklių modelį, kurį galima išspręsti, naudojant tiesinį programavimą. Be to, dualus CCR modelis (t. y. gaubties programa) gali būti sudaromas visoms pirminėms programoms (Cooper et al., 2007; Ramanathan, 2003).

Priešingai, negu dauguma tradicinių analizės įrankių, DAA nereikalauja nurodyti išteklių ir produkcijos kainų, todėl jis tinkamas analizuojant viešojo ir privataus sektoriaus efektyvumą. Tarkime, kad $k = 1, 2, \dots, t, \dots, K$ yra indeksas, žymintis atitinkamus SPV, kurių produkcijos ir išteklių rūšys žymimos indeksais atitinkamai $j = 1, 2, \dots, n$ ir $i = 1, 2, \dots, m$. Taigi t -ojo SPV išteklių didinimo techninis efektyvumas ϕ_t yra apskaičiuojamas sprendžiant tiesinio programavimo uždavinį:

$$\begin{aligned} & \max_{\phi_t, \lambda_k} \phi_t \\ & \sum_{k=1}^K \lambda_k x_i^k \leq x_i^t, \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ & \sum_{k=1}^K \lambda_k y_j^k \geq \phi_t y_j^t, \quad j = 1, 2, \dots, n; \\ & \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K; \end{aligned} \quad (25)$$

ϕ_t neapribotas.

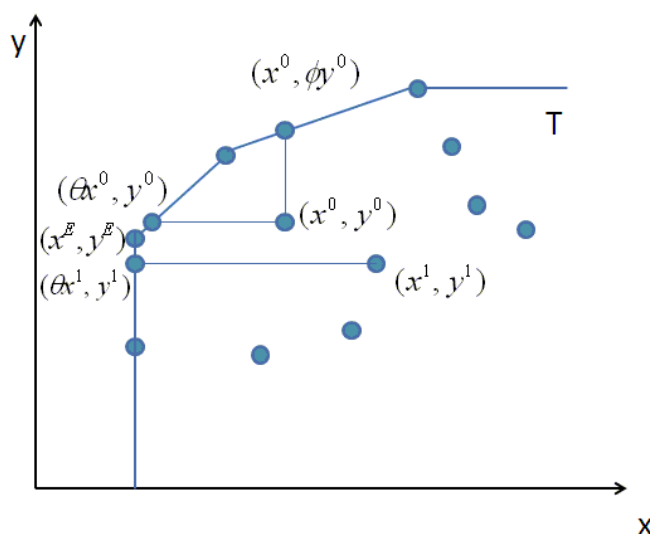
Lygtyje (25) koeficientai λ_k yra tarpiniai (*peer*) SPV. Pateiktasis modelis remiasi pastoviosios masto grąžos prielaida, kuri yra gana ribota. Pastovioji masto grąža rodo, kad gamintojas gali tiesiškai keisti išteklių ir produkcijos apimtį, išlaikydamas tą patį efektyvumo lygį (Ramanathan, 2003).

Pastoviosios masto grąžos prielaida buvo laikoma pernelyg ribojančia, todėl buvo pasiūlytas BCC modelis (Banker et al., 1984). Pastoviosios masto grąžos prielaida buvo

panaikinta įvedant iškilumo apribojimą $\sum_{k=1}^K \lambda_k = 1$, kuris leidžia įvertinti efektyvumą, esant kintančiai masto grąžai. Taigi, BBC modelis gali būti išreikštas, papildant lygtį (22) iškilumo apribojimu $\sum_{k=1}^K \lambda_k = 1$.

Mažiausias išteklių kiekis gali būti apskaičiuojamas, faktinį išteklių kiekį dauginant iš SPV techninio efektyvumo įverčio (sąnaudų taupymo modelio, kuris pateikiamas W. W. Cooper et al. (2007, p. 91)). Tai mažiausias išteklių kiekis, kuriam esant gamintojas būtų efektyvus ir gamyba būtų įmanoma pagal esamą technologiją. Analogiškai, didžiausias produkcijos kiekis apskaičiuojamas faktišką produkcijos kiekį dauginant iš ϕ_k , kur ϕ_k gaunamas pagal lygtį (25). Skirtumas tarp faktinės ir optimalios reikšmės yra vadinamas spinduliniu rezervu. Šį dydį galima analizuoti, nagrinėjant tašką (x^1, y^1) 7 pav. Pastarasis taškas yra projektuojamas į gamybos ribą, mažinant išteklių kiekį nuo x^1 iki θx^1 (judėjimas spinduliu). Naujasis taškas yra efektyvumo ribos atkarpoje, lygiagrečioje abscisių ašiai, todėl dar yra įmanomas produkcijos apimtį padidinimas nuo y^1 iki y^E .

Be to, yra galimybė nustatyti, ar SPV veikia optimaliu mastu (pastovioji masto grąža) ar neoptimaliu mastu (didėjanti arba mažėjanti masto grąža). CCR modelis gali būti naudojamas įvertinant bendrąjį techninį efektyvumą, kuris priklauso nuo grynojo techninio ir masto efektyvumo. BCC modelis matuoja grynąjį techninį efektyvumą. Taigi, masto efektyvumas gali būti nustatomas dalijant CCR modelio efektyvumą iš BCC modelio efektyvumo. Pažymėtina, kad techninis efektyvumas apibūdina efektyvumą, pasiekiamą perdirdant išteklius į produkciją, o masto efektyvumas rodo, kad masto ekonomija negali būti pasiekta esant bet kokiems gamybos mastams (Ramanathan, 2003).



7 pav. Apgauties analizės modelis

Pastaruoju metu DAA buvo tobulinama įvairiomis kryptimis, siekiant atsižvelgti į mokslinių tyrimų ir praktinių problemų sprendimo poreikius. J. S. Liu ir kt. (2013) pateikia šias pagrindines DAA plėtros kryptis:

- 1) dviejų etapų analizė, leidžianti įvertinti kontekstinių kintamųjų poveikį efektyvumui (Simar, Wilson, 2007; Daraio, Simar, 2007a);
- 2) modelių plėtra įvedant SPV (arba gamybos rodiklių) svorių apribojimus ir taip pritaikant DAA jų rangavimui (Shetty, Pakkala, 2010; Wang et al., 2009);
- 3) ypatingų duomenų tipų naudojimas DAA (pvz., neraiškieji duomenys, intervaliniai duomenys, plg. Zerafat Angiz et al., 2010);
- 4) vidinės gamybinės struktūros analizė, taikant tinklinę DAA;
- 5) aplinkosauginio efektyvumo analizė, taikant silpno nustatymo (*weak disposability*) gamybos ribas. Pažymėtina, kad savirankos metodai, leidžiantys nustatyti efektyvumo verčių pasikliautinusius intervalus (Wilson, 2008; Odeck, 2009), gali būti integruojami į daugelį iš minėtų modelių grupių.

2. ŽEMĖS ŪKIO EFEKTYVUMO VERTINIMO METODIKA

Šiame skyriuje aptarti žemės ūkio efektyvumo tyrimų metodologijos teoriniai aspektai ir efektyvumo veiksnių analizės metodai. Daugiausia dėmesio skiriama savirankos DAA, dalinių gamybos ribų ir antrojo etapo analizėms. Minėti metodai buvo naudoti integruotai vertinant Lietuvos ūkininkų ūkių veiklos efektyvumą ir aiškinant jo kaitos dėsningumus bei priežastis.

2. 1. Žemės ūkio efektyvumo tyrimų metodologiniai aspektai

Teoriniai aspektai. Žemės ūkio efektyvumas yra susijęs su darbo intensyvumu, ūkių struktūra, technologijomis ir investicijomis, vadybiniais gebėjimais ir pelningumu (Henningsen, 2009). Taigi efektyvumas gali būti iš dalies tapatinamas su produktyvumu ir pelningumu. Ūkių struktūra veikia technologijas, darbo intensyvumą ir vadybinius gebėjimus, nes didesni ūkiai paprastai turi didesnius išteklius ir gebėjimus. Darbo intensyvumas ir darbo alternatyvieji kaštai yra atvirkščiai susiję su investicijomis į pažangias technologijas. Vadybiniai gebėjimai veikia ir darbo intensyvumą, ir investicijas į technologijas. Minėti veiksniai veikia pelningumą, kuris savo ruožtu nulemia ūkininkų sprendimus likti versle ar paskirstyti savo veiklą tarp įvairių ūkio sektorių. Taigi gamybinis efektyvumas turi būti nustatomas ir analizuojamas, atsižvelgiant į daugelį veiksnių ir rodiklių.

Skiriami šie efektyvumo vertinimo metodikos elementai: rodikliai, ribiniai metodai, efektyvumo įverčiai, ekonometriniai modeliai, kontekstiniai kintamieji ir efektyvumo veiksnių analizė.

Analizuojant žemės ūkio efektyvumą, skiriamos šios rodiklių grupės:

1. Sąnaudos – tarpinių produktų (trumpalaikio kapitalo) ir gamybos veiksnių (ilgalaikio kapitalo) kiekiai. Tarpiniai produktai apima pašarus, trąšas, sėklas ir kitus gamybos proceso metu transformuojamus išteklius. Gamybos veiksniai apima gamybos procese dalinai dalyvaujančius gamybinius išteklius. Efektyvumo tyrimų praktikoje dažniausiai nagrinėjami gamybos veiksniai – darbas, žemė bei kapitalas.
2. Produkcija – pagamintų produktų kiekiai. Žemės ūkio tyrimuose, matuojant techninį efektyvumą, geriausia naudoti fizinius dydžius (tonas). Pažymėtina, kad žemės ūkyje gaminami įvairūs produktai, todėl kiekvieno iš jų kiekius įtraukti į modelį būtų sudėtinga dėl tokių pagrindinių priežasčių: kintamųjų skaičius gali būti per didelis, atsižvelgiant į turimos

imties dydį, kai kurie žemės ūkio subjektai gali būti specializuoti ir dėl to negamina kai kurių produktų. Taigi dažnai naudojami numanomi (*implicit*) produkcijos kiekiai (indeksai) – produkcijos vertė, koreguota atitinkamais realių kainų indeksais.

3. Tarpinių produktų ir gamybos veiksnių kainos. Jos naudojamos apskaičiuojant gamybos kaštus. Turint šią informaciją, galima apskaičiuoti paskirstymo (*allocative*) ir kaštų efektyvumą.
4. Pagamintų produktų kainos. Jos naudojamos apskaičiuojant produkcijos vertę (*revenue*). Turint šią informaciją galima apskaičiuoti produkcijos paskirstymo (*output allocative*) ir jos vertės efektyvumą.
5. Į modelį gali būti įtraukiami papildomi kintamieji, apibūdinantys šalutinius gamybos proceso rezultatus ar poveikį aplinkai. Įtraukus šiuos kintamuosius kinta gamybos funkcija ir efektyvumas. Siekiant įvertinti gamybos poveikį aplinkai, paprastai įtraukiami nepageidaujamos produkcijos (*undesirable output*) kiekiai, pavyzdžiui, teršalų nuotėkis, šiltnamio efekto dujų emisijos ir pan. T. Czekaj (2013), nagrinėdamas Lenkijos ūkių agroaplinkosaugos efektyvumą, įtraukė papildomus (pageidaujamos) produkcijos (*desirable output*) rodiklius, t. y. daugiamečių žolių plotus, agroaplinkosaugos kompensacines išmokas.

Efektyvumas pagal minėtus rodiklius nustatomas taikant ribinius metodus, kurie išsamiai buvo aptarti ankstesniame skyriuje.

Įvertinus efektyvumą galima atlikti jam įtaką darančių veiksnių analizę. Šiuo atveju pagal anksčiau minėtus rodiklius apskaičiuoti efektyvumo įverčiai yra priklausomi kintamieji, kurių sklaida nagrinėtina kontekstinių nepriklausomų kintamųjų³ atžvilgiu. Ši analizė gali būti atliekama, naudojant ekonometrinius metodus. Nepriklausomi kintamieji gali būti objektyvūs arba subjektyvūs. Objektyvūs duomenys paprastai gaunami iš to paties šaltinio kaip ir efektyvumo vertinimo modelio kintamieji. Subjektyvūs duomenys gali būti gauti anketinės apklausos būdu (Douarin, Latruffe, 2011).

Žemės ūkio sektoriaus efektyvumo tyrimai mokslinėje literatūroje.

L. Latruffe ir kt. (2004) ištyrė Lenkijos augalininkystės ir gyvulininkystės ūkių veiklos efektyvumą, taikydami stochastinę ribinę analizę ir duomenų apgaubties analizę. Efektyvumo efektų stochastinės ribinės analizės modelis (Battese, Coelli, 1995) su iš anksto parinktais efektyvumo veiksniais leido įvertinti tiek gamybos funkciją, tiek efektyvumo veiksnių įtaką. Duomenų apgaubties analizė buvo taikyta kartu su antrojo etapo analize, t. y. Tobit regresija. Stochastinės ribinės analizės modeliui naudota Cobb-Douglas gamybos funkcija, o jos kintamieji buvo produkcijos vertė, žemės ūkio naudmenos (ŽŪN), sąlyginių darbuotojų skaičius, nusidėvėjimas ir palūkanos (kaip kapitalo veiksnys), tarpinis vartojimas (kaip kintamosios išlaidos). Šie kintamieji buvo analizuojami kaip efektyvumo veiksniai: bendroji produkcija, sandomojo darbo dalis, rinkos integracijos laipsnis (ūkio pajamų ir bendrosios produkcijos santykis), ŽŪN

³ Šiame darbe terminai *kontekstinis kintamasis*, *aiškinamasis kintamasis* ir *aplinkos kintamasis* vartojami kaip tapatūs. Jie aprašo socialinį, ekonominį ir gamtinį kontekstą, kuriame veikia ūkis.

našumo balas ir ūkininko amžius. L. Latruffe ir kt. (2008) pritaikė dvigubos savirankos metodą efektyvumo veiksnių analizei.

Š. Bojnec ir L. Latruffe (2008) analizavo Slovėnijos ūkių veiklą, taikydami stochastinę ribinę analizę ir duomenų apgaubties analizę. Taip pat buvo įvertintas ir paskirstymo bei ekonominis efektyvumas. Klasterinė analizė buvo pritaikyta siekiant sugrupuoti ūkius į homogeniškas grupes. Ūkių veiklos efektyvumas buvo nagrinėtas ir ūkių struktūros atžvilgiu (Bojnec, Latruffe, 2011). S. O. Akinbode ir kt. (2011), S. Samarajeewa ir kt. (2012), F. Lambarraa ir Z. Kallas (2010) pritaikė stochastinę ribinę analizę nagrinėdami techninį ir ekonominį efektyvumą.

M. Asmild ir J. L. Hougaard (2006) nagrinėjo Danijos ūkių veiklą ekologiniu ir ekonominiu požiūriais. Kryptinė duomenų apgaubties analizė buvo pritaikyta vertinant efektyvumą ir galimus veiklos patobulinimus. S. Rasmussen (2011) nagrinėjo optimalų Danijos ūkių dydį, taikydamas sąnaudų atstumo funkciją ir stochastinę ribinę analizę.

D. Rimkuvienė ir kt. (2010) atliko tarptautinį ūkininkavimo efektyvumo palyginimą dviem neparimetriniais metodais: duomenų apgaubties analize ir laisvai nustatomu paviršiumi (*free disoposal hull*). Minėtame darbe aptarta ir efektyvumo vertinimo terminologija. Tyrimas apėmė 2004–2008 m. ir 174 stebinius (agreguotus ES valstybių narių ir kitų valstybių duomenis). Sąnaudų taupymo ir produkcijos didinimo duomenų apgaubties analizės modeliai parodė, kad vidutinis Lietuvos ūkininkų ūkių veiklos efektyvumas siekė 41,4–43,2 proc. Be to, ilgalaikio ir trumpalaikio turto vartojimas buvo gana veiksmingas.

T. Baležentis ir A. Baležentis (2011) atliko panašų tarptautinį palyginimą, tačiau pastarasis tyrimas rėmėsi ne tik duomenų apgaubties analize, bet ir daugiakriterinio vertinimo metodu MULTIMOORA (*Multiplicative and Multi-Objective Ratio Analysis*). Ūkininkavimo efektyvumas buvo įvertintas pagal tris santykinis rodiklius: augalininkystės produkcija, tenkanti 1 ha, gyvulininkystės produkcija, tenkanti 1 sutartiniam gyvuliui, ir ūkio pridėtinė vertė, tenkanti 1 sąlyginiam darbuotojui. Pagal tyrimo rezultatus Lietuva ir Latvija pasiekė atitinkamai, 52 ir 54 proc. efektyvumą, Lenkija ir Estija – 58 proc. Baltijos valstybėms būdingi dideli žemės ir darbo našumo didinimo rezervai.

E. Douarin ir L. Latruffe (2011) parengė vienintelį užsienio autorių tyrimą apie Lietuvos žemės ūkio efektyvumą. Minėtame tyrime buvo naudojama duomenų apgaubties analizė. Tyrimo tikslas buvo nustatyti Lietuvos ūkininkų ūkių veiklos efektyvumą ir įvertinti galimus jo pokyčius dėl vienkartinės išmokos už plotus. Šis tyrimas rėmėsi mikro duomenimis. Efektyvumo vertinimas buvo atliekamas kartu su apklausa, skirta identifikuoti ūkininkų elgseną, t. y. sprendimus plėsti ūkį arba likti ūkininkauti dėl viešosios paramos. Tyrimas atskleidė, kad 1) didesni ūkiai veikė efektyviau, 2) subsidijos neigiamai veikė efektyvumą. Siekiant įvertinti įvairių veiksnių poveikį ūkininkų sprendimams, buvo pritaikytas Heckman modelis. Tyrimas parodė, kad ūkių veiklos efektyvumas gali sumažėti, nes mažiau efektyvūs ūkiai buvo linkę plėstis ir didinti konkurenciją žemės rinkoje.

Kaip minėta, antrasis efektyvumo analizės etapas leidžia įvertinti efektyvumo veiksnių poveikį. Šiame etape sprendžiamas ir svarbus metodologinis klausimas – kokie efektyvumo veiksniai gali būti reikšmingi tyrimo kontekste. Siekiant iškelti pagrįstas hipotezes, reikia atsižvelgti į mokslinėje literatūroje aprašytą tyrimų praktiką ir objektyvią bei subjektyvią patirtį. Mokslinėje literatūroje galima rasti gana daug efektyvumo tyrimų pavyzdžių ir atitinkamų antrojo efektyvumo analizės etapo kintamųjų rinkinių. Tačiau dažnai minėtos praktikos tiesiogiai taikyti neįmanoma. Gali būti objektyviai žinoma, kad tam tikroje valstybėje renkami duomenys, kurie neleidžia įvertinti atskirų kintamųjų (duomenų trūkumo problema). Nagrinėjant atskirus ūkininkavimo tipus reikia atsižvelgti į technologinius skirtumus (pvz., gyvulininkystės ūkių analizėje galima atsižvelgti į pašarų, santykinio gyvulių skaičiaus rodiklius ir pan.). Kita vertus, pats tyrėjas gali turėti informacijos apie praktines ar teorines problemas, susijusias su statistikos praktika atitinkamose teritorijose. Taigi antrojo etapo kintamieji pasirenkami, atsižvelgiant į mokslinę problemą, mokslinėje literatūroje pateikiamas analizės schemas ir tiriamojo objekto bei jį apibūdinančių duomenų ypatumus.

Toliau aptarsime žemės ūkio efektyvumo veiksnius, nagrinėtus Vidurio ir Rytų Europos valstybėse. Minėti tyrimai yra aktualūs, nes visose ES priklausančiose valstybėse vykdomi standartizuoti Ūkių apskaitos duomenų tinklo tyrimai, leidžiantys analizuoti tuos pačius kintamųjų rinkinius. Be to, ūkininkavimo sąlygos minėtose valstybėse yra panašios, taigi tikėtina, kad tie patys kintamieji bus svarbūs ir Lietuvos žemės ūkio sektoriui. A. Abdulai ir H. Tietje (2007) įvertino stochastinę gamybos ribą Vokietijos pienininkystės ūkiams, į kurią buvo įtraukti aiškinamieji kintamieji. Pastarieji apėmė turto ir sutartinių gyvulių skaičiaus santykį, ūkininko amžių ir išsilavinimą, pajamas ne iš žemės ūkio, ūkio dydį pagal sutartinius gyvulius ir ŽŪN, darbo valandų skaičių, išlaidas pašarams ir gyvuliams pirkti. S. C. Kumbhakar ir kt. (2014) analizavo Norvegijos grūdų ūkių efektyvumą taikydami stochastinę gamybos ribą ir atsižvelgdami į šiuos kontekstinius kintamuosius: pajamos ne iš žemės ūkio, subsidijų dalis pajamose, verslumo indeksas (apklausos duomenimis), ūkininkavimo patirtis, išsilavinimas. L. Latruffe ir kt. (2004) nagrinėjo šiuos kintamuosius kaip Lenkijos ūkių efektyvumo veiksnius: bendroji produkcija (veiklos mastas), techniniai rodikliai (žemės ir kapitalo santykis, kapitalo ir darbo jėgos santykis), išorinių gamybos veiksnių naudojimas (samdomojo darbo dalis, nuomojamos žemės dalis), integravimosi į rinką lygis (parduotos produkcijos dalis), žemės našumo balas, ūkininko amžius. S. Davidova ir L. Latruffe (2007) apžvelgė įvairias studijas ir nustatė, kad Vidurio ir Rytų Europos valstybėse dažniausiai analizuojami šie efektyvumo veiksniai: ūkio dydis (ŽŪN), išorinių gamybos veiksnių (darbo, žemės) naudojimas, finansiniai rodikliai (įsipareigojimų ir turto santykis, trumpalaikių įsipareigojimų ir trumpalaikio turto santykis). Šios autorės pastebėjo, kad išorinių gamybos veiksnių naudojimas gali skatinti gamybinio efektyvumo augimą, nes, naudojant išorinius gamybos veiksnius, ekonominiai kaštai atsispindi buhalteriniuose kaštuose. K. Balcombe ir kt. (2008a), analizuodami Lenkijos ūkių veiklą, atsižvelgė į ūkio dydį (ŽŪN), kapitalo ir darbo jėgos kiekio santykį, samdomos darbo jėgos dalį, nuomojamos žemės dalį, turto ir darbo jėgos kiekio santykį, ūkininkavimo tipą, laiko periodą. Š. Bojnec ir L. Latruffe (2013) Slovėnijos ūkių efektyvumo skirtumus aiškino ūkio

dydžiu, nuomojamos žemės dalimi, skolų ir turto santykiu, išmokų intensyvumu, ūkininkavimo tipu ir laiko periodu. Taigi efektyvumas dažniausiai gali būti veikiamas ūkio dydžio, technologijos, ūkininko savybių, integracijos į rinką ir produktyvumo svyravimų.

2. 2. Ribiniai efektyvumo vertinimo metodai

2. 2. 1. Savirankos duomenų apgaubties analizė

DAA yra neparametrinis metodas, jį taikant neįmanoma įvertinti statistinio triukšmo, dėl to gali būti iškraipomi (paslinkti) efektyvumo įverčiai. Taikant DAA, efektyvumo įverčiai yra apskaičiuojami sprendžiant tiesinio programavimo uždavinius, o ne taikant statistinius metodus. Įprasta DAA dėl to negali suteikti informacijos apie gautųjų rezultatų jautrumą. L. Simar ir P. Wilson (1998) pasiūlė šios problemos sprendimą – savirankos DAA. Pagrindinė metodo idėja yra įvertinti populiacijos DAA efektyvumo įverčių skirstinį tam, kad būtų galima tikrinti hipotezes apie efektyvumo įverčius (Assaf, Matawie, 2010).

Paprastai saviranka vadinamas pakartotinis atsitiktinis ėmimas iš turimos duomenų imties. Kartojant šią procedūrą daugelį (tūkstančius) kartų, galima gauti pseudo įverčius. Pseudo įverčiai apibūdina empirinius skirstinius, susijusius su naudojamu įvertiniu. Gautieji empiriniai skirstiniai yra ėmimo skirstinio, susijusio su naudojamu įvertiniu, aproksimacija. Žemiau pateikiama savirankos schema, aprašyta A. Assaf ir K. M. Matawie (2010).

Tarkime, nagrinėjame atsitiktinę imtį iš populiacijos $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ su nežinoma pasiskirstymo funkcija F . Tada savirankos tikslas yra įvertinti pasirinkto atsitiktinio kintamojo $R(X, F)$ pasiskirstymo funkcijos ėmimo skirstinį, naudojantis realia duomenų imtimi x , kur $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ aprašo stebimąją $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ realizaciją. Savirankos procedūra pradedama apibrėžiant imties tikimybinį skirstinį \hat{F} : kiekvienam imties elementui x_1, x_2, \dots, x_n suteikiama tikimybė $1/n$. Tada sudaroma atsitiktinė imtis su grąžinimu iš skirstinio \hat{F} , kur \hat{F} yra fiksuotas. Gauta imtis $X^* = (X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ yra vadinama savirankos imtimi, kurioje $X_i^* = x_i^*$, $x_i^* \stackrel{ind}{\sim} \hat{F}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Galiausiai, atsitiktinio kintamojo $R(X, F)$ skirstinys yra aproksimuojamas pagal savirankos kintamojo $R^* = R(X^*, \hat{F})$ skirstinį.

L. Simar ir P. Wilson (1998, 2000a, 2000b) sukūrė savirankos algoritmą sąnaudų taupymo DAA modeliui. Šis modelis gali būti taikomas ir produkcijos didinimo efektyvumą. Gamybos galimybių aibė, aprašoma kaip

$$T = \{(x, y) \in R_+^{m+n} \mid x \text{ gali pagaminti } y\}, \quad (26)$$

susieja m sąnaudų tipų kiekius $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ su atitinkamais n produkcijos tipų kiekiais $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Esant duotajam produkcijos lygiui, y , gamybos galimybių aibė, apibrėžianti įmanomus gamybos planus, esant duotajai gamybos technologijai, gali būti aprašoma pagal šią atitiktį:

$$X(y) = \{x \in R_+^m \mid (x, y) \in T\}. \quad (27)$$

Gamybos galimybių riba šiuo atveju yra $X(y)$ poaibis:

$$X_e(y) = \{x \mid x \in X(y), \theta x \notin X(y), \forall \theta \in (0, 1)\}, \quad (28)$$

kurio elementai – sąnaudų–produkcijos kiekių rinkiniai – nebebūtų įmanomi sumažinus sąnaudų kiekius, esant duotajam produkcijos lygiui. Efektyvumo įvertis θ yra sąnaudų taupymo Farrell matas: $\theta_k = \min\{\theta \mid \theta x_k \in X(y_k)\}$, kur k žymi atitinkamą ūkininko ūkį).

Realiame pasaulyje aibės T , $X(y)$, $X_e(y)$ yra nežinomos (nestebimos), žinomos tik jų realizacijos. Taigi tikrieji efektyvumo įverčiai θ_k taip pat nėra žinomi. Priimama prielaida, kad tam tikras duomenų generavimo procesas generuoja atsitiktinę imtį $X = \{(x_k, y_k) \mid k = 1, 2, \dots, K\}$, kurią sudaro K homogenišku ūkių, kur $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ ir $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Šios imties pagrindu, taikant atitinkamus metodus, galima gauti įverčius $\hat{X}(y)$, $\hat{X}_e(y)$, $\hat{\theta}$. Efektyvumo įverčiai $\hat{\theta}_k$ gaunami sprendžiant tiesinio programavimo DAA uždavinį:

$$\hat{\theta}_k = \min \left\{ \theta \left| \begin{array}{l} \sum_{k=1}^K \lambda_k x_{i,k} \leq \theta x_{i,k}; i = 1, 2, \dots, m; \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k y_{j,k} \geq y_{j,k}; j = 1, 2, \dots, n; \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k = 1 \end{array} \right. \right\}. \quad (29)$$

Apytiksliai efektyvumo įverčiai tada gali būti naudojami sudarant gamybos galimybių ribą, t. y. apibrėžiant efektyvius sąnaudų kiekius, kurie vėliau naudojami savirankos procedūroje:

$$\hat{x}^e(x_k \mid y_k) = \hat{\theta}_k x_k, \quad (30)$$

kur $\hat{x}^e(x_k \mid y_k)$ žymi sąnaudų kiekį, kurį ūkis turėtų užtikrinti, norėdamas veikti efektyviai, esant duotajam gamybos lygiui, y_k . Savirankos sąnaudų kiekiai apskaičiuojami atsižvelgiant į (30) nustatytą kiekį ir atsitiktinę imtį su gražinimu θ_k^* , $k = 1, 2, \dots, K$ iš $(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_K)$. Savirankos sąnaudų kiekiai apskaičiuojami koreguojant efektyvų kiekį:

$$x_k^* = \frac{\hat{\theta}_k}{\theta_k^*} x_k \quad (31)$$

Naudojantis koreguotais duomenimis, DAA modelis apskaičiuoja savirankos efektyvumo įverčius $\hat{\theta}_k^*$. Procedūra kartojama B kartų siekiant įvertinti θ_k ėmimo skirstinį, kuris vėliau naudojamas apskaičiuojant poslinkį (*bias*) ir formuluojuant statistines išvadas apie efektyvumo įverčius. Dėl DAA metodo prigimties savirankos procesas yra nestandartinis: empirinis $\hat{\theta}$ skirstinys \hat{F} yra nesuderintas tikrojo tikimybinio skirstinio F įvertis. Sąnaudų taupymo DAA modelio efektyvumo įverčiai yra pasiskirstę tarp 0 ir 1 reikšmių, taigi skirstinys nėra tolydus. Sugludintos savirankos procedūra, pasiūlyta L. Simar ir P. Wilson (1998), leidžia gauti suderintus įverčius. Gauso branduolio tankio įvertinys ir refleksijos metodas (Silverman, 1986) yra taikomi siekiant įvertinti F , nupjautą ties reikšme 1 (efektyvumo įverčiai, lygūs 0, paprastai nebūna stebimi).

L. Simar ir P. Wilson (1998) analizavo Shepard efektyvumo matus kaip tinkamesnius savirankos procedūrai. Taigi, pažymime $\delta(x, y) \equiv \theta^{-1}(x, y)$ Shepard efektyvumo matu. L. Simar ir P. Wilson (2008) pristatė šį DAA savirankos algoritmą:

1. Pagal originalią imtį X_K apskaičiuojami efektyvumo įverčiai $\hat{\delta}_k = \hat{\delta}(x_k, y_k), \forall k = 1, 2, \dots, K$.
2. Pasirenkamas efektyvumo įverčių glodinimo parametras h .
3. Generuojami $\beta_1^*, \beta_2^*, \dots, \beta_K^*$ formuojant imtį su gražinimu iš aibės $\{\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \dots, \hat{\delta}_K, (2 - \hat{\delta}_1), (2 - \hat{\delta}_2), \dots, (2 - \hat{\delta}_K)\}$.
4. Generuojami ε_k^* iš standartinio normaliojo skirstinio, kurie naudojami koreguojant ankstesniame etape gautus dydžius: $\beta_k^{**} = \beta_k^* + h\varepsilon_k^*$ visiems $k = 1, 2, \dots, K$.
5. Visiems $k = 1, 2, \dots, K$ apskaičiuojama $\beta_k^{***} = \bar{\beta}^* + \frac{\beta_k^{**} - \bar{\beta}^*}{(1 + h^2 \sigma_K^2 \sigma_\beta^{-2})^{1/2}}$, kur $\bar{\beta}^* = K^{-1} \sum_{k=1}^K \beta_k^*$ yra β_k^* imties vidurkis, $\sigma_\beta^2 = K^{-1} \sum_{k=1}^K (\beta_k^* - \bar{\beta}^*)^2$ yra β_k^* imties dispersija, σ_K^2 yra tankio funkcijos, naudotos branduolio funkcijoje, dispersija; tada apskaičiuojama $d_k^* = \begin{cases} 2 - \beta_k^{***}, & \forall \beta_k^{***} < 1 \\ \beta_k^{***}, & \text{kitaip} \end{cases}$.
6. Sudaroma savirankos imtis $X_K^* = \{(x_k^*, y_k) \mid k = 1, 2, \dots, K\}$, kur $x_k^* = \delta_k^* \hat{x}^e(y_k) = \delta_k^* \hat{\delta}_k^{-1} x_k$;
7. Apskaičiuojami DAA efektyvumo įverčiai $\hat{\delta}^*(x_k, y_k)$ kiekvienam stebiniui (x_k, y_k) iš originalios imties, naudojant savirankos imtį X_K^* kaip atskaitos gamybos galimybių aibę.

8. Žingsniai 1–7 pakartojami B kartų ($B \geq 2000$), taip gaunant savirankos įverčius $\hat{\delta}_b^*(x, y) | b = 1, 2, \dots, B$.

9. Savirankos įverčių vidurkis naudojamas apskaičiuojant tikrąjį (nepaslinktą) kintamosios masto gražos DAA efektyvumo įvertį, $\hat{\theta}_{VRS}(x, y)$:

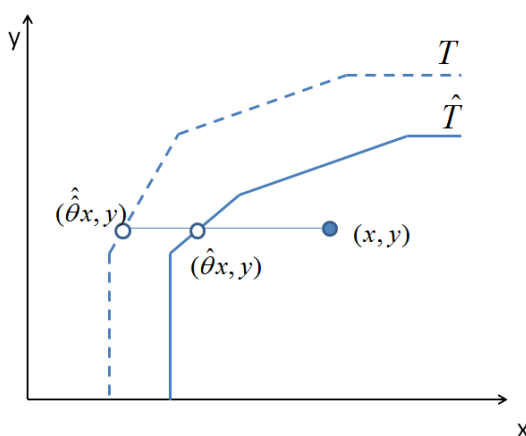
$$bias_B(\hat{\theta}_{VRS}(x, y)) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_{VRS,b}^*(x, y) - \hat{\theta}_{VRS}(x, y) \quad (32)$$

Abu dydžiai, esantys dešinėje (32) lygties pusėje, turi būti koreguojami papildomu daugikliu dėl skirtingo imties dydžio realiame ir savirankos „pasulyje“ (Simar, Wilson, 2008). Daugiklio dydis nustatomas kaip $(m/n)^{(2/(N+M+1))}$, kur n ir m yra originalios ir savirankos imčių dydžiai, N ir M yra sąnaudų ir produkcijos tipų skaičiai.

Pagal nuokrypį koreguotasis DAA efektyvumo įvertis $\hat{\theta}_{VRS}(x, y)$ apskaičiuojamas atsižvelgiant į originalų įvertį ir savirankos įverčius:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{VRS}(x, y) &= \hat{\theta}_{VRS}(x, y) - bias_B(\hat{\theta}_{VRS}(x, y)) \\ &= 2\hat{\theta}_{VRS}(x, y) - \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_{VRS,b}^*(x, y) \end{aligned} \quad (33)$$

Savirankos procedūra gali būti įgyvendinama taikant R programavimo kalbą ir paketą *FEAR* (Wilson, 2008). Savirankos DAA principas grafiškai pavaizduotas 8 pav. Originali efektyvumo riba apibrėžiama pagal originalią gamybos galimybių aibę \hat{T} . Atitinkamai, į sąnaudų taupymą orientuotas efektyvumo įvertis yra $\hat{\theta}$. Savirankos procedūra leidžia aproksimuoti nestebimą tikrąją efektyvumo ribą (ir atitinkamą gamybos galimybių ribą) T .



8 pav. Savirankos DAA modelis (sąnaudų taupymo uždavinys)

Dėl DAA modelio ypatybių (neparametrinis ribinis metodas), atliekant savirankos procedūrą, efektyvumo riba (paviršius) gali judėti tolyn nuo stebinių (taškų daugiamatėje erdvėje), bet ne artėti. Taip yra todėl, kad efektyvumo riba yra sudaroma kaip tiesinė didžiausio produktyvumo gamybos planų (stebinių) darinys. Taigi tik tie savirankos imčių stebiniai, kurie pasižymi aukštesniu produktyvumu, lemia gamybos ribos poslinkį. Atitinkamai, pagal nuokrypį koreguoti DAA efektyvumo įverčiai $\hat{\theta}$ paprastai yra žemesni už gautuosius originalios imties pagrindu.

2. 2. 2. Dalinės gamybos ribos

DAA, kaip deterministinis neparametrinis aksiomatinis metodas, pasižymi tam tikromis ypatybėmis, kurios yra naudingos empiriniuose efektyvumo tyrimuose: tiesinė gamybos riba naudojama dalimis, tenkinama iškilumo sąlyga. Tačiau, neįvertinus statistinių paklaidų, gamybos riba gali būti veikiama išskirčių. Pažymėtina, kad tikrasis duomenų generavimo procesas (DGP) yra nežinomas, o stebima tik atskira jo realizacija (turimi sąnaudų – produkcijos duomenys). Taigi efektyvumo įverčiai gali būti paslinkti dėl išskirčių. Siekiant išspręsti šią problemą, gali būti taikomi statistinių išvadų principai.

Dalinės ribos (*partial frontiers*), arba nuokrypiams atsparios ribos (*robust frontiers*), buvo pasiūlytos C. Cazals ir kt. (2002). Pagrindinė idėja buvo vertinti kiekvieną stebinį ne visų⁴ stebinių, bet atsitiktinės jų imties atžvilgiu. Pagal minėtą principą sudaryta gamybos riba vadinama *m*-tosios eilės riba (*order-m frontier*). Ši metodika buvo papildyta ir sąlyginiais efektyvumo matais, leidžiančiais įvertinti kontekstinių kintamųjų įtaką efektyvumo įverčiams (Daraio, Simar, 2005, 2007a, 2007b). D. C. Wheelock ir P. W. Wilson (2003) pasiūlė Malmquist produktyvumo indekso metodiką, paremtą dalinėmis ribomis. L. Simar ir A. Vanhems (2013) integravo dalinių ribų ir kryptinių efektyvumo matų metodikas. *m*-tosios eilės ribos taikytos sveikatos apsaugos (Pilyavsky, Staat, 2008), finansų (Abdelsalam et al., 2013) institucijų vertinimui.

Kita dalinių ribų grupė yra α eilės ribos. Taikant šį požiūrį, stebiniai lyginami su pasirinktu dominuojančių stebinių kvantiliu, α . Taigi dydis $(1-\alpha)$ gali būti interpretuojamas kaip tikimybė, kad stebinys išliks dominuojantis net ir panaikinus techninį neefektyvumą. Y. Aragon ir kt. (2005) pateikė α -efektyvumo apskaičiavimo metodiką, esant vieno tipo produktui. A. Daouia ir L. Simar (2007) pasiūlė atitinkamą metodiką daugiamatei efektyvumo analizei. D. C. Wheelock ir P. W. Wilson (2008) aprašė nesąlyginį α -efektyvumo matą, tinkamą vertinant efektyvumą sąnaudų taupymo – produkcijos didinimo požiūriu.

Deterministinė ir tikimybinė gamybos technologijos. Veiklos analizė (Koopmans, 1951; Debreu, 1951) remiasi gamybos technologija, kuri apibrėžiama

atsižvelgiant į kiekvieno SPV sąnaudų rinkinius $x \in \mathbb{R}_+^p$ ir produkcijos rinkinius $y \in \mathbb{R}_+^q$. Technologijos aibė sudaroma iš visų įmanomų gamybos planų:

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{p+q} \mid x \text{ gali pagaminti } y\}. \quad (34)$$

Taip pat priimama prielaida apie laisvą sąnaudų ir produkcijos nustatymą (Shepard, 1970), t. y. $(x, y) \in T \Rightarrow (x', y') \in T$, kai $x \leq x', y' \leq y$. Pastebime, kad nelygybės galioja kiekvienam vektorių elementui.

Į sąnaudų taupymą ir produkcijos didinimą orientuoti Farrell efektyvumo matai apibrėžiami kaip (Farrell, 1957):

$$\theta(x, y) = \inf \{\theta \mid (\theta x, y) \in T\} \text{ ir} \quad (35)$$

$$\lambda(x, y) = \sup \{\lambda \mid (x, \lambda y) \in T\}. \quad (36)$$

Kintamieji $\theta \in [0, 1]$ ir $\lambda \in [1, +\infty)$ yra atitinkamai į sąnaudų taupymą ir produkcijos didinimą orientuoti efektyvumo įverčiai. Šie rodikliai leidžia įvertinti potencialų sąnaudų sumažinimą ar produkcijos padidinimą. Efektyviems stebiniams priskiriami efektyvumo įverčiai, lygūs vienetui. Taigi efektyvūs stebiniai gali būti aprašyti kaip $(x^\circ(y), y) \in T$, kur $x^\circ(y) = \theta(x, y)x$, kai taupomos sąnaudos, ir $(x, y^\circ(x)) \in T$, kur $y^\circ(x) = \lambda(x, y)y$, kai didinamos produkcijos apimtys.

Kaip minėta, empiriniuose tyrimuose technologijos aibė T , taigi ir efektyvumo įverčiai yra nežinomi (Daraio, Simar, 2005). Todėl dominantys parametrai įvertinami atsitiktinės imties, sudarytos iš k SPV, pagrindu, $\mathcal{X}_K = \{(x_k, y_k) \mid k = 1, 2, \dots, K\}$. Neparimetriniai metodai (Farrell, 1957; Charnes et al., 1978; Deprins et al., 1984) yra plačiai taikomi efektyvumo analizėje, nes jiems nebūdingos pernelyg apibojančios prielaidos apie DGP.

Tam tikras SPV, (x_k, y_k) , apibrėžia atitinkamą gamybos galimybių aibę $\tau(x_k, y_k)$, kuri, esant laisvam sąnaudų ir produkcijos nustatymui, apibūdinama kaip:

$$\tau(x_k, y_k) = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{p+q} \mid x_k \leq x, y_k \geq y\}. \quad (37)$$

Atskirų gamybos galimybių aibių (37) sąjunga suformuoja laisvai nustatomo paviršiaus (*Free Disposal Hull*, FDH) įvertinį tikrajai technologijos aibei, T :

$$\begin{aligned} \hat{T}_{FDH} &= \bigcup_{k=1}^K \tau(x_k, y_k) \\ &= \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{p+q} \mid x_k \leq x, y_k \geq y, \forall k = 1, 2, \dots, K\}. \end{aligned} \quad (38)$$

Efektyvumo įverčiai gaunami lygtį (38) ištačius į (35) arba (36), t. y. technologijos aibę T pakeičiant jos aproksimacija \hat{T}_{FDH} . Tuomet FDH efektyvumo įverčiai gali būti apskaičiuojami sprendžiant minimakso, sveikaskaitinio programavimo arba tikimybinio skaičiavimo uždavinius.

Pažymėtina, kad tam tikrą gamybos planą (x, y) sudaro du (daugiamačiai) vektoriai (arba skaliarai), t. y. $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ ir $y = (y_1, y_2, \dots, y_q)$. Prie šių dydžių gali būti pridėti indeksai k , žymintys konkretų SPV. Sprendžiant minimakso uždavinį (Deprins et al., 1984) palyginami tam tikri SPV su kitais SPV (nepalankiausiu būdu) pagal jiems priimtinausią sąnaudų ar produkcijos tipą. Lošimų teorijos terminais galima kalbėti apie agento pasirinkimą (sąnaudų ar produkcijos tipas) ir reguliuotojo (*principal*) sprendimą (atskaitos SPV parinkimas). Naudojami šie θ ir λ įvertiniai:

$$\hat{\theta}_{FDH}(x, y) = \min_{k|y \leq y_k} \left\{ \max_{i=1,2,\dots,p} \left\{ \frac{x_{ik}}{x_i} \right\} \right\}, \quad (39)$$

$$\hat{\lambda}_{FDH}(x, y) = \max_{k|x_k \leq x} \left\{ \min_{j=1,2,\dots,q} \left\{ \frac{y_j}{y_{jk}} \right\} \right\}. \quad (40)$$

Atitinkamas θ įvertinys gali būti pateikiamas kaip sveikaskaitinio programavimo uždavinys. Jis aprašo stebinio projekciją į gamybos ribą. Taikant FDH analizę, gamybos riba apibrėžia neiškilą paviršių (žr. (38) lygtį). Taigi θ gali būti įvertintas sprendžiant šį uždavinį:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{FDH}(x, y) &= \min_{\theta, \lambda_k} \theta \\ &\sum_{k=1}^K \lambda_k x_{ik} \leq \theta x_i, \quad i = 1, 2, \dots, p; \\ &\sum_{k=1}^K \lambda_k y_{jk} \geq y_j, \quad j = 1, 2, \dots, q; \\ &\sum_{k=1}^K \lambda_k = 1; \\ &\lambda_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, 2, \dots, K; \\ &\theta \text{ neapribotas;} \end{aligned} \quad (41)$$

Gali būti sudarytas atitinkamas modelis, orientuotas į produkcijos didinimą, kuris siektų nustatyti maksimalią produkcijos vektoriaus elementų daugiklio reikšmę.

C. Cazals ir kt. (2002) ir vėliau C. Daraio ir L. Simar (2005) pasiūlė tikimybinį gamybos proceso aprašymą. Pastarasis požiūris yra naudingas sudarant nuokrypiams atsparias gamybos ribas. Gamybos procesas gali būti apibūdinamas remiantis tikimybinio matu, (X, Y) iš $\mathbb{R}_+^p \times \mathbb{R}_+^q$. Šis jungtinis tikimybinis matas aprašomas tikimybine funkcija $H_{XY}(\cdot, \cdot)$, apibrėžta kaip:

$$H_{XY}(x, y) = \Pr(X \leq x, Y \geq y). \quad (42)$$

Funkcijos $H_{XY}(\cdot, \cdot)$ apibrėžimo sritis yra T ir $H_{XY}(x, y)$, ji gali būti interpretuojama kaip tikimybė, kad tam tikras SPV, veikiantis su gamybos planu (x, y) , bus dominuojantis (t. y. kitas SPV pagamins daugiau, naudodamas tiek pat sąnaudų arba

sunaudos mažiau sąnaudų, gamindamas ne mažiau produkcijos). Pastebėtina, kad ši funkcija yra nestandartinė, nes yra sudaryta iš kaupiamosios skirstinio funkcijos kintamajam X ir išlikimo (*survival*) funkcijos kintamajam Y .

Sąnaudų taupymo orientacijos problemose naudinga išskaidyti jungtinę tikimybinę funkciją:

$$\begin{aligned} H_{XY}(x, y) &= \Pr(X \leq x | Y \geq y) \Pr(Y \geq y) \\ &= F_{XY}(x | y) S_Y(y) \end{aligned} \quad (43)$$

priimant prielaidą apie sąlyginių tikimybių egzistavimą, t. y. $S_Y(y) > 0$.

Į sąnaudų taupymą orientuotas efektyvumo įvertis $\theta(x, y)$ gamybos planui $(x, y) \in T$ yra apibrėžiamas $\forall y | S_Y(y) > 0$ kaip:

$$\theta(x, y) = \inf \{ \theta | F_{XY}(\theta x | y) > 0 \} = \inf \{ \theta | H_{XY}(\theta x, y) > 0 \}. \quad (44)$$

Remiantis pastaruoju apibrėžimu, sąlyginis skirstinys $F_{XY}(\cdot | y)$ apima įmanomas sąnaudų kiekio reikšmes, X , tokiam SPV, kuris gamina produkcijos kiekį y . Atsižvelgiant į laisvo nustatymo prielaidą, apatinė šios aibės riba (projektuojant stebinius į koordinačių pradžios tašką sąnaudų arba produkcijos erdvėje) nustato Farrell efektyvumo ribą.

Neparametrinis įvertinys gaunamas pakeičiant pasiskirstymo funkciją $F_{XY}(x | y)$ jos empiriniu atitikmeniu:

$$\hat{F}_{XY,K}(x | y) = \frac{\sum_{k=1}^K I(X_k \leq x, Y_k \geq y)}{\sum_{k=1}^K I(Y_k \geq y)}, \quad (45)$$

kur $I(\cdot)$ yra rodiklinė funkcija.

Dalinės m -tosios eilės gamybos funkcijos. Kaip teigia C. Cazals ir kt. (2002), esant sąnaudų taupymo orientacijai, FDH efektyvumo įvertis, apibrėžtas (35) lygtimi, yra apskaičiuojamas kaip

$$\hat{\theta}_{FDH}(x, y) = \inf \{ \theta | (\theta x, y) \in \hat{T}_{FDH} \} = \inf \{ \theta | \hat{F}_{XY,K}(\theta x | y) > 0 \}. \quad (46)$$

Pastarasis įvertinys yra deterministinis – priimama prielaida, kad visi stebiniai priklauso tikrajai technologijos aibei, $\Pr((x_k, y_k) \in T) = 1$. Taigi įvertinys yra jautrus išskirtims, kurios gali paslinkti apatinę $\hat{F}_{XY,K}(x | y)$ ribą. Kaip sprendimą minėtai išskirčių problemai C. Cazals ir kt. (2002) pasiūlė atskaitos tašku naudoti tikėtiną m kintamųjų $\{X_l\}_{l=1,2,\dots,m}$, atsitiktinai sugeneruotų iš sąlyginio skirstinio $\hat{F}_{XY,K}(x | y)$, reikšmę (dėl to vartojamas terminas m -tosios eilės riba), o ne apatinę skirstinio $\hat{F}_{XY,K}(x | y)$ ribą.

C. Daraio ir L. Simar (2007b) pasiūlė procedūrą, leidžiančią įvertinti sąnaudų taupymo m -tosios eilės ribas. Duotajam produkcijos lygiui y generuojama

nepriklausomai ir identišškai pasiskirsčiusių m kintamųjų $\{X_l\}_{l=1,2,\dots,m}$ iš sąlyginio p -mačio skirstinio $F_{X|Y}(x|y)$. Taip suformuojama atsitiktinė m -tosios eilės gamybos galimybių aibė, sudaryta iš SPV, gaminančių ne mažiau nei y :

$$\tilde{T}_m(y) = \{(x, y') \in \mathbb{R}_+^{p+q} \mid X_l \leq x, y' \geq y, l=1, 2, \dots, m\}. \quad (47)$$

Tokiu atveju m -tosios eilės efektyvumo įvertis apskaičiuojamas kaip:

$$\theta_m(x, y) = E_{X|Y}(\tilde{\theta}_m(x, y) \mid Y \geq y), \quad (48)$$

kur $\tilde{\theta}_m(x, y) = \inf\{\theta \mid (\theta x, y) \in \tilde{T}_m(y)\}$, o $E_{X|Y}$ yra tikėtina reikšmė atsižvelgiant į skirstinį $F_{X|Y}(\cdot|y)$.

Atsižvelgiant į tai, kad m -tosios eilės riba gali būti sudaryta vertinamajam stebiniui nepatekus į atsitiktinę imtį (t. y. $(x, y) \notin T$), į sąnaudų taupymą orientuoti Farrell efektyvumo įverčiai nebūtinai priklauso intervalui $[0,1]$ ir gali viršyti vienetą. Didėjant atsitiktinės imties dydžiui, $m \rightarrow \infty$, tikimybiniai vertiniai artėja prie deterministinių: $T_m \rightarrow T$ ir $\theta_m(x, y) \rightarrow \theta(x, y)$, tačiau pasiekama tik asimptotinė konvergencija.

Empirinis efektyvumo įvertinys, $\theta_m(x, y)$, gaunamas naudojantis empirine skirstinio $F_{X|Y}(\cdot|y)$ forma:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{m,n}(x, y) &= \hat{E}_{X|Y}(\tilde{\theta}_m(x, y) \mid Y \geq y) \\ &= \int_0^\infty (1 - \hat{F}_{X|Y}(ux|y))^m du \\ &= \hat{\theta}_{FDH}(x, y) + \int_{\hat{\theta}_{FDH}(x, y)}^\infty (1 - \hat{F}_{X|Y}(ux|y))^m du \end{aligned} \quad (49)$$

Taigi m -tosios eilės efektyvumo įverčius galima gauti apskaičiuojant vienmatį integralą. Vietoje to galima taikyti Monte Karlo procedūrą, aprašytą C. Daraio ir L. Simar (2007b). Esant duotam produkcijos lygiui, y , generuojama m stebinių imtis su gražinimu iš $x_k \mid y_k \geq y$. Ši imtis žymima $\{X_{l,b}\}_{l=1,2,\dots,m}$. Apskaičiuojami deterministiniai

FDH efektyvumo įverčiai, $\tilde{\theta}_m^b(x, y) = \min_{l=1,2,\dots,m} \left\{ \max_{i=1,2,\dots,p} \left\{ \frac{X_{l,b}^i}{x^i} \right\} \right\}$. Procedūra kartojama B kartų, pakartojimus žymint $b=1, 2, \dots, B$. Apskaičiuojamas m -tosios eilės efektyvumo įvertis:

$$\hat{\theta}_{m,n}(x, y) \approx \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \tilde{\theta}_m^b(x, y)$$

Paprastai skaičiavimuose pakanka naudoti $B=200$. Efektyvumo tyrimų praktikoje dažniausiai naudojami matematiniai paketai (Wilson, 2008).

Dalinės α eilės gamybos funkcijos. Y. Aragon ir kt. (2005) pastebėjo, kad efektyvumo įverčių apibrėžimas (44) remiasi pirmos eilės sąlyginiu kvantiliu, X esant $y \leq Y$. Jie pasiūlė gamybos funkcijos koncepciją, paremtą tolydžiu dydžiu (eile) $\alpha \in (0,1]$. Pažymėtina, kad m -tosios eilės ribos (Cazals et al., 2002) yra siejamos su

diskrečiu parametru m . Parametras $(1-\alpha)\times 100\%$ gali būti interpretuojamas kaip tikimybė, kad tam tikras SPV (gamybos planas) bus dominuojantis tarp gaminančių bent tiek pat produkcijos (arba naudojančių ne daugiau sąnaudų) po to, kai sąnaudos yra sumažinamos (arba produkcija yra padidinama) atsižvelgiant į efektyvią gamybos ribą. Pažymėtina, kad α eilės matai lemia skirtingų stebinių (ne)patekimą į imtį, o m -tosios eilės matai – skirtingų gamybos ribų sudarymą.

A. Daouia ir L. Simar (2007) pasiūlė α eilės sąlyginius (produkcijos arba sąnaudų kiekio atžvilgiu) efektyvumo matavimus daugelio tipų sąnaudų ir produkcijos technologijai. Sąnaudų taupymo orientacijos α kvantilio efektyvumo SPV įvertinys $(x, y) \in T$ yra apibrėžiamas kaip:

$$\theta_\alpha(x, y) = \inf \{ \theta \mid F_{x|y}(\theta x \mid y) > 1 - \alpha \}, \quad (50)$$

kur y yra toks, kad $S_y(y) > 0$ ir $\alpha \in (0, 1]$. Produkcijos didinimo orientacijos α kvantilio efektyvumo SPV įvertinys $(x, y) \in T$ yra apibrėžiamas kaip:

$$\lambda_\alpha(x, y) = \sup \{ \lambda \mid S_{y|x}(\lambda y \mid x) > 1 - \alpha \}, \quad (51)$$

kur x yra toks, kad $F_x(x) > 0$ ir $\alpha \in (0, 1]$.

Matai, aprašyti (50) ir (51), gali būti įvertinti naudojantis empiriniais įverčiais, aprašytais (45). Taigi empiriniai sąnaudų taupymo ir produkcijos didinimo efektyvumo įvertiniai yra:

$$\hat{\theta}_{\alpha,n}(x, y) = \inf \{ \theta \mid \hat{F}_{x|y}(\theta x \mid y) > 1 - \alpha \}, \quad (52)$$

$$\hat{\lambda}_{\alpha,n}(x, y) = \sup \{ \lambda \mid \hat{S}_{y|x}(\lambda y \mid x) > 1 - \alpha \}. \quad (53)$$

Minėti įvertiniai paprastai apskaičiuojami taikant dalinius efektyvumo rodiklius (Daouia, Simar, 2007). Tegu $M_y = \sum_{k=1}^K I(Y_k \geq y) > 0$ ir

$$\xi_k = \max_{i=1,2,\dots,p} \left\{ \frac{X_k^i}{x^i} \right\}, k = 1, 2, \dots, K. \quad (54)$$

Kiekvienam $l = 1, 2, \dots, M_y$ pažymimas $\xi_{(l)}^y$ toks stebinių ξ_k pertvarkymas, kai $Y_k \geq y$: $\xi_{(1)}^y \leq \xi_{(2)}^y \leq \dots \leq \xi_{(M_y)}^y$. Tada šią empirinę pasiskirstymo funkciją galima aprašyti:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{x|y,K}(\theta x \mid y) &= \frac{\sum_{k|Y_k \geq y} I(X_k \leq \theta x)}{M_y} = \frac{\sum_{k|Y_k \geq y} I(\xi_k \leq \theta)}{M_y} = \frac{\sum_{l=1}^{M_y} I(\xi_{(l)}^y \leq \theta)}{M_y} \\ &= \begin{cases} 0 & \text{if } \theta < \xi_{(1)}^y \\ l / M_y & \text{if } \xi_{(l)}^y \leq \theta \leq \xi_{(l+1)}^y, l = 1, \dots, M_y - 1 \\ 1 & \text{if } \theta > \xi_{(M_y)}^y \end{cases}. \quad (55) \end{aligned}$$

Taigi

$$\hat{\theta}_{\alpha,n}(x,y) = \begin{cases} \xi_{((1-\alpha)M_y)}^y & \text{jei } (1-\alpha)M_y \in \mathbb{N}^* \\ \xi_{([\alpha N_x]+1)}^y & \text{kitu atveju} \end{cases}, \quad (56)$$

kur \mathbb{N}^* žymi teigiamų sveikųjų skaičių aibę, o $[(1-\alpha)M_y]$ – sveikąją skaičiaus $(1-\alpha)M_y$ dalį.

Produkcijos didinimo α kvantilio efektyvumo įverčiai gaunami panašiu būdu.

Tegu $N_x = \sum_{k=1}^K I(X_k \leq x) > 0$, ir apibrėžkime dalinius efektyvumo rodiklius

$$\psi_k = \max_{j=1,2,\dots,q} \left\{ \frac{Y_k^j}{y^j} \right\}, k=1,2,\dots,K \quad (57)$$

Kiekvienam $l=1,2,\dots,N_x$ pažymime $\psi_{(l)}^x$ tokį stebinių ψ_k pertvarkymą, kad $X_k \leq x$: $\psi_{(1)}^x \leq \psi_{(2)}^x \leq \dots \leq \psi_{(N_x)}^x$. Tada

$$\begin{aligned} \hat{S}_{Y|X,K}(\lambda,y|x) &= \frac{\sum_{k|X_k \leq x} I(\psi_k \leq \lambda)}{N_x} = \frac{\sum_{l=1}^{N_x} I(\psi_{(l)}^x \leq \lambda)}{N_x} \\ &= \begin{cases} 0 & \text{if } \lambda < \psi_{(1)}^x \\ l/N_x & \text{if } \psi_{(l)}^x \leq \lambda \leq \psi_{(l+1)}^x, l=1,\dots,N_x-1 \\ 1 & \text{if } \lambda > \psi_{(N_x)}^x \end{cases}. \end{aligned} \quad (58)$$

Taigi

$$\hat{\lambda}_{\alpha,n}(x,y) = \begin{cases} \psi_{(\alpha N_x)}^y & \text{jei } \alpha N_x \in \mathbb{N}^* \\ \psi_{([\alpha N_x]+1)}^y & \text{kitu atveju} \end{cases}, \quad (59)$$

kur žymėjimai analogiškai pateiktiesiems su lygtimi (56).

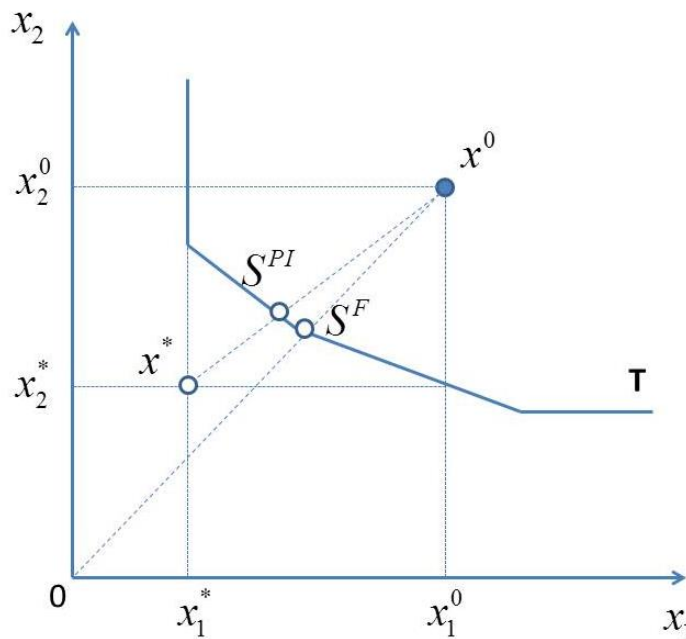
Efektyvumo įvertiniai, $\hat{\lambda}_{\alpha,n}$ ir $\hat{\theta}_{\alpha,n}$, konverguoja į atitinkamus deterministinius FDH įvertinius, kai $\alpha \rightarrow 1$. Paketas *FEAR* (Wilson, 2008) gali būti naudojamas įvertinant kvantilinius efektyvumo matus.

2. 2. 3. Daugiakryptė efektyvumo analizė

P. Bogetoft ir J. L. Hougaard (1999) pasiūlė daugiakryptės efektyvumo analizės (MEA – *Multi-directional Efficiency Analysis*) metodą, kuris vėliau buvo pritaikytas atliekant efektyvumo vertinimo tyrimus įvairiuose sektoriuose (Asmild et al., 2003; Holvad et al., 2004; Hougaard et al., 2004). Pagrindiniai pasiūlyto metodo komponentai yra atskaitos idealiojo plano pasirinkimas ir efektyvumo indekso įvertinimas. Taikant

minėtąjį metodą, galima įvertinti ne tik bendrąjį išteklių taupymo ar produkcijos didinimo rodiklį, bet ir specifinį kiekvienam gamybos veiksmui arba produktui.

Į sąnaudų taupymą orientuotas daugiakryptės efektyvumo analizės modelis pateiktas 9 pav. Farrell efektyvumo matavimo atveju pradinis stebiny yra projektuojamas ant technologinės gaubtinės koordinačių pradžios taško kryptimi ir optimalus gamybos planas apibrėžiamas kaip taškas S^F . Daugiakryptės efektyvumo analizės atveju kiekvienas stebiny projektuojamas skirtinga kryptimi, t. y. randamas idealusis atskaitos planas x^* , kuris paprastai nėra galimasis. Pastarojo plano kryptimi projektuojamas pradinis stebiny ir optimalus gamybos planas randamas taške S^{PI} . Lyginant atskiras pradinio taško ir optimalaus taško S^{PI} koordinates, galima įvertinti kiekvieno gamybos veiksnio efektyvumą technologiniame procese.



9 pav. Farrell efektyvumo matas ir daugiakryptė efektyvumo analizė
 Idealojo plano radimui taikomas tiesinio programavimo modelis:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\bar{x}_i, \lambda_k} \bar{x}_i \\
 & \sum_{k=1}^K \lambda_k x_i^k \leq \bar{x}_i, \\
 & \sum_{k=1}^K \lambda_k x_{(-i)}^k \leq x_{(-i)}^t, \quad (-i) = 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, m; \\
 & \sum_{k=1}^K \lambda_k y_j^k \geq y_j^t, \quad j = 1, 2, \dots, n; \\
 & \sum_{k=1}^K \lambda_k = 1, \\
 & \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K,
 \end{aligned} \tag{60}$$

Optimalusis gamybos planas S^{PI} randamas prieš tai apskaičiuavus efektyvumo rodiklį:

$$\begin{aligned} & \max_{\beta, \lambda_k} \beta \\ & \sum_{k=1}^K \lambda_k x_i^k \leq x_i^t - \beta(x_i^t - x_i^*), \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ & \sum_{k=1}^K \lambda_k y_j^k \geq y_j^t, \quad j = 1, 2, \dots, n; \\ & \sum_{k=1}^K \lambda_k = 1, \\ & \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K, \end{aligned} \tag{61}$$

Taigi optimalųjį gamybos planą galima aprašyti kaip:

$$\begin{aligned} S^{PI}(x) &= x - \beta^*(x - x^*(x)) \\ &= \beta^* x^*(x) + (1 - \beta^*)x \end{aligned} \tag{62}$$

Optimalusis gamybos planas (esant į sąnaudų taupymą orientuotam modeliui) bus m -matis vektorius, $S^{PI}(x) = (x_1^{PI}, x_2^{PI}, \dots, x_m^{PI})$. Atlikus minėtus skaičiavimus, galima įvertinti gamybos veiksnų panaudojimo efektyvumą. Apskaičiuojant kiekvieno veiksnio efektyvumą, atsižvelgiama į faktines ir optimalaus gamybos plano veiksnų sąnaudas:

$$E_i = \frac{x_i^{PI}}{x_i}, i = 1, 2, \dots, m.$$

2. 2. 4. Stochastinė ribų analizė

Stochastinė ribų analizė (*stochastic frontier analysis*) – parametrinis efektyvumo matavimo metodas. Paprasčiausia šio metodo forma leidžia įvertinti gamybos ribas, esant vieno produkto ir daugelio išteklių technologijai. Tačiau tolesnės modifikacijos (atstumo funkcijos) leidžia panaikinti šį apribojimą. Skirtingai nuo MKM ir KMKM, SRA modeliuose atsižvelgiama tiek į efektyvumo dėmenį u , tiek į paklaidos dėmenį v . Pradinis modelis, pasiūlytas D. J. Aigner ir kt. (1977) ir W. Meeusen, J. van den Broeck (1977), išreiškiamas taip:

$$y^k = f(x^k)TE_k e^{v^k} \tag{63}$$

Šis modelis po logaritminės transformacijos yra užrašomas taip:

$$\begin{aligned} y^k &= f(x^k, \beta) + v^k - u^k \\ v^k &\sim N(0, \sigma_v^2), u^k \sim N_+(0, \sigma_u^2), \end{aligned} \tag{64}$$

kur $N_+(\cdot)$ žymi pusiau normalųjį skirstinį, nupjauant prie nulinio taško. W. H. Greene (2008) pristatė daugelį kitų galimų pasiskirstymo funkcijų, t. y. nupjautų normaliųjų, eksponentinių ir gama. Maksimalaus tikėtimumo metodas (*maximum likelihood method*) yra naudojamas įvertinant parametrus β , u ir v . Tam tikro SPV techninis efektyvumas apskaičiuojamas tokiu būdu: $TE_k = E(\exp(-u))$, tačiau jo apskaičiuoti tiesiogiai negalima, nes dydis u nėra žinomas.

Taikant SRA metodą paprastai naudojamos dvi funkcinės formos, t. y. Cobb ir Douglas (Cobb, Douglas, 1928) ir translogaritminė (Christensen et al., 1971, 1973). Cobb ir Douglas gamybos funkcija išreiškiama taip:

$$\ln y_k = \ln \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \ln x_i^k + v^k - u^k \quad (65)$$

Translog (translogaritminė arba transcendentinė logaritminė gamybos funkcija) yra Cobb ir Douglas gamybos funkcijos apibendrinimas, kurio išraiška yra:

$$\ln y_k = \beta_0 + \sum_{i=1}^m \beta_i \ln x_i^k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m \beta_{il} \ln x_i^k \ln x_l^k + v^k - u^k \quad (66)$$

Kaip matyti funkcijų (65) ir (66) lygtyse, aprašytos gamybos ribos sudaromos esant vieno produkto tipo gamybos technologijai. Norint įvertinti sudėtingesnę gamybos technologiją ir gamybos efektyvumą, galima taikyti 1) atstumo funkciją arba 2) agreguotą produkcijos kiekį.

Sudarant atstumo funkcijas galima pasinaudoti tam tikromis Shepard atstumo funkcijos ypatybėmis, plg. lygtis (8) ir (11). Atsižvelgiant į tai, kad $D_I(x, y)$ yra homogeniška laipsnyje +1 x atžvilgiu ir $D_O(x, y)$ yra homogeniška laipsnyje +1 y atžvilgiu, galioja šios lygybės:

$$D_I^k(x^k, y^k) = x_m^k D_I^k\left(\frac{x^k}{x_m^k}, y^k\right), \quad (67)$$

$$D_O^k(x^k, y^k) = y_n^k D_O^k\left(x^k, \frac{y^k}{y_n^k}\right). \quad (68)$$

Logaritmuojant abi (67) ir (68) puses ir pakeičiant $-\ln D_I^k = -\ln D_O^k = -u^k$, kur u^k yra k -tojo SPV neefektyvumas, gauname:

$$\ln\left(\frac{1}{x_m^k}\right) = \ln D_I^k\left(\frac{x^k}{x_m^k}, y^k\right) - u^k, \quad (69)$$

$$\ln\left(\frac{1}{y_n^k}\right) = \ln D_O^k\left(x^k, \frac{y^k}{y_n^k}\right) - u^k. \quad (70)$$

Pastarosios dvi lygtys gali būti įvertinamos pridėdant paklaidos dėmenį v^k ir sudarant atitinkamą SRA modelį. Translogaritminė funkcija gali būti naudojama aproksimuojant sąnaudų ir produkcijos atstumų funkcijas. Laisvai pasirinkus tam tikrą

sąnaudų tipą x_m , normalizuojamas sąnaudų kiekių vektorius ir taip apibrėžiama homogeninė translogaritminė sąnaudų atstumo funkcija:

$$\ln\left(\frac{1}{x_m^k}\right) = a_0 + \sum_{i=1}^{m-1} a_i \ln \frac{x_i^k}{x_m^k} + \sum_{j=1}^n b_j \ln y_j^k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{m-1} \alpha_{il} \ln \frac{x_i^k}{x_m^k} \ln \frac{x_l^k}{x_m^k} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^n \beta_{jp} \ln y_j^k \ln y_p^k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln \frac{x_i^k}{x_m^k} \ln y_j^k + v^k - u^k. \quad (71)$$

Panašiai apibrėžiama translogaritminė produkcijos atstumo funkcija:

$$\ln\left(\frac{1}{y_n^k}\right) = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i \ln x_i^k + \sum_{j=1}^{n-1} b_j \ln \frac{y_j^k}{y_n^k} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^m \alpha_{il} \ln x_i^k \ln x_l^k + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{p=1}^{n-1} \beta_{jp} \ln \frac{y_j^k}{y_n^k} \ln \frac{y_p^k}{y_n^k} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_{ij} \ln x_i^k \ln \frac{y_j^k}{y_n^k} + v^k - u^k. \quad (72)$$

Lygtyse (71) ir (72) atitinkamai įvertinami tik parametrai a_1, a_2, \dots, a_{m-1} ir b_1, b_2, \dots, b_{n-1} , o likusieji apskaičiuojami kaip $a_m = 1 - \sum_{i=1}^{m-1} a_i$ ir $b_n = 1 - \sum_{j=1}^{n-1} b_j$.

Panašūs skaičiavimai gali būti taikomi ir kaštų ribai. Pavyzdžiui, W. H. Greene (2008) pristatė daugelio produktų kaštų funkcijos specifikaciją. Užtikrinus funkcijos homogeniškumą, ji išreiškiama taip:

$$\ln \frac{C_k}{w_m^k} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m-1} \alpha_i \ln \frac{w_i^k}{w_m^k} + \sum_{j=1}^n \beta_j \ln y_j^k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{m-1} \gamma_{il} \ln \frac{w_i^k}{w_m^k} \ln \frac{w_l^k}{w_m^k} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^n \delta_{jp} \ln y_j^k \ln y_p^k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n \phi_{ij} \ln \frac{w_i^k}{w_m^k} \ln y_j^k + v^k + u^k, \quad (73)$$

kur C_k yra k -tojo SPV kaštai, o w_i^k žymi i -tojo tipo sąnaudų kainą k -tajam SPV.

Agreguotas produkcijos kiekis gali būti apskaičiuojamas tam, kad, turint vieną produkcijos rodiklį, nereikėtų naudoti atstumo funkcijų. Paprasčiausias agregavimo būdas yra kiekio indeksai, tačiau dažniausiai jų negalima naudoti, nes nėra žinomos išteklių kainos. L. Liu ir kt. (2012) pasiūlė taikyti duomenų apgaubties modelį, paremtą tiesiniu programavimu. Taikant apgaubties modelį, agreguota produkcijos apimtis įvertinama atsižvelgiant į kitų SPV pasiektus rezultatus. Tarkime, nagrinėjamas produkcijos kiekių vektorius $y^0 = (y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0)$. Pirmiausia apskaičiuojamas neparametrinis įvertis $\hat{F}(y^0)$:

$$\hat{F}(y^0) = \max_{\theta, \lambda^k} \theta$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k y_j^k \geq \theta y_j^0, j = 1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k = 1,$$

$$\lambda_k \geq 0, k = 1, 2, \dots, K$$
(74)

Gautasis įvertis yra atvirkštinis agreguoto produkcijos kiekio matas. Taigi agreguotas produkcijos kiekis apskaičiuojamas kaip $F^*(y^0) = 1/\hat{F}(y^0)$.

2. 2. 5. Stochastinė nparametrinė duomenų gaubtinė

Nparametriniai efektyvumo analizės metodai (pvz., DAA) leidžia sudaryti gamybos ribą iš anksto nepriimant jokių prielaidų apie jos funkcinę formą ar paklaidų skirstinius. Kita vertus, šie metodai dažniausiai yra deterministiniai ir ignoruoja statistinį triukšmą. Siekiant įvertinti statistinį triukšmą (paklaidas) deterministiniai nparametriniai metodai buvo papildyti savirankos metodika, aptarta ankstesniame skyriuje. T. Kuosmanen ir M. Kortelainen (2012) pasiūlė stochastinę nparametrinę metodą, leidžiantį tiek sudaryti nparametrinę gamybos funkciją, tiek atsižvelgti į statistinį triukšmą.

Stochastinė nparametrinė duomenų gaubtinė (*StoNED*, *stochastic non-parametric envelopment of data*) remiasi minimalios ekstrapoliacijos, laisvo nustatymo ir iškilumo prielaidomis, tačiau į modelį įtraukiamas paklaidos veiksnys. Paprasčiausias *StoNED* modelis leidžia įvertinti vieno produkto ir m sąnaudų gamybos funkciją. Taikant iškilos nparametrinės mažiausių kvadratų regresijos metodą įvertinama gamybos funkcija $y^k = \hat{g}(x^k) + v_k, k = 1, 2, \dots, K, y^k \in \mathfrak{R}_+, x^k \in \mathfrak{R}_+^m$:

$$\begin{aligned} & \min_{v_k, \alpha_k, \beta_i^k} \sum_{k=1}^K v_k^2 \\ & y^k = \alpha_k + \sum_{i=1}^m \beta_i^k x_i^k + v_k, \\ & \alpha_k + \sum_{i=1}^m \beta_i^k x_i^k \leq \alpha_h + \sum_{i=1}^m \beta_h^k x_i^k, \forall k, h = 1, 2, \dots, K, \\ & \beta_i^k \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, m, \forall k = 1, 2, \dots, K. \end{aligned} \tag{75}$$

Uždavinys siekia minimizuoti paklaidas, kurias aprašo pirmasis apribojimas (regresijos lygtis). Antrasis apribojimas užtikrina funkcijos įgaubtumą (gamybos galimybių aibės iškilumą) kiekvienam stebiniui. Trečiasis apribojimas užtikrina gamybos funkcijos monotoniškumą. Kiekvienam stebiniui priskiriamas savitas regresijos koeficientų vektorius (panašiai, kaip ir daugiklių DAA atveju). Pastebėtina, kad $\alpha_k \leq 0$ rodo didėjančią masto grąžą, $\alpha_k = 0$ – pastovią, $\alpha_k \geq 0$ – mažėjančią. Uždavinys sprendžiamas kaip kvadratinio programavimo problema.

Įvertinus (75) modelį, gautos paklaidos gali būti išskaidomos į atsitiktines paklaidas ir neefektyvumo dėmenį (žr. (64) lygtį). T. Kuosmanen ir M. Kortelainen (2012) pasiūlė taikyti momentų metodą. Pirmiausia apskaičiuojami antrasis ir trečiasis paklaidų skirstinio momentai:

$$m_2 = \sum_{k=1}^K (v_k - E(v_k))^2 / K, \quad (76)$$

$$m_3 = \sum_{k=1}^K (v_k - E(v_k))^3 / K,$$

kur $m_3 < 0$. Šie momentai yra tikrųjų momentų įverčiai:

$$\mu_2 = \frac{\pi - 2}{\pi} \sigma_u^2 + \sigma_v^2, \quad (77)$$

$$\mu_3 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) \sigma_u^3.$$

Taigi galima apskaičiuoti neefektyvumo ir atsitiktinės paklaidos standartinių paklaidų įverčius:

$$\hat{\sigma}_u = \left(\frac{m_3}{\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(1 - \frac{4}{\pi}\right)} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad \hat{\sigma}_v = \left(m_2 - \frac{\pi - 2}{2} \hat{\sigma}_u^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (78)$$

J. Jondrow ir kt. (1982) parodė, kad sąlyginis neefektyvumo u_k skirstinys, esant ϵ_k , yra ties 0 nupjautas normalusis skirstinys su vidurkiu $\mu_* = -\epsilon_k \sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \sigma_v^2)$ ir dispersija $\sigma_*^2 = \sigma_u^2 \sigma_v^2 / (\sigma_u^2 + \sigma_v^2)$. Taigi taškinis u_k įvertis gali būti apskaičiuojamas kaip sąlyginis vidurkis:

$$E(u_k | \epsilon_k) = \mu_* + \sigma_* \left[\frac{\phi(-\mu_* / \sigma_*)}{1 - \Phi(-\mu_* / \sigma_*)} \right], \quad (79)$$

kur $\phi(\cdot)$ yra standartinio normaliojo skirstinio tankio funkcija, o $\Phi(\cdot)$ yra standartinio normaliojo skirstinio pasiskirstymo funkcija. Efektyvumo rodiklis apskaičiuojamas kaip $TE_k = e^{-u_k}$.

2. 3. Efektyvumo veiksnių analizė

Šiame skyriuje aptariami matematiniai metodai, skirti efektyvumo įverčių ir jų dėšningumų analizei. Branduolio glodinimo metodas gali būti naudingas, pateikiant efektyvumo analizės rezultatus vizualiai, be to, jis taikomas ir neparametrinėje efektyvumo veiksnių analizėje. Pateikiami pusiau neparametrinis (dvigubos savirankos) ir neparametrinis (sąlyginių efektyvumo matų) efektyvumo veiksnių analizės modeliai.

2. 3. 1. Branduolio glodinimas

Gautieji efektyvumo įverčiai gali būti nagrinėjami taikant įvairius vienmatės ar daugiamatės statistikos metodus. Dažniausiai naudojamos histogramos. Deja, histogramos braižymas reikalauja iš anksto pasirinkto intervalų skaičiaus, kuris gali būti netinkamas empiriniams duomenims. Neparаметrinis branduolio tankio funkcijos įvertinimas (*kernel density estimation*) leidžia išvengti minėtų keblumų ir pavaizduoti dominančio kintamojo (pvz., efektyvumo įverčio) ėmimo skirstinį.

Kaip pažymėjo A. Mugeris ir M. R. Langemeier (2011), branduolio tankio funkcijos tampa vis populiarėsnės efektyvumo analizės priemonės. Pagrindiniai branduolio įverčių privalumai yra tolydi tankio funkcijos aproksimacija ir nepriklausomybė nuo histogramoje reikalingo intervalų skaičiaus, jų pločio. Taip pat nėra priimamos prielaidos apie efektyvumo įverčių skirstinio tipą. L. Simar ir V. Zelenyuk (2006) nurodo tris branduolio tankio įverčių taikymo sąlygas: 1) nagrinėjamas kintamasis turi būti apibrėžtas tam tikrame intervale, 2) turi būti naudojami suderinti įverčiai, 3) nagrinėjamas kintamasis turi būti tolydus. Silverman metodas patenkina 1) ir 3) sąlygas, o savirankos DAA – 2) sąlygą.

Galima išskirti dvi tankio funkcijų rūšis, t. y. sąlyginius ir nesąlyginius tankius. Sąlyginės tankio funkcijos naudojamos įvertinant sąlyginius tikimybių tankius, apibūdinančius tam tikrų kintamojo reikšmių dažnį esant tam tikroms kito kintamojo reikšmėms. Sudarytieji branduoliai leidžia atskleisti netiesinius ryšius tarp kintamųjų. Nesąlyginiai branduoliai naudojami analizuojant atskirų kintamųjų skirstinius ir gali būti naudingi vaizduojant daugiamodalinius skirstinius.

J. S. Racine (2008) apibūdino sąlyginius branduolius. Tegu $f(\cdot)$ ir $\mu(\cdot)$ bus atitinkamai jungtinės ir ribinės tankio funkcijos kintamiesiems (X, Y) ir X . Tegu Y bus priklausomas, o X – nepriklausomas kintamasis. Tokiu atveju stochastinis branduolys (sąlyginis skirstinys) gali būti:

$$\hat{g}(y|x) = \frac{\hat{f}(x, y)}{\hat{f}(x)} \quad (80)$$

Įvairių tipų skirstiniai gali būti naudojami, sudarant atitinkamas branduolio funkcijas. Sandauginis Gauso branduolys $\hat{f}(x, y)$ aprašomas taip:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h_x \sqrt{2\pi}} e^{-0.5 \left(\frac{x-x_i}{h_x} \right)^2} \frac{1}{h_y \sqrt{2\pi}} e^{-0.5 \left(\frac{y-y_i}{h_y} \right)^2} \quad (81)$$

o atitinkamas branduolys $\hat{f}(x)$:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h_x \sqrt{2\pi}} e^{-0.5 \left(\frac{x-x_i}{h_x} \right)^2}, \quad (82)$$

kur h_x ir h_y yra atitinkami glodinimo parametrai (*bandwidths*).

Gali būti nagrinėjami tiek ordinalieji (rangų), tiek kardinalieji kintamieji. Ordinaliesiems kintamiesiems taikomos specialios branduolių funkcijos (Racine, 2008). Nominaliesiems kintamiesiems naudojama J. Aitchison ir C. B. B. Aitken (1976) branduolio funkcija. T. Baležentis ir I. Kriščiukaitienė (2012) Lietuvos ūkininkų ūkių efektyvumui vertinti naudojo branduolio glodinimo metodą.

2.3.2. Dviguba saviranka

Efektyvumo analizė dažnai apima du etapus: 1) efektyvumo vertinimą ir 2) efektyvumo veiksnių vertinimą. Tokia analizės schema leidžia suprasti vyraujančius efektyvumo dėsningumus ir pateikti racionalius pasiūlymus strateginio valdymo (politikos) tobulinimui. Antrojo etapo analizei taikomi įvairūs metodai (Hoff, 2007; Bogetoft, Otto, 2011).

Pirmuosiuose efektyvumo veiksnių tyrimuose buvo naudojamas mažiausių kvadratų metodas. Šis metodas yra patrauklus tuo, kad jo koeficientus lengva įvertinti ir interpretuoti. Tačiau efektyvumo įverčiai skiriasi nuo įprastų kintamųjų tuo, kad jie yra apriboti tam tikrame reikšmių intervale atsižvelgiant į atstumo funkcijos tipą ir orientaciją. Taigi tyrimuose buvo pradėtas naudoti cenzūruotos regresijos (Tobit) modelis. L. Simar ir P. Wilson (2007) pastebėjo, kad cenzūruotos regresijos modeliui yra būdingi tam tikri trūkumai. Pirma, duomenų generavimo procesas negeneruoja cenzūruotų kintamųjų. Efektyvumo įverčių koncentracija apie kritines reikšmes yra labiau lemiamą baigtinio ėmimo. Antra, cenzūruoto modelio paklaidos pasižymi serijine koreliacija. Siekdami išspręsti šias problemas, jie pasiūlė naudoti nupjautą (*truncated*) regresiją ir saviranką (Efron, Tibshirani, 1993). Pasiūlyta metodika vadinama dviguba saviranka (*double bootstrap*).

Dvigubos savirankos procedūra buvo taikyta įvairiuose efektyvumo tyrimuose (Assaf, Agbola, 2011; Alexander et al., 2010; Afonso, Aubyn, 2006). Dvigubos savirankos metodika taip pat buvo taikyta ir žemės ūkio sektoriaus efektyvumo tyrimuose. L. Latruffe ir kt. (2008) analizavo Čekijos ūkininkų ūkių ir žemės ūkio bendrovių veiklos efektyvumą. K. Balcombe ir kt. (2008b) naudojo dvigubos savirankos metodiką tirdami ryžių auginimą Bangladeše. K. Olson ir L. Vu (2009) naudojo savirankos ir dvigubos savirankos metodus, tirdami ūkininkų ūkių efektyvumą.

Dvigubos savirankos metodika (čia pristatomas algoritmas #2, pateiktas L. Simar ir P. Wilson, 2007) yra sudaryta iš dviejų dalių. Pirmiausia įvertinamas techninis efektyvumas, atsižvelgiant į aiškinamuosius kintamuosius. Tada saviranka taikoma nupjautos regresijos modeliui.

Gamybos technologija ir efektyvumo matai. Veiklos analizė gamybos technologiją apibūdina sąnaudų, aprašomų $(1 \times p)$ vektoriumi $x \in \mathfrak{R}_+^p$, ir produkcijos, aprašomos $(1 \times q)$ vektoriumi $y \in \mathfrak{R}_+^q$, atžvilgiu. Be to, $(1 \times r)$ vektorius $z \in \mathfrak{R}_+^r$ yra sudarytas iš aprašomųjų (kontekstinių) kintamųjų reikšmių. Technologijos aibė, T , apima visus įmanomus gamybos planus:

$$T = \{(x, y) \in \mathfrak{R}_+^{p+q} \mid x \text{ gali pagaminti } y\}. \quad (83)$$

Į produkcijos didinimą orientuotas M. J. Farrell (1957) efektyvumo matas laisvai pasirenkamam stebiniui, (x_0, y_0) , aprašomas kaip:

$$\delta_0 = \delta(x_0, y_0 \mid T) \equiv \sup \{\delta \mid (x_0, \delta_0 y_0) \in T, \delta > 0\}. \quad (84)$$

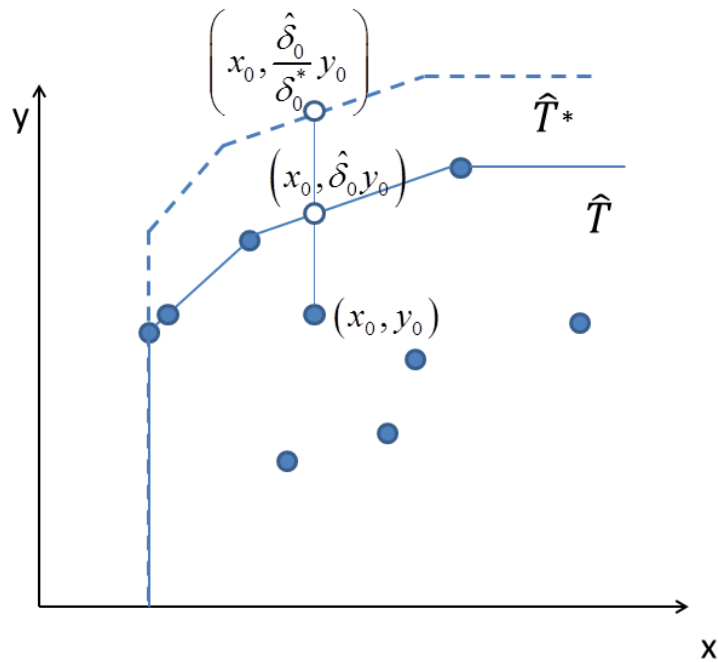
Tikroji gamybos technologija paprastai nėra žinoma, taigi efektyvumo analizė remiasi jos aproksimacija, sudaryta pagal turimą imtį, $S_K = \{(x_k, y_k, z_k)\}_{k=1}^K$, kur k žymi atitinkamus SPV. Priėmus laisvo nustatymo ir iškilumo prielaidas, technologijos aibės T įvertinys yra aprašomas kaip:

$$\hat{T} = \left\{ (x, y) \in \mathfrak{R}_+^{p+q} \left| \begin{array}{l} \sum_{k=1}^K \lambda_k x_{i,k} \leq x_i, \sum_{k=1}^K \lambda_k y_{j,k} \geq y_j, \sum_{k=1}^K \lambda_k = 1, \\ i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, q, k = 1, 2, \dots, K \end{array} \right. \right\}. \quad (85)$$

Taigi Farrell efektyvumo matas produkcijos didinimo orientacijai gali būti įvertintas taikant šį tiesinio programavimo uždavinį:

$$\hat{\delta}_0 = \max \left\{ \delta > 0 \left| \begin{array}{l} \sum_{k=1}^K \lambda_k x_{i,k} \leq x_{i,0}, \sum_{k=1}^K \lambda_k y_{j,k} \geq \delta y_{j,0}, \sum_{k=1}^K \lambda_k = 1, \\ i = 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, q, k = 1, 2, \dots, K \end{array} \right. \right\}, \quad (86)$$

kur δ_0 tampa didesnis, stebiniui (gamybos planui) (x_0, y_0) tolstant nuo efektyvumo ribos. Grafinė modelio interpretacija pateikiama 10 pav. Ištininė linija žymi technologijos aibės įvertį, \hat{T} (tikroji technologijos aibė žymima T). pažymėtina, kad tikroji technologijos (gamybos galimybių) aibė lieka nežinoma ir yra aproksimuojama savirankos būdu sudarytomis ribomis. Jų pagrindu sudaryta riba 10 pav. žymima punktyrine linija. Pasirinktas stebiny (x_0, y_0) yra projektuojamas į efektyvumo ribą, išlaikant pastovias proporcijas tarp skirtingų produktų tipų taške $(x_0, \delta_0 y_0)$. Produktų erdvėje tai atitiktų judėjimą spinduliu (tiese) nuo koordinatų pradžios taško link efektyvumo ribos.



10 pav. Produkcijos didinimo DAA modelis ir savirankos riba

Gautieji efektyvumo įverčiai gali būti toliau tiriami antrajame etape. Šiame etape yra svarbūs du klausimai: 1) reikia įvertinti tikrąją gamybos ribą ir 2) susieti (tikruosius) efektyvumo įverčius su aiškinamaisiais (kontekstiniais) kintamaisiais. Savirankos procedūra leidžia įvertinti tikrąją gamybos ribą, o nupjauta regresija taikoma sprendžiant antrąją problemą.

Nupjauta regresija. Regresijos lygtis yra užrašoma kaip:

$$g_k = z_k \beta + \varepsilon_k, \tag{87}$$

kur β yra $(r \times 1)$ parametru, susijusių su atitinkamais aiškinamaisiais (nepriklausomais) kintamaisiais, vektorius, o $\varepsilon_k \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ yra nepriklausomai pasiskirsčiusios paklaidos visiems $k = 1, 2, \dots, K$. Kintamasis g_k vadinamas nupjautu iš kairės ties reikšme c_k , jei stebime $\theta_k = g_k$ visiems $g_k \geq c_k$, o kitu atveju stebiniai apskritai neužfiksuojami (Simar, Wilson, 2007)⁵.

Nupjautos regresijos lygtis įvertinama maksimalaus tikėtimumo metodu. Pažymėtina, kad priklausomas kintamasis g_k , atsižvelgiant į prielaidą, yra pasiskirstęs

⁵ L. Simar ir P. Wilson (2007) pažymi, kad cenzūruotos regresijos atveju vietoje stebinių g_k stebime $\theta_k = \begin{cases} z_k \beta + \varepsilon_k & \text{jei } z_k \beta + \varepsilon_k > c_k \\ c_k & \text{kitu atveju} \end{cases}$. Šiuo atveju g_k yra vadinamas cenzūruotu iš kairės ties konstanta c_k .

pagal normalųjį skirstinį su nupjovimu iš kairės ties reikšme c_k , (87) lygties parametrai β įvertinami, maksimizuojant šią tikėtinumo funkciją:

$$L = \prod_{k=1}^K \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \phi\left(\frac{\theta_k - z_k \beta}{\sigma_\varepsilon}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{c_k - z_k \beta}{\sigma_\varepsilon}\right)\right]^{-1}, \quad (88)$$

kur $\phi(\cdot)$ ir $\Phi(\cdot)$ yra atitinkamai standartinio normaliojo skirstinio tankio ir pasiskirstymo funkcijos.

Atlikdami produkcijos didinimo efektyvumo analizę gauname efektyvumo įverčius, didesnius už 1, t. y. susiduriame su nupjovimu iš kairės ties reikšme 1. Taigi efektyvumo veiksnių analizei naudojama ši regresijos lygtis:

$$\hat{\delta}_k = z_k \beta + \varepsilon_k \geq 1, \quad (89)$$

kur $\hat{\delta}_k$ yra δ_k įvertis (žr. (86) lygtį).

Dvigubos savirankos algoritmas. L. Simar ir P. Wilson (2007) pristatė du dvigubos savirankos algoritmus. Šiame darbe pristatomas algoritmas #2. Minėtas algoritmas apima du svarbiausius etapus: 1) tikroji (nepaslinkta) gamybos riba įvertinama koreguojant produkcijos kiekius, 2) nupjauta regresija naudojama susiejant aiškinamuosius kintamuosius su efektyvumo įverčiais z_k . Pirmasis etapas grafiškai interpretuojamas 10 pav.: taškas $(x_0, \hat{\delta}_0 y_0 / \delta_0^*)$ vaizduoja savirankos sąnaudų – (koreguotos) produkcijos rinkinį. Dėl DAA kaip ribinio metodo prigimties tikroji gamybos riba dėl tokios simuliacijos gali judėti tolyn nuo koordinatų pradžios taško, bet ne artėti.

Algoritmas #2, pateiktas L. Simar ir P. Wilson (2007), vykdomas šia tvarka:

1. Taikant (86) gaunami Farrell efektyvumo įverčiai $\hat{\delta}_k = \delta(x_k, y_k | \hat{T})$, $\forall k = 1, 2, \dots, K$, atsižvelgiant į turimą duomenų imtį S_K .
2. Taikoma nupjauta regresija vertinant efektyvumo įverčių $\hat{\delta}_k > 1$ priklausomybę nuo nepriklausomų kintamųjų z_k , kaip aprašyta (89) lygtyje. Gaunami parametrų β ir σ_ε įverčiai $\hat{\beta}$ ir $\hat{\sigma}_\varepsilon$.
3. Žingsniai 3.1–3.4 kartojami L_1 kartų, taip gaunant K savirankos įverčių aibių, žymimų $B_k = \left\{ \hat{\delta}_{kb}^* \right\}_{b=1}^{L_1}$:

- 3.1. Kiekvienam $k = 1, 2, \dots, K$ generuojama ε_k iš skirstinio $N(0, \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$, nupjauto iš kairės ties reikšme⁶ $(1 - z_k \hat{\beta})$.
- 3.2. Kiekvienam $k = 1, 2, \dots, K$ apskaičiuojama $\delta_k^* = z_k \hat{\beta} + \varepsilon_k$, kur ε_k buvo gauta žingsnyje 3.1.
- 3.3. Nustatoma $x_k^* = x_k$ ir $y_k^* = \hat{\delta}_k y_k / \delta_k^*$ visiems $k = 1, 2, \dots, K$.
- 3.4. Nustatomi savirankos efektyvumo įverčiai $\hat{\delta}_k^* = \delta(x_k, y_k | \hat{T}^*)$, $\forall k = 1, 2, \dots, K$, kur \hat{T}^* gaunama (85) lygtyje pakeitus originalius stebinių duomenis gautaisiais žingsnyje 3.2, t. y. (86) modifikuojama pakeičiant kairiąsias nelygybių, esančių apribojimuose, puses.
4. Kiekvienam $k = 1, 2, \dots, K$ apskaičiuojami koreguoti efektyvumo įverčiai $\hat{\hat{\delta}}_k$. Tam naudojami savirankos pakartojimai B_k ir originalūs efektyvumo įverčiai $\hat{\delta}_k$:

$$\hat{\hat{\delta}}_k = \hat{\delta}_k - bias(\hat{\delta}_k) = \hat{\delta}_k - \left(\frac{1}{L_1} \sum_{b=1}^{L_1} \hat{\delta}_{kb}^* - \hat{\delta}_k \right)$$
5. Koreguotieji efektyvumo įverčiai $\hat{\hat{\delta}}_k$ naudojami kaip priklausomi kintamieji regresijos modelyje, o kintamieji z_k – kaip nepriklausomi, plg. (89). Taip gaunami pradiniai regresijos modelio parametų įverčiai $\left(\hat{\hat{\beta}}, \hat{\hat{\sigma}}_\varepsilon \right)$.
6. Žingsniai 6.1–6.3 kartojami L_2 kartų, taip gaunant savirankos regresijos parametų įverčių aibę $C = \left\{ \left(\hat{\hat{\beta}}^*, \hat{\hat{\sigma}}_\varepsilon^* \right) \right\}_{b=1}^{L_2}$:
- 6.1. Kiekvienam $k = 1, 2, \dots, K$ generuojama ε_k iš skirstinio $N(0, \hat{\hat{\sigma}}_\varepsilon^2)$ su nupjovimu iš kairės ties $(1 - z_k \hat{\hat{\beta}})$.
- 6.2. Kiekvienam $k = 1, 2, \dots, K$ apskaičiuojamas $\delta_k^{**} = z_k \hat{\hat{\beta}} + \varepsilon_k$, kur ε_k buvo gauta žingsnyje 6.1.

⁶ Nepriklausomi ir identiška pasiskirstę kintamieji iš skirstinio $N(0, \sigma^2)$ su nupjovimu iš kairės ties c generuojami naudojant standartinio normaliojo skirstinio pasiskirstymo funkciją $\Phi(\cdot)$, atvirkštinę funkciją, $\Phi^{-1}(\cdot)$ ir atsitiktinį tolydųjį kintamąjį v , kur $v \sim Uniform(0, 1)$. Sugeneravus v ir nustačius $v' = \Phi(c') + (1 - \Phi(c'))v$ su $c' = c / \sigma$ reikiamas dydis su nupjovimu iš kairės apskaičiuojamas kaip $u = \sigma \Phi^{-1}(v')$.

6.3. Sudaroma regresijos lygtis, kurioje δ_k^{**} yra nepriklausomas kintamasis, o z_k – priklausomi (plg. (89)). Taip gaunami maksimalaus tikėtino įverčiai $(\hat{\beta}^*, \hat{\sigma}_\varepsilon^*)$.

7. Naudojantis savirankos įverčiais C ir originaliais įverčiais $(\hat{\beta}, \hat{\sigma}_\varepsilon)$ apskaičiuojami pasikliautiniai parametru β elementų ir parametro σ_ε intervalai.

Pasikliautinis β_l , t. y. l -tojo vektoriaus β elemento, intervalas galėtų būti lengvai apskaičiuotas, jei būtų žinomas skirstinys $(\hat{\beta}_l - \beta)$. Šiuo atveju užtektų surasti

reikšmes a_α ir b_α , kai $\Pr(-b_\alpha \leq (\hat{\beta}_l - \beta) \leq -a_\alpha) = 1 - \alpha$. Tačiau skirstinys $(\hat{\beta}_l - \beta)$ yra nežinomas, todėl pasikliautinius intervalus galima sudaryti naudojantis savirankos

įverčiais $\hat{\beta}^*$: $\Pr(-b_\alpha^* \leq (\hat{\beta}_l^* - \hat{\beta}_l) \leq -a_\alpha^*) \approx 1 - \alpha$, kur $0 \leq \alpha \leq 1$ yra reikšmingumo lygmuo.

Vietoje a_α, b_α naudojami a_α^*, b_α^* . Pasikliautinis β_l intervalas apskaičiuojamas kaip $[\hat{\beta}_l + a_\alpha^*, \hat{\beta}_l + b_\alpha^*]$. Pastarasis metodas yra vadinamas centruotu procentilių metodu.

B. Efron ir R. J. Tibshirani (1993, p. 184f) pasiūlė koreguotą augantį (*bias-corrected accelerated, BC_a*) metodą pasikliautinių intervalų įvertinimui.

2. 3. 3. Sąlyginiai efektyvumo matai

Sąlyginiai m -tosios eilės efektyvumo matai pirmiausia buvo pasiūlyti vieno kintamojo analizei (Cazals et al., 2002), o C. Daraio ir L. Simar (2005) apibendrino šią metodiką daugelio kintamųjų analizei. Kaip pažymėjo K. De Witte ir M. Kortelainen (2013), vienas iš svarbiausių sąlyginių efektyvumo matų privalumų yra tai, kad jie leidžia įvertinti efektyvumą be atskiriamumo (*separability*) prielaidos. Atskiriamumo prielaida teigia, kad aiškinamieji (aplinkos) kintamieji veikia efektyvumo įverčių pasiskirstymą, o ne pačią gamybos ribą.

Aplinka, kurioje veikia tam tikras SPV, aprašoma atsitiktiniu aplinkos kintamųjų vektoriumi $Z = z \in \mathbb{R}^r$. Tuomet jungtinė tikimybinė funkcija, pateikta (42) lygtyje, gali būti papildyta šiuo būdu:

$$H_{XYZ}(x, y) = \Pr(X \leq x, Y \geq y | Z = z). \quad (90)$$

Tokiu atveju, orientuojantis į produkcijos didinimą, įmanomas šis išskaidymas:

$$\begin{aligned} H_{XY|Z}(x, y) &= \Pr(Y \geq y | X \leq x, Z = z) \Pr(X \leq x | Z = z) \\ &= S_{Y|X,Z}(y | x, z) F_X(x | z) \end{aligned} \quad (91)$$

Funkcijos $S_Y(y | x, z)$ atrama yra gamybos galimybių aibė, esant atsitiktinio vektoriaus realizacijai $Z = z$. Siekiant sumažinti išskirčių įtaką, efektyvumą galima matuoti, atsižvelgiant į m atsitiktinai sugeneruotų reikšmių, esant $X \geq x$. Pastaroji sąlyga užtikrina, kad nagrinėjami tik tokie gamybos planai, kuriems esant suvartojama ne daugiau sąnaudų, negu suvartojama gamybos plane, kurio efektyvumas yra vertinamas. Sąlyginis m -tosios eilės produkcijos didinimo efektyvumo įvertis apskaičiuojamas kaip:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_{m,K}(x, y | z) &= \hat{E}_{Y|X}(\tilde{\lambda}_m(x, y | z) | X \leq x, Z = z) \\ &= \int_0^\infty \left[1 - (1 - \hat{S}_{Y|X,Z}(uy | x, z))^m \right] du \end{aligned} \quad (92)$$

Lygtyje (92) įtraukiamas papildomas sąlyginis apribojimas, t. y. $Z = z$, todėl įvertinys turi būti glodinamas z atžvilgiu. Taigi, empirinis įvertinys yra papildomas branduolio tankiais:

$$\hat{S}_{Y|X}(y | x) = \frac{\sum_{k=1}^K I(X_k \leq x, Y_k \geq y) K_h(Z, z_k)}{\sum_{k=1}^K I(X_k \leq x) K_h(Z, z_k)}, \quad (93)$$

kur $K_h(\cdot)$ yra branduolio funkcija su atitinkamu glodinimo parametru (*bandwidth*) vektoriumi h . Sąlyginei efektyvumo analizei dažniausiai naudojami kompaktiškos atramos branduoliai (pvz., Epanechnikov branduolys). Aplinkos (aiškinamieji) kintamieji gali būti diskretieji ir tolydieji. J. Aitchison ir C. B. B. Aitken (1976) branduolys naudojamas nominaliesiems (nesutvarkytiems) diskretiesiems kintamiesiems, o Q. Li ir J. S. Racine (2007) branduolys – ranginiams (ordinaliesiems, sutvarkytiems) diskretiesiems kintamiesiems. P. Hall ir kt. (2004) ir Q. Li bei J. S. Racine (2008) pasiūlė mažiausių kvadratų kryžminio tikrinimo metodą glodinimo parametrus nustatyti. Be to, sąlyginiai efektyvumo matai gali būti integruojami ne tik su m -tosios eilės efektyvumo matais, bet ir su kitų tipų įvertiniais (plg. Zschille, 2012).

Aplinkos (aiškinamųjų) kintamųjų įtaka efektyvumui gali būti kiekybiškai įvertinta, apskaičiuojant sąlyginių ir nesąlyginių efektyvumo matų santykius:

$Q^z = \frac{\hat{\lambda}_{m,K}(x, y | z)}{\hat{\lambda}_{m,K}(x, y)}$. Visiškai neparimetriniame modelyje galima naudoti neparimetrinę regresiją, susiejant santykius Q_k^z su aplinkos kintamaisiais z_k . Tada regresijos lygtis gali būti užrašyta: $Q_k^z = f(z_k) + \epsilon_k$, $k = 1, 2, \dots, K$ (Racine ir Li, 2004).

Tiesiniai parametru $\alpha(z)$ ir $\beta(z^c)$ įverčiai apskaičiuojami minimizuojant šią funkciją:

$$\min_{\alpha, \beta} \sum_{k=1}^K \left(Q_k^z - \alpha - (z_k^c - z^c) \beta \right)^2 K_h(z, z_k), \quad (94)$$

kur $z^c \in z$ žymi tolydžiuosius z elementus. Statistinis aplinkos kintamųjų reikšmingumas gali būti įvertintas, taikant procedūras, aprašytas J. S. Racine ir kt. (2006). Šios procedūros yra įgyvendintos pakete *np* (Hayfield ir Racine, 2008). Naudojantis daliniais regresijos grafikai, galima nesudėtingai patikrinti aplinkos kintamųjų poveikio efektyvumo lygiui pobūdį. Į produkcijos didinimą orientuotame modelyje teigiamas regresijos kreivės nuolydis rodo teigiamą aplinkos kintamojo poveikį gamybiniam efektyvumui (Daraio, Simar, 2007b). Į sąnaudų taupymą orientuotame modelyje rezultatai interpretuojami priešingai: kylanti regresijos kreivė rodo neigiamą aplinkos kintamojo poveikį efektyvumui. Be to, siekiant atskleisti priklausomojo kintamojo elgseną, keičiantis nepriklausomiems kintamiesiems, nepateiktiems daliniame grafike, galima sudaryti dalinius regresijos grafikus skirtingiems nepriklausomų kintamųjų kvantiliams. Šie grafikai rodo atskiro aplinkos kintamojo poveikį efektyvumui kitų aplinkos kintamųjų reikšmėms esant atitinkamuose kvantiliuose. Taigi gautieji grafikai leidžia sudaryti tam tikrus regresijos kreivės pasikliautinuosius intervalus.

2. 4. Apibendrinimas

Išanalizavus mokslinę literatūrą, siūloma ši Lietuvos ūkininkų ūkių veiklos efektyvumo vertinimo metodika, pagrįsta neparimetrinių ribinių metodų taikymu:

1. Kadangi Lietuvoje vyrauja 3 ūkininkavimo tipai, vertinant ūkių veiklą, nagrinėtini augalininkystė, mišrūs ūkiai ir gyvulininkystė. Jų veiklą apibūdina šie rodikliai: ŽŪN (hektarais); darbo jėga (sąlyginių darbuotojų skaičius); tarpinis vartojimas (litais); turtas (litais); augalininkystės, gyvulininkystės ir kitos produkcijos vertė (apimtis). Piniginiais vienetais išreikšti rodikliai perskaičiuojami pagal realiuosius kainų indeksus.
2. Dalinių gamybos ribų modeliai taikomi įvertinant išskirčių kiekį tyrimo imtyje. Siekiant gauti tikslesnius rezultatus, taikytini α ir m eilės dalinių gamybos ribų metodai.
3. Atskirų gamybos veiksnių naudojimo efektyvumo vertinimas atliekamas taikant daugiakryptę efektyvumo analizę. Į sąnaudų taupymą orientuotas modelis leidžia nustatyti kiekvieno ūkininkavimo tipo ūkių probleminius gamybos veiksnus.
4. Ūkių neefektyvumo priežastys nustatomos naudojantis dvigubos savirankos metodu. Nagrinėtini šie neefektyvumo veiksniai: laiko trendas, ŽŪN plotas, kapitalo ir darbo jėgos santykis, ūkių specializacija, gamybos subsidijų (tiesioginių išmokų) ir produkcijos apimtys santykis.

Ši metodika leidžia įvairiapusiškai įvertinti gamybos efektyvumą skirtingų tipų Lietuvos ūkininkų ūkiuose.

3. LIETUVOS ŪKININKŲ ŪKIŲ EFEKTYVUMO ANALIZĖ

Šiame skyriuje pristatomas pasiūlytos efektyvumo vertinimo metodikos empirinis taikymas. Aptariami dalinių gamybos ribų, daugiakryptės efektyvumo analizės ir dvigubos savirankos rezultatai.

Ūkių veiklos efektyvumui vertinti buvo naudojami ūkininkų ūkių duomenys iš Ūkių apskaitos duomenų tinklo (ŪADT) (Lietuvos agrarinės ekonomikos institutas, 2010). Imtis buvo sudaryta iš 2004–2009 m. duomenų. Imties dydis – 1200 stebinių (ūkių). Jie buvo priskirti trims ūkininkavimo tipams: jei ne mažiau nei du trečdalius ūkio produkcijos sudarė augalininkystės (gyvulininkystės) produkcija, ūkis laikomas specializuotu augalininkystės (gyvulininkystės) ūkiu, o kitu atveju – mišriu ūkiu.

Kaip ir kituose žemės ūkio efektyvumo tyrimuose (Bojnec, Latruffe, 2008, 2011), techninis efektyvumas buvo vertinamas naudojantis sąnaudų ir produkcijos rodikliais. ŽŪN (hektarais) rodiklis žymi gamybos procese naudojamą žemės plotą. Darbo jėga buvo matuojama sąlyginių darbuotojų skaičiumi. Gamybos procese sunaudotų medžiagų kiekis įvertintas tarpinio vartojimo (litais) rodikliu. Gamybos procese naudotų gamybos priemonių kiekis įvertintas turto (litais) rodikliu. Tyrime buvo naudojamas vienas produkcijos rodiklis, sudarytas agreguojant defliuotas augalininkystės, gyvulininkystės ir kitos produkcijos vertes (apimtis).

3. 1. Dalinių gamybos ribų analizė

Vertinant Lietuvos ūkininkų ūkių veiklos efektyvumą, buvo sudarytos m -tosios eilės į sąnaudų taupymą orientuotos gamybos ribos šioms m reikšmėms: $m = \{25, 50, 100, 250, 400, 500, 600, 750, 1000\}$. Keičiant m reikšmes buvo apskaičiuoti efektyvumo įverčių sklaidos parametrai, taip įvertinant duomenyse esančių išskirčių įtaką.

Stebinių, esančių už m -tosios eilės gamybos ribos, dalis kito dėl skirtingų m reikšmių. Esant mažoms m reikšmėms, beveik visi stebiniai, nepaisant ūkininkavimo tipo, pateko už gamybos ribos. Stebinių, esančių už m -tosios eilės gamybos ribos, dalis mažėjo m reikšmei augant iki 400. m reikšmė rodo, kiek sąnaudų vektorius reikšmių buvo sugeneruota, įvertinant tikėtiną efektyvumo rodiklį. Esant $m \geq 400$, toliau mažėjo tik gyvulininkystės ūkių, esančių už gamybos ribos, dalis, o kitų ūkininkavimo tipų ūkių dalys beveik nekito. Kai $m = 400$, 35 proc. augalininkystės, 60 proc. gyvulininkystės ir 45 proc. mišrių ūkių veikia už gamybos ribos. Šios reikšmės yra gana aukštos, taigi duomenys pasižymi tam tikru statistiniu triukšmu. Toliau didinant m iki 1000

augalininkystės, gyvulininkystės ir mišrių ūkių, patekusių už gamybos ribos, dalys sumažėjo atitinkamai iki 28 proc., 47 proc. ir 39 proc. Šie rodikliai atspindi išskirčių dalį visoje imtyje. Taigi gyvulininkystės ūkių stebiniai labiausiai išsiskyrė iš kitų ūkininkavimo tipų efektyvumo analizės kontekste.

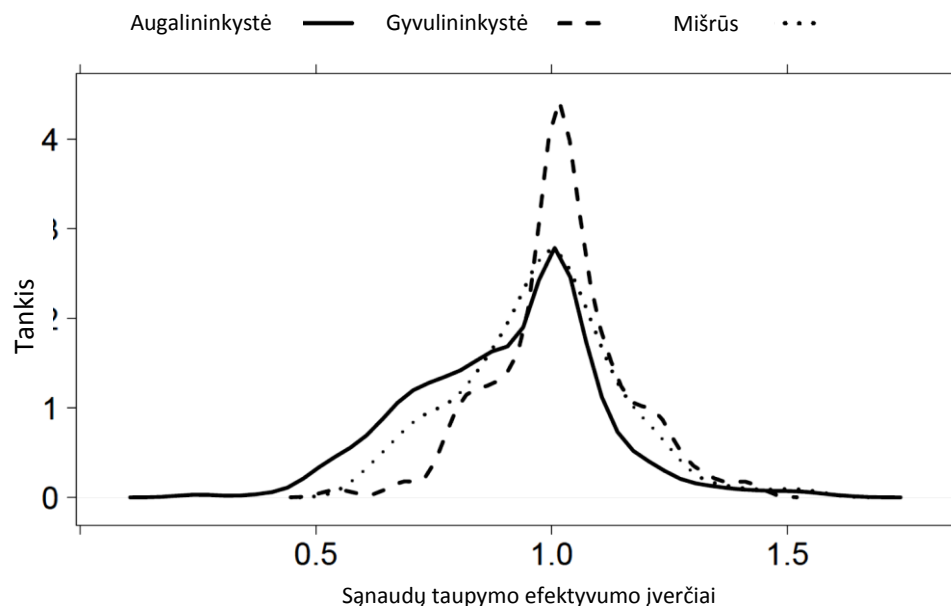
Vidutiniai efektyvumo įverčiai sąnaudų taupymo modeliui pateikiami 1 lentelėje. Pažymėtina, kad gautieji rezultatai yra Farrell efektyvumo matai, kurių bendrasis atvejis aprašytas lygtyje (35), o lygtis (46) aprašo m -tosios eilės įverčius.

1 lentelė. Vidutinės sąnaudų taupymo Farrell efektyvumo reikšmės, esant skirtingoms m reikšmėms

m	Augalininkystės ūkiai	Gyvulininkystės ūkiai	Mišrūs ūkiai
25	1,17	1,41	1,36
50	1,06	1,27	1,20
100	0,97	1,15	1,09
250	0,89	1,04	0,99
400	0,86	1,00	0,95
500	0,85	0,98	0,93
600	0,84	0,97	0,92
750	0,83	0,96	0,91
1000	0,82	0,95	0,89

Sąnaudų taupymo Farrell efektyvumo reikšmės, mažesnės už vienetą, rodo, kad tam tikras ūkis turėtų sumažinti sąnaudų apimtį tam tikru dydžiu. Jeigu analizuojamas ūkis nepatenka į atsitiktinę ūkių aibę, sudarytą iš m stebinių, tuomet m -tosios eilės gamybos riba sudaroma taip, kad efektyvumo rodiklis gali viršyti vienetą. Toks ūkis vadinamas superefektviu (*super-efficient*). Lentelės duomenys rodo, kad esant mažoms m reikšmėms, vidutinės sąnaudų taupymo efektyvumo rodiklių reikšmės viršijo vienetą, taigi dauguma stebinių pateko už gamybos ribos. Bet kuriuo atveju gyvulininkystės ūkiai pasižymėjo aukščiausiais efektyvumo įverčiais, mišrūs – šiek tiek mažesniais, o augalininkystės ūkiai – mažiausiais. Pažymėtina, kad vidutiniai efektyvumo įverčiai mažai kito, kai m reikšmės viršijo 400.

Siekiant išsamiai atskleisti efektyvumo dėsningumus, 11 pav. pateikti efektyvumo įverčių branduolio skirstiniai. Gautieji sąnaudų taupymo efektyvumo įverčių branduolio skirstiniai rodo, kad modalinės reikšmės buvo artimos vidurkiams, t. y. arti vieneto. Gyvulininkystės ūkiai pasižymėjo didžiausia efektyvumo įverčių, didesnių už vienetą, koncentracija. Augalininkystės ir mišrių ūkių efektyvumo įverčių tankiai rodo, kad didelė šių ūkių dalis, palyginti su gyvulininkystės ūkiais, pasižymėjo efektyvumo įverčiais, esančiais intervale tarp 50 ir 100 proc. Taip pat galima pastebėti, kad augalininkystės ūkių skirstinys pasižymėjo didesniu ekstremalių reikšmių skaičiumi (mažesnių nei 50 proc. arba didesnių nei 150 proc.). Bet šių ūkių skaičius išliko nežymus, palyginti su visa imtimi.



11 pav. Sąnaudų taupymo efektyvumo įverčių branduolio skirstiniai (Farrell matai, $m=400$)

Siekiant įvertinti sąnaudų taupymo efektyvumą, atmetant tam tikrą dalį ūkių, buvo naudoti α eilės matai. Šie matai leidžia įvertinti efektyvumą skirtingose gamybos funkcijos kvantilėse. Praktiškai efektyvumas vertinamas atmetant $1-\alpha$ efektyviausių silpnai dominuojančių stebinių. Kvantilinė analizė leidžia įvertinti duomenų sklaidos laipsnį ir efektyvumo lygį. Jei \hat{q}_α^i žymi sąnaudų ribą (kvantilę), esant laisvai pasirenkamai eilei α , tai \hat{q}_α^i sutampa su pilnosios ribos FDH įvertiniu.

Sąnaudų ribos buvo įvertintos α reikšmių aibe: $\alpha = \{0,8; 0,85; 0,9; 0,95; 0,99; 0,995; 0,999; 1\}$. Tyrimo rezultatai parodė, kad stebinių, patenkančių už gamybos ribos, dalis mažėjo nežymiai, kai $0 \leq \alpha \leq 0,95$. Taigi kvantilės, apibrėžtos pagal minėtas α reikšmes, buvo gana kompaktiškos ir neveikiamos išskirčių. Šioje α reikšmių srityje augalininkystės ūkiams buvo būdinga didžiausia stebinių, apgaubtų gamybos ribos, dalis (t. y. 17 proc. kai $\alpha = 0,95$), o gyvulininkystės ūkiams – mažiausia (2 proc., kai $\alpha = 0,95$). Kvantilės \hat{q}_α^i su $\alpha \geq 0,95$ buvo daugiau veikiamos išskirčių, todėl apgaubia didesnę dalį stebinių. Esant kai $\alpha = 0,999$ apie 4 proc. augalininkystės, 6 proc. gyvulininkystės ir 16 proc. mišrių ūkių pateko už gamybos ribos, t. y. buvo superefektyvūs. Taigi specializuotų augalininkystės ir gyvulininkystės ūkių, patenkančių už gamybos ribų, dalis mažėjo sparčiau negu atitinkama mišrių ūkių dalis. Vidutiniai efektyvumo įverčiai buvo apskaičiuoti kiekvienam ūkininkavimo tipui, esant įvairioms α reikšmėms (2 lentelė).

2 lentelė. Vidutiniai sąnaudų efektyvumo įverčiai, esant skirtingoms α reikšmėms

α	Augalininkystės ūkiai	Gyvulininkystės ūkiai	Mišrūs ūkiai
0,8	1,91	2,39	2,51
0,85	1,74	2,16	2,24
0,9	1,55	1,94	1,95
0,95	1,33	1,65	1,60
0,99	1,03	1,22	1,16
0,995	0,94	1,11	1,05
0,999	0,81	0,94	0,90
1	0,8	0,92	0,86

Tyrimo rezultatai rodo, kad augalininkystės ūkiai buvo mažiau efektyvūs, palyginti su kitais ūkininkavimo tipais, esant visoms α reikšmėms. Vidutinis gyvulininkystės arba mišrus ūkis buvo superefektyvus (t. y. vidutinis efektyvumo įvertis viršijo vieneta, taigi buvo galima padidinti sąnaudų vartojimo apimtį), kai $\alpha \leq 0,995$. Vidutinis augalininkystės ūkių efektyvumo įvertis viršijo vieneta, kai $\alpha \leq 0,99$. Mišrūs ūkiai buvo efektyviausi, kai $\alpha \leq 0,9$, o gyvulininkystės – kai $\alpha \geq 0,99$. Pažymėtina, kad skirtumas tarp vidutinių efektyvumo įverčių didėjo, kai α reikšmės artėjo prie vieneto. LNP efektyvumo įverčiai buvo gauti nustatant $\alpha = 1$. Šiuo atveju vidutinės augalininkystės, gyvulininkystės ir mišrių ūkių efektyvumo reikšmės buvo atitinkamai 0,8, 0,92 ir 0,86. Šios reikšmės gali būti interpretuojamos kaip sąnaudų mažinimo, užtikrinant efektyvumą, daugikliai. Pavyzdžiui, vidutinis augalininkystės ūkis turėtų sumažinti sąnaudas apie 20 proc.

3. 2. Daugiakryptė efektyvumo analizė

Daugiakryptis Lietuvos ūkininkų ūkių veiklos efektyvumo vertinimas buvo atliekamas taikant į sąnaudų taupymą orientuotą MEA modelį. Ši modelio orientacija leidžia įvertinti kiekvieno gamybos veiksnio panaudojimo efektyvumą, todėl gali būti naudinga nustatant problemines gamybos veiksnių rinkas ir paramos politikos sritis. Palyginimui buvo apskaičiuoti ir DAA efektyvumo įverčiai (3 lentelė). Mažesnės rodiklių reikšmės rodo mažesnę atitinkamo gamybos veiksnio panaudojimo efektyvumą.

Augalininkystės ūkiuose efektyviausiai buvo naudojami darbo jėgos išteklių ir tarpinio vartojimo produktai (vidutinis efektyvumas siekė atitinkamai 58 ir 57 proc., esant kintamai masto gražai). Ilgalaikio kapitalo – žemės ir turto – efektyvumas buvo žemesnis ir siekė atitinkamai 52 ir 51 proc. Pastarieji įverčiai buvo žemesni už DAA įvertį.

3 lentelė. Daugiakryptės efektyvumo analizės rezultatai

Ūkininkavimo tipas	Darbas	Žemė	Tarpinis vartojimas	Turtas	DAA
VRS					
Augalininkystės ūkiai	0,58	0,52	0,57	0,51	0,56
Gyvulininkystės ūkiai	0,65	0,68	0,72	0,60	0,70
Mišrūs ūkiai	0,64	0,60	0,64	0,54	0,62
Efektyvių stebinių skaičius	147	57	57	57	147
CRS					
Augalininkystės ūkiai	0,44	0,48	0,52	0,46	0,49
Gyvulininkystės ūkiai	0,51	0,61	0,66	0,54	0,62
Mišrūs ūkiai	0,36	0,44	0,50	0,39	0,45
Efektyvių stebinių skaičius	23	23	23	23	23

Gyvulininkystės ūkiuose efektyviausiai buvo naudojami tarpiniai produktai (vidutinis efektyvumas – 72 proc.). Žemės naudojimo efektyvumas buvo taip pat gana aukštas – 68 proc. Šis rezultatas gali būti paaiškintas tuo, kad gyvulininkystės ūkiai naudoja vidutiniškai mažiau ŽŪN, todėl gali pasiekti didesnę produktyvumą. Be to, panaudodami dalį augalininkystės produkcijos kaip tarpinius produktus, šie ūkiai gali padidinti gyvulininkystės produkcijos apimtį nedidindami tarpinio vartojimo. Nors gyvulininkystės ūkiai naudoja santykinai daugiau darbo jėgos, tačiau jos efektyvumas buvo didžiausias tarp visų ūkininkavimo tipų (65 proc.). Turto efektyvumo rodiklis buvo žemiausias (60 proc.), palyginti su kitais veiksniais.

Mišrių ūkių efektyvumo lygis buvo aukštesnis už augalininkystės ūkių, esant kintamai masto grąžai, tačiau situacija buvo priešinga, esant pastoviai masto grąžai. Taigi didelė dalis šių ūkių veikė neefektyviai (didėjančios arba mažėjančios masto grąžos srityje). Gamybos veiksmų efektyvumo dėsningumai išliko panašūs į augalininkystės ūkių: efektyviausiai buvo naudojamas trumpalaikis kapitalas (darbas ir tarpinis vartojimas), o ilgalaikis kapitalas – mažiau efektyviai.

Apibendrinant rezultatus galima teigti, kad žemiausias efektyvumo lygis buvo būdingas turtui. Žemesnis turto efektyvumas gyvulininkystės ir mišriuose ūkiuose taip pat gali būti siejamas su pieno kvotų verte. Visuose ūkininkavimo tipų ūkiuose žemesnį turto panaudojimo efektyvumą gali lemti perteklinės investicijos. Žemas santykinis žemės efektyvumas augalininkystės ir mišriuose ūkiuose gali būti susijęs su išmokų politika, neskatinančia žemės ūkio gamybos apimtį augimo ir iškraipyta žemės rinka (ribiniai žemės įsigijimo kaštai nebūtinai yra lygūs ribinėms pajamoms iš žemės). Pažymėtina, kad dėl paramos politikos keičiasi ūkių specializacija ir gamybinės technologijos, todėl efektyvumo nuosmukis ateityje gali sumažėti.

3. 3. Dvigubos savirankos analizė

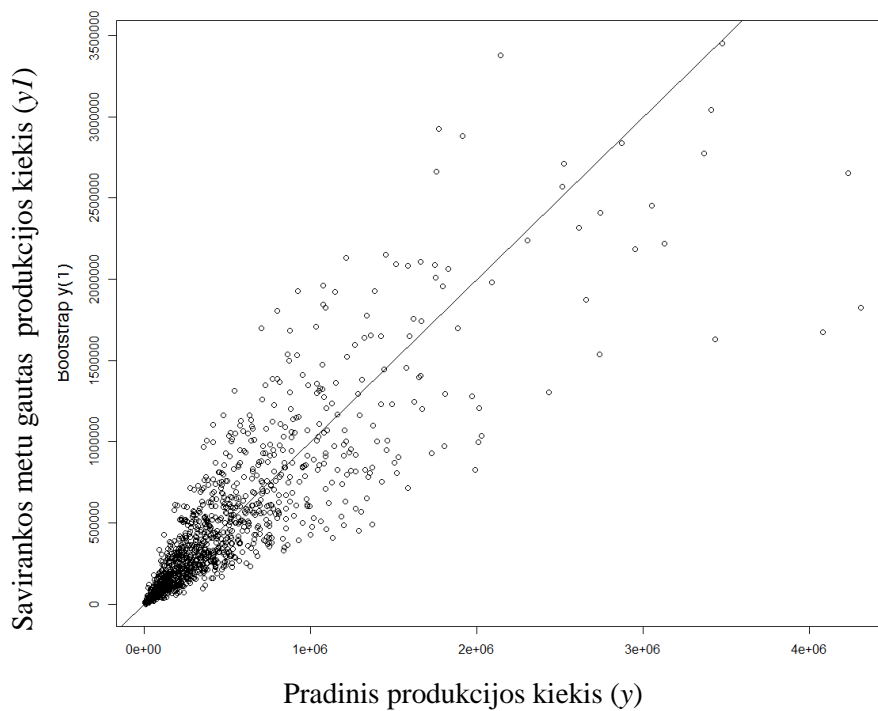
Efektyvumo veiksnių analizei buvo pasirinkti įvairūs aiškinamieji kintamieji, apibūdinantys ūkių veiklos specifiką. Laiko trendas buvo įtrauktas, siekiant įvertinti bendrąsias efektyvumo įverčių pokyčių tendencijas. ŽŪN plotas hektarais buvo naudotas kaip ūkio dydį atspindintis rodiklis. Kapitalo ir darbo jėgos (sąlyginiais darbuotojais) santykis naudotas, įvertinant apsirūpinimo kapitalu laipsnį ūkininkų ūkiuose. Ūkių specializacija buvo vertinama pagal augalininkystės produkcijos dalį visoje ūkio produkcijoje. Siekiant įvertinti paramos priemonių poveikį efektyvumui, buvo apskaičiuotas gamybos subsidijų (tiesioginių išmokų) ir produkcijos apimties santykis. Pirmieji trys rodikliai buvo normuoti siekiant užtikrinti modelio įvertinimą maksimalaus tikėtimumo metodu.

Dvigubos savirankos metodas, aprašytas ankstesniame skyriuje, buvo taikytas analizuojant ūkių efektyvumo veiksnis. Pačių efektyvumo įverčių sklaida čia neaptariama. Buvo nustatyti šie pakartojimų parametrai: $L_1 = 100$ ir $L_2 = 2000$.

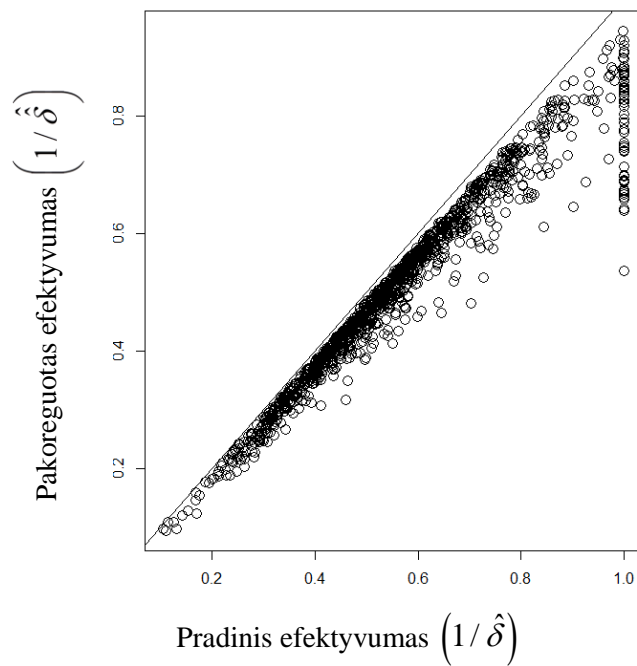
Pirmasis savirankos procedūros etapas buvo skirtas pagal nuokrypius koreguoto produkcijos efektyvumo įvertinimui. Šiam tikslui kiekviename savirankos pakartojime buvo gaunami koreguoti produkcijos kiekiai (3.3 žingsnis; žr. 2.3.2 sk.) ir gaunami atitinkami savirankos efektyvumo įverčiai (3.4 žingsnis). Pradinių stebinių y_k ir savirankos koreguotų kiekių y_k^* ryšys pirmajame savirankos pakartojime pateiktas 12 pav. Abscisių ašis atitinka pradinės reikšmės, o ordinačių – koreguotąsias. Tiesė leidžia nustatyti, ar produkcijos kiekis buvo padidintas savirankos metu: jei tam tikras stebinys patenka virš tiesės, tai koreguotas savirankos kiekis yra aukštesnis negu pradinis. Akivaizdu, kad daugelyje ūkių buvo padidinti produkcijos kiekiai. Dėl šių pokyčių apskaitos technologinė aibė \hat{T}^* pasislinko tolyn nuo koordinatų pradžios taško.

Atsižvelgiant į anksčiau aptartą produkcijos kiekio pakeitimą, efektyvumo įverčiai taip pat kito. Pradiniai efektyvumo įverčiai ir pagal nuokrypius koreguoti efektyvumo įverčiai, gauti atlikus visus savirankos pakartojimus (4 žingsnis), pateikti 13 pav. Tiesė rodo, kad nė vieno ūkio efektyvumas nepadidėjo atlikus koregavimą pagal nuokrypius. Iš tiesų gamybos riba pasislinkdavo tolyn nuo koordinatų pradžios taško, todėl efektyvumas sumažėdavo. Pastebėtina, kad grupė ūkių, pasižymėjusių visišku efektyvumu (efektyvumo įverčiai buvo lygūs vienetui), dėl korekcijos tapo mažiau efektyvūs, t. y. nutolo nuo savirankos efektyvumo ribos.

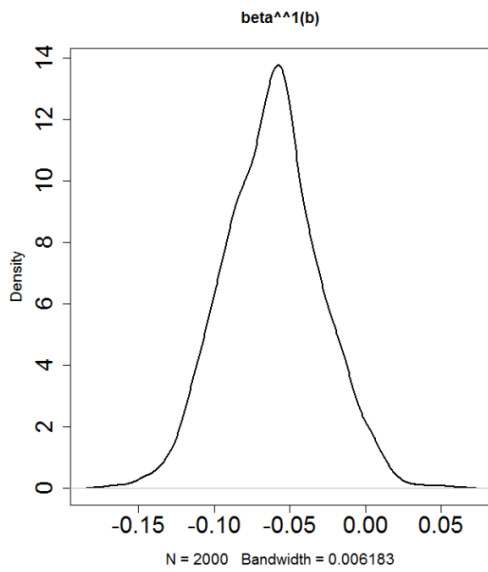
Antrasis savirankos procedūros etapas buvo skirtas nupjautos regresijos koeficientų pasikliautinųjų intervalų įvertinimui. Koeficientų $\hat{\beta}^*$ branduolio skirstiniai, gauti 6-ajame žingsnyje, pateikiami 14 pav. Gautieji skirstiniai artimi normaliesiems. Laiko ir ŽŪN kintamųjų skirstiniai (14 pav.) apima nulines reikšmes, kurios rodo kintamojo nereikšmingumą. Kitų kintamųjų skirstiniai yra nutolę nuo nulinių reikšmių.



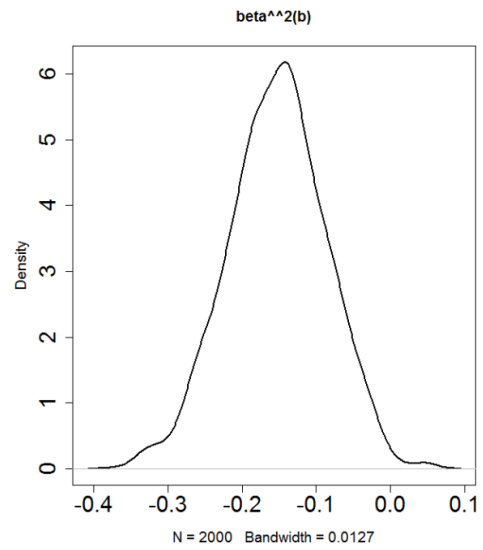
12 pav. Pradiniai ir savirankos procedūros metu gauti produkcijos kiekiai (pirmasis pakartojimas)



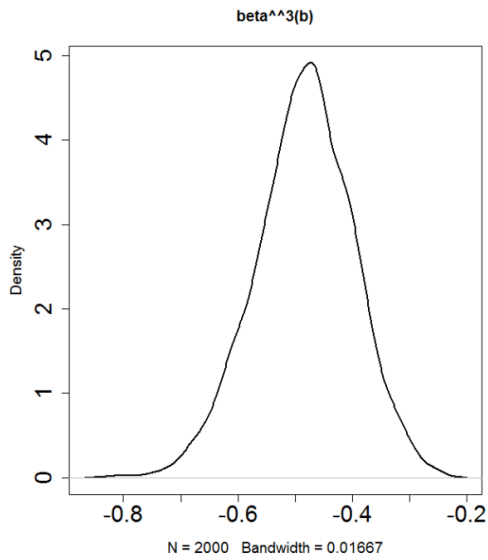
13 pav. Pradiniai ir pagal nuokrypius koreguoti efektyvumo įverčiai



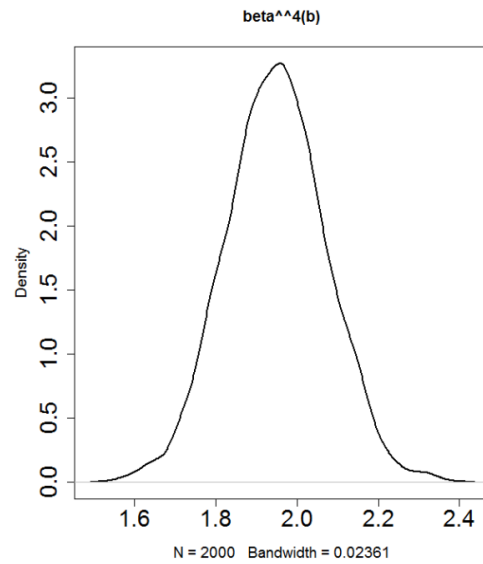
a – Laiko trendas



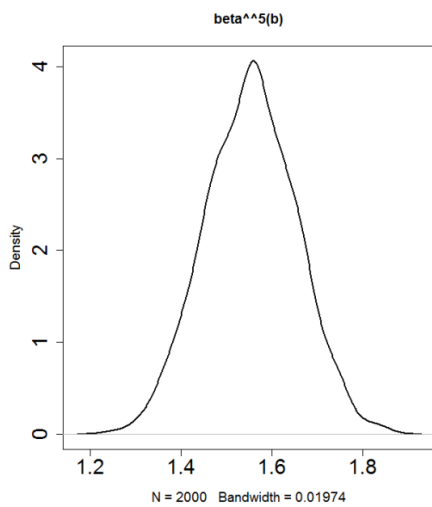
b – ŽŪN



c – Kapitalo ir darbo jėgos (SD) santykis



d – Augalininkystės produkcijos dalis



e – Gamybos subsidijų dalis

14 pav. Savirankos regresijos kintamųjų branduolio skirstiniai

Dalis kintamųjų buvo normuoti (vidurkių atžvilgiu), todėl buvo sudarytas regresijos modelis be laisvojo nario. Regresijos koeficientų pasikliautiniai intervalai (7 žingsnis) buvo įvertinti procentilių ir pagal nuokrypį koreguotu augančiu (BC_α) metodais. Gautieji intervalai pateikiami 4 lentelėje. Pažymėtina, kad priklausomas regresijos kintamasis buvo produkcijos didinimo Farrell efektyvumo matas, kuris įgauna didesnes reikšmes, kai ūkis tampa mažiau efektyvus. Taigi neigiami koeficientai 4 lentelėje turi būti interpretuojami kaip efektyvumą didinantys veiksniai, o teigiami – kaip mažinantys efektyvumą.

4 lentelė. Neefektyvumo veiksnių regresijos koeficientai (dvigubos savirankos įverčiai)

Kintamieji	$\hat{\beta}$	Reikšmingumas	Pasikliautiniai intervalai					
			$\alpha = 0,1$		$\alpha = 0,05$		$\alpha = 0,01$	
BC_α metodas								
Laiko trendas	-0,061	*	-0,113	-0,010	-0,122	0,002	-0,144	0,016
ŽŪN	-0,154	***	-0,270	-0,051	-0,292	-0,033	-0,335	-0,002
Kapitalas	-0,484	***	-0,634	-0,355	-0,666	-0,327	-0,722	-0,288
Augalininkystė	1,947	***	1,747	2,145	1,711	2,181	1,625	2,283
Subsidijos	1,555	***	1,386	1,717	1,357	1,750	1,304	1,810
Procentilių metodas								
Laiko trendas	-0,061	*	-0,113	-0,009	-0,121	0,002	-0,143	0,017
ŽŪN	-0,154	**	-0,262	-0,046	-0,283	-0,029	-0,332	0,004
Kapitalas	-0,484	***	-0,630	-0,348	-0,659	-0,323	-0,715	-0,279
Augalininkystė	1,947	***	1,752	2,149	1,713	2,187	1,631	2,288
Subsidijos	1,555	***	1,387	1,721	1,359	1,753	1,306	1,816

Reikšmingumas: '***' - 0,01, '**' - 0,05, '*' - 0,1.

Trys kintamieji – turto ir darbo jėgos santykis, augalininkystės produkcijos dalis bendrojoje produkcijoje ir subsidijų intensyvumas – buvo reikšmingi esant 1 proc. reikšmingumo lygiui, nepaisant metodo, naudoto formuojant pasikliautinius intervalus. Ūkio dydžio rodiklis buvo reikšmingesnis taikant BC_α metodą. Laiko kintamasis buvo vienodai reikšmingas taikant abu metodus. Pastarasis kintamasis buvo reikšmingas esant 10 proc. reikšmingumo lygiui.

Laiko, ūkio dydžio bei turto ir darbo jėgos santykio neigiami koeficientai rodo, kad šie kintamieji skatino efektyvumo augimą. Laiko kintamojo neigiamas koeficientas reiškia, kad techninis efektyvumas tyrimo laikotarpiu augo (kiti veiksniai nekito). Didesni ūkiai (pagal ŽŪN) taip pat buvo efektyvesni, gyvulininkystės – labiau nei augalininkystės. Paramos intensyvumas nedidino efektyvumo. Pastarąjį ryšį galima paašškinti silpnesnėmis paskatomis diegti inovatyvias technologijas ir gaminti rinkos poreikius atitinkančią produkciją.

IŠVADOS

Išanalizavus naujausius ribinius metodus, sudaryta Lietuvos ūkininkų ūkių efektyvumo vertinimo metodika. Pagrindiniai jos elementai yra daugiakryptė efektyvumo analizė ir dviguba saviranka, kuri leidžia įvertinti efektyvumo veiksnius.

Apibendrinant daugiakryptės efektyvumo analizės rezultatus galima teigti, kad efektyvumas mažiausiai priklauso nuo turto. Mažesnis turto efektyvumas gyvulininkystės ir mišriuose ūkiuose taip pat gali būti siejamas su pieno kvotų verte. Visų ūkininkavimo tipų ūkiuose žemesnį turto panaudojimo efektyvumą gali lemti perteklinės investicijos. Žemas santykinis žemės efektyvumas augalininkystės ir mišriuose ūkiuose gali būti susijęs su išmokų politika, neskatinančia žemės ūkio gamybos apimties augimo ir iškraipyta žemės rinka (ribiniai žemės įsigijimo kaštai nebūtinai yra lygūs ribinėms pajamoms iš žemės). Pažymėtina, kad dėl paramos politikos keičiasi ūkių specializacija ir gamybos technologijos, todėl efektyvumo nuosmukis ateityje gali sumažėti.

Dviguba saviranka apima du etapus: pirmajame įvertinamas koreguotas efektyvumo lygis, antrajame – nupjautos regresijos koeficientai. Nupjautos regresijos koeficientai, susiję su laiko, ūkio dydžio bei turto ir darbo jėgos santykio kintamaisiais, parodė, kad šie veiksniai teigiamai veikė gamybinį efektyvumą. Efektyvumą neigiamai veikė didėjanti augalininkystės produkcijos dalis bendrojoje produkcijoje ir gamybos subsidijų intensyvumas. Gyvulininkystės ūkiai yra santykinai efektyvesni. Taigi žemės ūkio paramos politika turėtų siekti padidinti gyvulininkystės patrauklumą, kurį atspindi absoliutūs pajamų ir pelno rodikliai.

LITERATŪRA

1. Abdelsalam, O., Duygun Fethi, M., Matallín, J. C., Tortosa-Ausina, E. 2013. On the comparative performance of socially responsible and Islamic mutual funds. *Journal of Economic Behavior & Organization*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jebo.2013.06.011>.
2. Abdulai, A., Tietje, H. 2007. Estimating technical efficiency under unobserved heterogeneity with stochastic frontier models: application to northern German dairy farms. *European Review of Agricultural Economics*, 34(3), 393–416.
3. Afonso, A., Aubyn, M. S. 2006. Cross-Country Efficiency of Secondary Education Provision: A Semi-Parametric Analysis with Non-Discretionary Inputs. *Economic Modelling*, 23(3), 476–491.
4. Afriat, S. N. 1972. Efficiency estimation of production functions. *International Economic Review*, 13(3), 568–598.
5. Aigner, D. J., Lovell, C. A. K., Schmidt, P. 1977. Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. *Journal of Econometrics*, 6(1), 21–37.
6. Aitchison, J., Aitken, C. B. B. 1976. Multivariate binary discrimination by kernel method. *Biometrika*, 63, 413–420.
7. Akinbode, S. O., Dipeolu, A. O., Ayinde, I. A. 2011. An examination of technical, allocative and economic efficiencies in Ofada rice farming in Ogun State, Nigeria. *African Journal of Agricultural Research*, 6(28), 6027–6035.
8. Alexander, W. R. J., Haug, A. A., Jaforullah, M. 2010. A Two-Stage Double-Bootstrap Data Envelopment Analysis of Efficiency Differences of New Zealand Secondary Schools. *Journal of Productivity Analysis*, 34(2), 99–110.
9. Aragon, Y., Daouia, A., Thomas-Agnan, C. 2005. Nonparametric frontier estimation: a conditional quantile-based approach. *Econometric Theory*, 21(2), 358–389.
10. Asmild, M., Hougaard, J. L., Kronborg, D., Kvist, H. K. 2003. Measuring Inefficiency via Potential Improvements. *Journal of Productivity Analysis*, 19(1), 59–76.
11. Asmild, M., Hougaard, J. L. 2006. Economic Versus Environmental Improvement Potentials of Danish Pig Farms. *Agricultural Economics*, 35(2), 171–181.
12. Assaf, A. G., Agbola, F. W. 2011. Modelling the Performance of Australian Hotels: A DEA Double Bootstrap Approach. *Tourism Economics*, 17(1), 73–89.
13. Assaf, A., Matawie, K. M. 2010. Improving the accuracy of DEA efficiency analysis: a bootstrap application to the health care foodservice industry. *Applied Economics*, 42(27), 3547–3558.
14. Balcombe, K., Davidova, S., Latruffe, L. 2008a. The use of bootstrapped Malmquist indices to reassess productivity change findings: an application to a sample of Polish farms. *Applied Economics*, 40(16), 2055–2061.
15. Balcombe, K., Fraser, I., Latruffe, L., Rahman, M., Smith, L. 2008b. An Application of the DEA Double Bootstrap to Examine Sources of Efficiency in Bangladesh Rice Farming. *Applied Economics*, 40(15), 1919–1925.
16. Baležentis, T., Baležentis, A. 2011. A multi-criteria assessment of relative farming efficiency in the European Union Member States. *Žemės ūkio mokslai*, 18(3), 125–135.
17. Baležentis, T., Kriščiukaitienė, I. 2012. Application of the Bootstrapped DEA for the Analysis of Lithuanian Family Farm Efficiency. *Management Theory and Studies for Rural Business and Infrastructure Development*, 34, 35–46.

18. Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. 1984. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092.
19. Battese, G. E., Coelli, T. J. 1995. A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data. *Empirical Economics*, 20, 325–332.
20. Bogetoft, P., Hougaard, J. L. 1999. Efficiency evaluations based on potential (non-proportional) improvements. *Journal of Productivity Analysis*, 12(3), 233–247.
21. Bogetoft, P., Otto, L. 2011. *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. International Series in Operations Research and Management Science, Vol. 157. Springer.
22. Bojnec, Š., Latruffe, L. 2008. Measures of farm business efficiency. *Industrial Management & Data Systems*, 108(2), 258–270.
23. Bojnec, Š., Latruffe, L. 2011. Farm Size and Efficiency during Transition: Insights from Slovenian Farms. *Transformations in Business and Economics*, 10(3), 104–116.
24. Bojnec, Š., Latruffe, L. 2013. Farm size, agricultural subsidies and farm performance in Slovenia. *Land Use Policy*, 32, 207–217.
25. Bojnec, Š., Fertő, I. 2013. Farm income sources, farm size and farm technical efficiency in Slovenia. *Post-Communist Economies*, 25(3), 343–356.
26. Bravo-Ureta, B. E., Solis, D., Moreira Lopez, V. H., Maripani, J. F., Thiam, A., Rivas, T. 2006. Technical efficiency in farming: a meta-regression analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 27(1), 57–72.
27. Cazals, C., Florens, J. P., Simar, L. 2002. Nonparametric Frontier Estimation: A Robust Approach. *Journal of Econometrics*, 106(1), 1–25.
28. Chambers, R. G. 1988. *Applied Production Analysis: A Dual Approach*. Cambridge University Press.
29. Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E. 1978. Measuring the Inefficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429–444.
30. Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E. 1981. Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program follow through. *Management Science*, 27(6), 668–697.
31. Christensen, L. R., Jorgenson, D. W., Lau, L. J. 1971. Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function. *Econometrica*, 39, 255–256.
32. Christensen, L. R., Jorgenson, D. W., Lau, L. J. 1973. Transcendental Logarithmic Production Frontiers. *The Review of Economics and Statistics*, 55(1), 28–45.
33. Cobb, C., Douglas, P. H. 1928. A Theory of Production. *American Economic Review*, 18, 139–165.
34. Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., Battese, G. E. 2005. *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Springer.
35. Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K. 2007. *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Second Edition. Springer.
36. Czekaj, T. G. 2013. Measuring the Technical Efficiency of Farms Producing Environmental Output: Parametric and Semiparametric Estimation of Multi-output Stochastic Ray Production Frontiers. IFRO Working Paper 2013 / 21. University of Copenhagen.
http://okonomi.foi.dk/workingpapers/WPpdf/WP2013/IFRO_WP_2013_21.pdf
37. Daouia, A., Simar, L. 2007. Nonparametric efficiency analysis: A multivariate conditional quantile approach. *Journal of Econometrics*, 140(2), 375–400.
38. Daraio, C., Simar, L. 2005. Introducing Environmental Variables in Nonparametric Frontier Models: a Probabilistic Approach. *Journal of Productivity Analysis*, 24, 93–121.

39. Daraio, C., Simar, L. 2007a. *Advanced Robust and Nonparametric Methods in Efficiency Analysis: Methodology and Applications (Vol. 4)*. Springer.
40. Daraio, C., Simar L. 2007b. Conditional nonparametric frontier models for convex and nonconvex technologies: a unifying approach. *Journal of Productivity Analysis*, 28(1), 13–32.
41. Davidova, S., Latruffe, L. 2007. Relationships between technical efficiency and financial management for Czech Republic farms. *Journal of Agricultural Economics*, 58(2), 269–288.
42. De Witte, K., Kortelainen, M. 2013. What explains the performance of students in a heterogeneous environment? Conditional efficiency estimation with continuous and discrete environmental variables. *Applied Economics*, 45(17), 2401–2412.
43. Debreu G. 1951. The coefficient of resource utilization. *Econometrica*, 19(3), 273–292.
44. Deprins, D., Simar, L., Tulkens, H. 1984. Measuring Labor Inefficiency in Post Offices. In: Marchand M., Pestieau P., Tulkens H. (eds.), *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurements*. Springer, p. 243–267.
45. Douarin, E., Latruffe, L. 2011. Potential impact of the EU Single Area Payment on farm restructuring and efficiency in Lithuania. *Post-Communist Studies*, 23(1), 87–103.
46. Efron, B., Tibshirani, R. J. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall.
47. Färe, R., Grosskopf, S., Margaritis, D. 2008. Efficiency and Productivity: Malmquist and More. In: Fried, H. O., Lovell, C. A. K., Schmidt, S. S. (Eds.) *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity*. New York, Oxford University Press, p. 522–621.
48. Farrell M. J. 1957. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 120(3), 253–290.
49. Fried, H. O., Lovell, C. A. K., Schmidt, S. S. 2008. Efficiency and productivity. In: Fried, H. O., Lovell, C. A. K., Schmidt, S. S. (Eds.) *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity*. New York, Oxford University Press, p. 3–91.
50. Gorton, M., Davidova, S. 2004. Farm productivity and efficiency in the CEE applicant countries: a synthesis of results. *Agricultural Economics*, 30, 1–16.
51. Greene, W. H. 2008. The Econometric Approach to Efficiency Analysis. In: Fried, H. O., Lovell, C. A. K., Schmidt, S. S. (Eds.) *The Measurement of Productive Efficiency and Productivity*. New York, Oxford University Press, p. 92–250.
52. Hayfield, T., Racine, J. S. 2008. Nonparametric econometrics: The np package. *Journal of statistical software*, 27(5), 1–32.
53. Hall, P., Racine, J. S. and Li, Q. 2004. Cross-validation and the estimation of conditional probability densities. *Journal of the American Statistical Association*, 99, 1015–1026.
54. Henningsen, A. 2009. Why is the Polish farm sector still so underdeveloped? *Post-Communist Economies*, 21(1), 47–64.
55. Hoff, A. 2007. Second Stage DEA: Comparison of Approaches for Modelling the DEA Score. *European Journal of Operational Research*, 181, 425–435.
56. Holvad, T., Hougaard, J. L., Kronborg, D., Kvist, H. K. 2004. Measuring Inefficiency in the Norwegian Bus Industry Using Multi-Directional Efficiency Analysis. *Transportation*, 31(3), 349–369.
57. Hougaard, J. L., Kronborg D., Overgård, C. 2004. Improvement Potential in Danish Elderly Care. *Health Care Management Science*, 7(3), 225–235.
58. Jondrow, J., Lovell, C. A. K., Materov, I. S., Schmidt, P. 1982. On Estimation of Technical Inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model. *Journal of Econometrics*, 19, 233–238.
59. Kalirajan, K. P., Shand, R. T. 2002. Frontier production functions and technical efficiency measures. *Journal of Economic Surveys*, 13(2), 149–172.

60. Koopmans, T. C. 1951. An analysis of production as an efficient combination of activities. In: Koopmans, T. C. (Ed.) *Activity Analysis of Production and Allocation*. Cowles Commission for Research in Economics. Monograph No. 13. New York: Wiley, p. 33–37.
61. Kumbhakar, S. C., Lien, G., Hardaker, J. B. 2014. Technical efficiency in competing panel data models: a study of Norwegian grain farming. *Journal of Productivity Analysis*, 41, 321–337.
62. Lambarra, F., Kallas, Z. (2010). Policy impact on technical efficiency of Spanish olive farms located in less-favored areas. *Food Economics – Acta Agriculturae Scandinavica, Section C*, 7(2-4), 100–106.
63. Latruffe, L., Balcombe, K., Davidova, S., Zawalinska, K. 2004. Determinants of technical efficiency of crop and livestock farms in Poland. *Applied Economics*, 36(12), 1255–1263.
64. Latruffe, L., Davidova, S., Balcombe, K. 2008. Application of a Double Bootstrap to Investigation of Determinants of Technical Efficiency of Farms in Central Europe. *Journal of Productivity Analysis*, 29(2), 183–191.
65. Li, Q., Racine, J. S. 2007. *Nonparametric Econometrics: Theory and Practice*. Princeton: Princeton University Press.
66. Li, Q., Racine, J. S. 2008. Nonparametric estimation of conditional CDF and quantile functions with mixed categorical and continuous data. *Journal of Business and Economic Statistics*, 26, 423–434.
67. Lietuvos agrarinės ekonomikos institutas. 2010. *Ūkių veiklos rezultatai (ŪADT tyrimo duomenys) 2009*. Vilnius: Lietuvos agrarinės ekonomikos institutas.
68. Liu, J. S., Lu, L. Y. Y., Lu, W. M., Lin, B. J. Y. 2013. Data envelopment analysis 1978–2010: A citation-based literature survey. *Omega*, 41(1), 3–15.
69. Liu, L., Ondrich, J., Ruggiero, J. 2012. Estimating multiple-input–multiple-output production functions with an analysis of credit unions. *Applied Economics*, 44(12), 1583–1589.
70. Meeusen, W., van den Broeck, J. 1977. Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error. *International Economic Review*, 18(2), 435–444.
71. Mugerá, A., Langemeier, M. R. 2011. Does farm size and specialization matter for productive efficiency? Results from Kansas. *Journal of Agricultural and Applied Economics*, 43, 515–528.
72. Murillo-Zamorano, L. R. 2004. Economic Efficiency and Frontier Techniques. *Journal of Economic Surveys*, 18(1), 33–45.
73. Odeck, J. 2009. Statistical precision of DEA and Malmquist indices: A bootstrap application to Norwegian grain producers. *Omega*, 37(5), 1007–1017.
74. Olson, K., Vu, L. 2009. Economic Efficiency in Farm Households: Trends, Explanatory Factors, and Estimation Methods. *Agricultural Economics*, 40(5), 587–599.
75. Pilyavsky A., Staat M. 2008. Efficiency and productivity change in Ukrainian health care. *Journal of Productivity Analysis*, 29(2), 143–154.
76. Racine, J. S., Li, Q. 2004. Nonparametric estimation of regression functions with both categorical and continuous data. *Journal of Econometrics*, 119, 99–130.
77. Racine, J. S. 2008. Nonparametric econometrics: a primer. *Foundations and Trends in Econometrics*, 3, 1–88.
78. Racine, J. S., Hart, J., Li, Q. 2006. Testing the significance of categorical predictor variables in nonparametric regression models. *Econometric Reviews*, 25, 523–544.

79. Ray, S. C. 2004. *Data Envelopment Analysis: Theory and Techniques for Economics and Operations Research*. Cambridge University Press.
80. Ramanathan, R. 2003. *An Introduction to Data Envelopment Analysis: A Tool for Performance Measurement*. Sage Publications.
81. Rasmussen, S. 2011. Estimating the technical optimal scale of production in Danish agriculture. *Food Economics-Acta Agriculturae Scandinavica, Section C*, 8(1), 1–19.
82. Rimkuvienė, D., Laurinavičienė, N., Laurinavičius, J. 2010. ES šalių žemės ūkio efektyvumo įvertinimas. *LŽŪU mokslo darbai*, 87(40), 81–89.
83. Samarajeewa, S., Hailu, G., Jeffrey, S. R., Bredahl, M. 2012. Analysis of production efficiency of beef/calf farms in Alberta. *Applied Economics*, 44, 313–322.
84. Shepard R. W. 1970. *Theory of Costs and Production Functions*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
85. Shepard, R. W. 1953. *Cost and Production Functions*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
86. Shetty, U., Pakkala, T. P. M. 2010. Ranking efficient DMUs based on single virtual inefficient DMU in DEA. *OPSEARCH*, 47(1), 50–72.
87. Simar, L., Vanhems, A. 2012. Probabilistic characterization of directional distances and their robust versions. *Journal of Econometrics*, 166(2), 342–354.
88. Simar, L., Wilson, P. 2007. Estimation and Inference in Two-Stage, Semi-Parametric Models of Production Processes. *Journal of Econometrics*, 136, 31–64.
89. Simar, L., Zelenyuk, V. 2006. On testing equality of distributions of technical efficiency scores. *Econometric Reviews*, 25, 497–522.
90. Wang, Y. M., Luo, Y., Liang, L. 2009. Ranking decision making units by imposing a minimum weight restriction in the data envelopment analysis. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 223, 469–484.
91. Wheelock, D. C., Wilson, P. W. 2003. *Robust nonparametric estimation of efficiency and technical change in U.S. commercial banking*. Working Paper 2003-037A. Federal Reserve Bank of St. Louis.
92. Wheelock, D. C., Wilson, P. W. 2008. Non-parametric, unconditional quantile estimation for efficiency analysis with an application to Federal Reserve check processing operations. *Journal of Econometrics*, 145(1), 209–225.
93. Wilson, P. W. 2008. FEAR 1.0: A Software Package for Frontier Efficiency Analysis with R. *Socio-Economic Planning Sciences*, 42(4), 247–254.
94. Zerafat Angiz, L. M., Mustafa, A., Emrouznejad, A. 2010. Ranking efficient decision-making units in data envelopment analysis using fuzzy concept. *Computers & Industrial Engineering*, 59, 712–719.
95. Zschille, M. 2012. Nonparametric measures of returns to scale: an application to German water supply. *Empirical Economics*, 1-25. DOI: 10.1007/s00181-013-0775-5.

SĄVOKŲ ŽODYNAS

Atstumo funkcija (*distance function*) – funkcija, leidžianti įvertinti tam tikro kintamojo faktinio ir optimalaus lygių skirtumą (pvz., skirtumas tarp faktinės ir optimalios gamybos apimties).

Branduolys (*kernel*) – svorių suteikimo stebiniams funkcija, naudojama neparametrinėje statistikoje.

Glodinimas (*smoothing*) – neparametrinis matematinės funkcijos (pvz., regresijos kreivės, tankio funkcijos) įvertinimas užtikrinant jos tolydumą.

Kvantilis (*quantile*) – atsitiktinio dydžio pasiskirstymo skaitinė charakteristika.

Minimaksas (*minimax*) – dviejų etapų matematinis uždavinys, kurio pirmajame etape funkcija minimizuojama pasirinkto kintamojo atžvilgiu, o antrajame – maksimizuojama kito kintamojo atžvilgiu.

Pseudoreikšmė (*pseudovalue*) – savirankos metu gauta kintamojo reikšmė.

Saviranka (*bootstrap*) – išvadų apie populiaciją formulavimas pagal imties duomenis, taikant simuliacinius skaičiavimus.

Skirstinys (*distribution*) – atsitiktinio dydžio tikimybinės reikšmės.

Sveikaskaitinis programavimas (*integer programming*) – matematinio programavimo tipas, kurio objektas – sveikaisiais skaičiais išreikšiami sprendiniai.