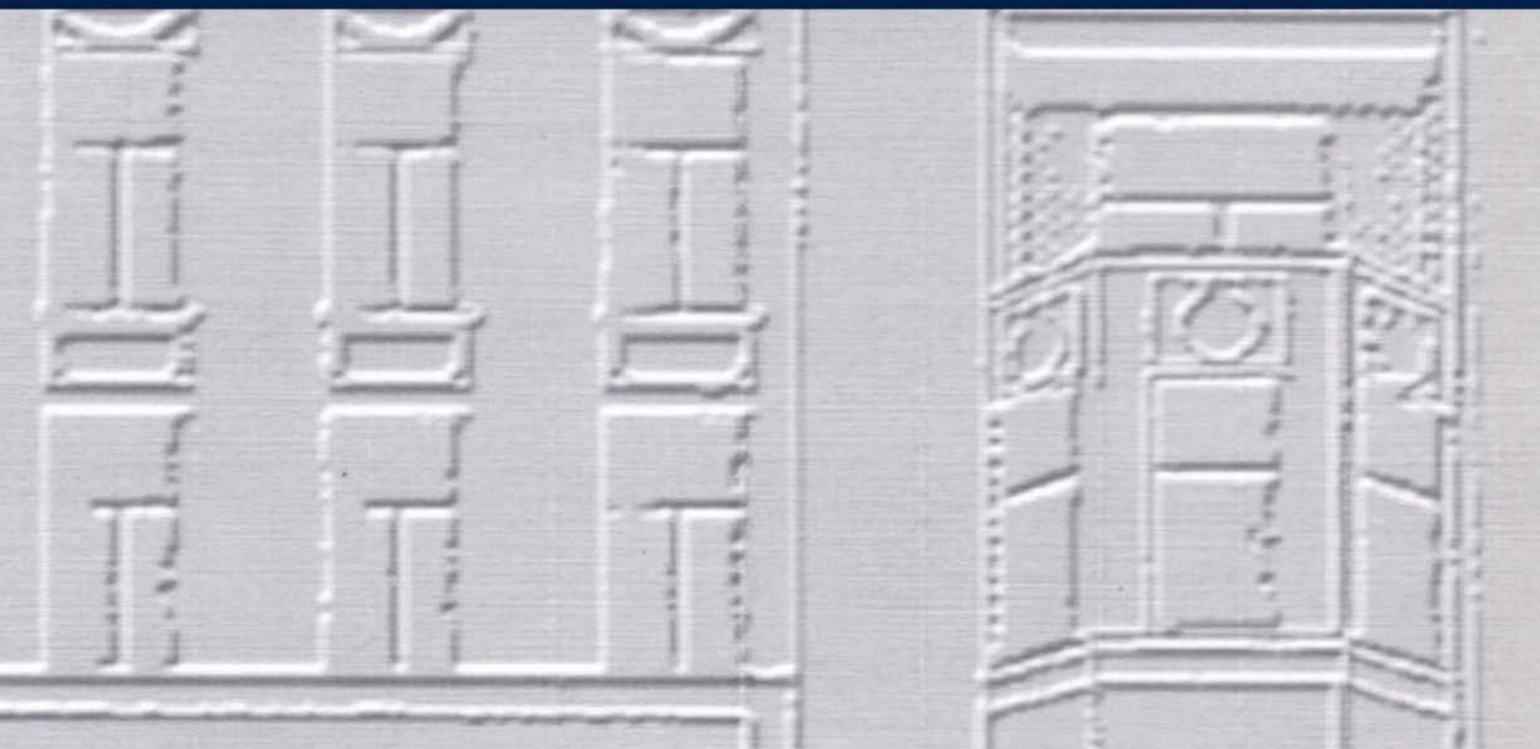




Lithuanian Statistical Association
Lietuvos statistikų sąjunga

Statistics Lithuania
Lietuvos statistikos departamentas

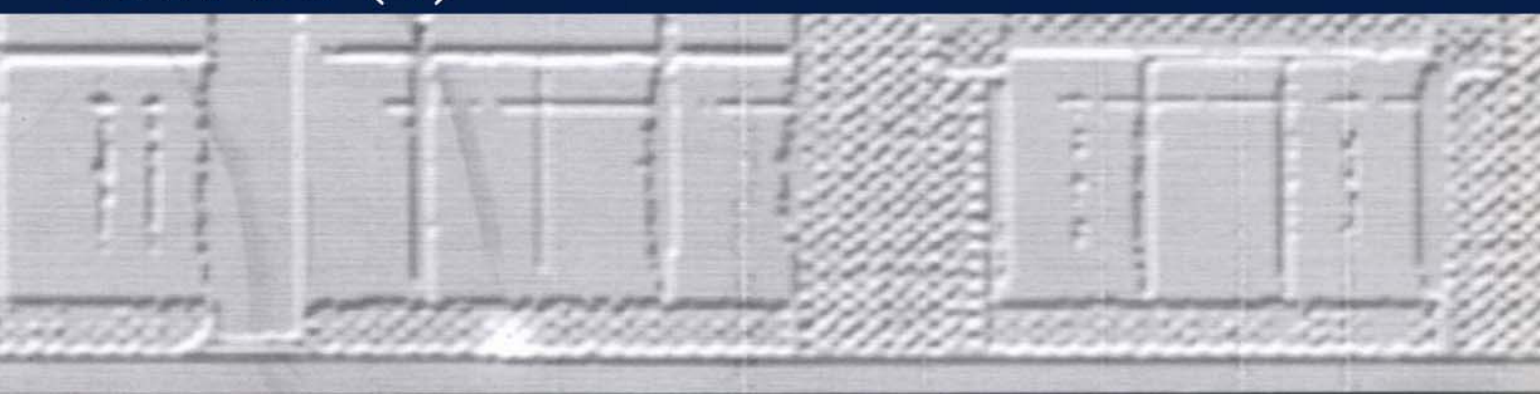
ISSN 2029-7262 online



LITHUANIAN JOURNAL OF STATISTICS

LIETUVOS STATISTIKOS DARBAI

2017 56 (1)



LITHUANIAN JOURNAL OF STATISTICS

LIETUVOS STATISTIKOS DARBAI

Editorial Board

Redaktorių kolegija

<i>Editor in Chief</i> Vyriausiasis redaktorius	Dr. Aleksandras Plikusas	Vilnius University, Lithuania Vilniaus universitetas, Lietuva
<i>Deputy of Editor in Chief</i> Vyriausiojo redaktoriaus pavaduotojas	Habil. dr. Alfredas Račkauskas	Vilnius University, Lithuania Vilniaus universitetas, Lietuva
<i>Editors</i> <i>Nariai</i>	Habil. dr. Vydas Čekanavičius	Vilnius University, Lithuania Vilniaus universitetas, Lietuva
	Dr. Kęstutis Dučinskas	Klaipėda University, Lithuania Klaipėdos universitetas, Lietuva
	Dr. Danutė Krapavickaitė	Statistics Lithuania, Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania Lietuvos statistikos departamentas, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Lietuva
	Dr. Martins Liberts	University of Latvia, Latvia, Latvijos universitetas, Latvija
	Dr. Jonas Markelevičius	Statistics Lithuania, Lithuania Lietuvos statistikos departamentas, Lietuva
	Dr. Yuliya Mishura	National Taras Shevchenko University of Kyiv, Ukraine Kijevo nacionalinis Taraso Ševčenkos universitetas, Ukraina
	Dr. Kalev Pärna	Tartu University, Estonia Tartu universitetas, Estija
	Dr. Maryna Pugachova	Scientific & Technical Complex for Statistical Research, Ukraine Statistinių tyrimų mokslinis ir techninis kompleksas, Ukraina
	Dr. Marijus Radavičius	Vilnius University, Lithuania Vilniaus universitetas, Lietuva
	Tomas Rudys	Statistics Lithuania, Lithuania Lietuvos statistikos departamentas, Lietuva
	Habil. dr. Rimantas Rudzkis	Vilnius University, Lithuania Vilniaus universitetas, Lietuva
	Dr. Vita Safjan	Ministry of social security and labour, Lithuania Socialinės apsaugos ir darbo ministerija, Lietuva
	Dr. Markus Gintas Šova	Office for National Statistics, United Kingdom Valstybės statistikos departamentas, Jungtinė Karalystė
<i>Executive Secretary</i> Atsakingasis sekretorius	Rimvydas Ignatavičius	Statistics Lithuania, Lithuania Lietuvos statistikos departamentas, Lietuva

© Lietuvos statistikos departamentas

© Lietuvos statistikų sąjunga

CONTENTS
TURINYS

EDITORIAL BOARD
REDAKTORIŲ KOLEGIJA

PREFACE 4
PRATARMĖ

ATKURTAI LIETUVAI – 100 METŲ
CENTENARY OF RESTORED LITHUANIA

Vladislava Stankūnienė
LIETUVOS GYVENTOJŲ SENĖJIMO ILGALAIKĖ TRAJEKTORIJA:
FUNDAMENTALIEJI IR SPECIFINIAI VEIKSNIAI 5
LONG-LASTING TRAJECTORY OF POPULATION AGEING OF LITHUANIA:
FUNDAMENTAL AND SPECIFIC FACTORS

SOCIAL PROBLEMS
SOCIALINIAI KLAUSIMAI

Arūnas Pocius, Donatas Burneika
PADĖTIES DARBO RINKOJE SKIRTUMAI LIETUVOS REGIONUOSE 18
DIFFERENCES OF THE LITHUANIAN REGIONS SITUATION IN THE LABOR MARKET

Dovilė Stumbrienė, Audronė Jakaitienė, Rimantas Želvys
ŠVIETIMO SISTEMOS STEBĖSENA: IŠTEKLIŲ IR REZULTATŲ INDEKSŲ SAŪVEIKA 31
STATUS OF EDUCATION SYSTEM: INTERACTIONS OF INPUT AND OUTPUT COMPOSITE
INDICATORS

Viktorija Tauraitė
DARBO RINKOS KONJUNKTŪROS VERTINIMAS EUROPOS SĄJUNGOS ŠALYSE 41
THE ASSESSMENT OF THE CONJUNCTURE OF LABOUR MARKET IN THE EUROPEAN UNION
COUNTRIES

APPLICATIONS OF STATISTICS
STATISTIKOS TAIKYMAI

Akvilė Mazanauskaitė
NELSON-SIEGEL MODEL APPROACH TO THE EURO AREA YIELD CURVES 53
NELSON-SIEGEL MODELIO PRITAIKYMAS EURO ZONOS PALŪKANŲ KREIVĖMS

Oluwole Nuga, G. N Amahia, Fatai Salami
OPTIMAL DESIGNS FOR THE RESTRICTED MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATORS
IN A RANDOM SPLIT-PLOT MODEL 64
OPTIMALIEJI PLANAI APRIBOTIESIEMS DIDŽIAUSIOJO TIKĖTINUMO ĮVERTINIAMS
ATSITIKTINIAME PADALYTŲJŲ SKLYPŲ MODELyje

THEORETICAL PROBLEMS
TEORINIAI KLAUSIMAI

Vaidotas Kanišauskas, Karolina Piaseckienė
PREDICTION OF THE GEOMETRIC RENEWAL PROCESS 72
GEOMETRINIO ATSTATYMO PROCESO PROGNOZAVIMAS

Stanislav Lohvinenko, Kostiantyn Ralchenko
MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION IN THE FRACTIONAL VASICEK MODEL 77
DIDŽIAUSIOJO TIKĖTINUMO ĮVERTINIMAS TRUPMENINIAME VASICEKO MODELyje

Arun Kumar Rao, Himanshu Pandey, Kusum Lata Singh
BAYESIAN ESTIMATION OF THE PARAMETER OF THE p -DIMENSIONAL SIZE BIASED
RAYLEIGH DISTRIBUTION 88
 p -MAČIO RAYLEIGHO SKIRSTINIO PARAMETRO PROPORCINGAJAME DIDUMUI ĖMIME BAYESO
ĮVERTINIMAS

FORTHCOMING EVENTS 92
ARTĖJANTYS RENGINIAI

PREFACE

The 56th issue of the Lithuanian Journal of Statistics presents nine papers on various statistical topics.

The issue starts from a special paper of V. Stankūnienė devoted to the 100-year anniversary of the restitution of Lithuania's state. The analysis of Lithuanian population ageing trends and specific factors of ageing are presented.

Three following papers consider various social problems.

The features of Lithuanian labour market are presented in the paper of A. Pocius and D. Burneika. The data of different levels are used to show and explain regional differences of the labour market indicators.

The composite indices estimating the status of Lithuanian education system are constructed in the paper of D. Stumbrienė, A. Jakaitienė, and D. Želvys. The proposed indices are calculated for the Baltic countries, UK, Germany, and Finland. The principal component analysis is used for the construction of indices.

In the paper of V. Tauraitė, the dynamics of the conjuncture of labor market is modelled. An attempt is made to discover the main factors that influence the status of labour market in the developed and developing countries.

Two subsequent papers deal with various applications of statistics.

The Nelson-Siegel model is applied to the Euro area yield curve in the paper of A. Mazanauskaitė. The best-fitted model is found and conclusions on the preparation of Lithuania to enter the Euro Area in the years 2007 and 2015 are drawn.

The restricted maximum likelihood estimators of variance components in a randomized split-plot model is studied in the paper of O. Nuga, G. N. Amahia, and F. Salami.

The issue ends with three papers on some theoretical problems.

The paper of V. Kanišauskas and K. Piaseckienė discusses unbiased prediction of geometrical renewal process. The unbiased minimum variance prediction is found.

The maximum likelihood estimators of unknown parameters of the Vasicek model, driven by fractional Brownian motion, are found in the paper of S. Lohvinenko and K. Ralchenko. The consistency and asymptotic normality of the estimators is proved.

In the paper of A. K. Rao, H. Pandey, and K. L. Singh the size-biased p -dimensional Rayleigh distribution is described and Bayesian estimator of its parameter is derived.

PRATARMĖ

56-ame leidinio „Lietuvos statistikos darbai“ tome skelbiami devyni straipsniai įvairiomis statistikos temomis.

Leidinyms pradamas specialiu V. Stankūnienės straipsniu, skirtu 100-osioms Lietuvos valstybės atkūrimo metinėms. Straipsnyje analizuojamas Lietuvos gyventojų amžiaus kitimas per beveik šimtą metų. Vertinamas gyventojų senėjimo greičio kitimas, aptariamos šio kitimo priežastys.

Kiti trys straipsniai skirti įvairiems socialiniams reiškiniams aprašyti.

A. Pocius ir D. Burneikos straipsnyje nagrinėjami Lietuvos darbo rinkos ypatumai. Regioniniams užimtumo indikatoriams paaiškinti pasitelkiami skirtingo lygmens duomenys.

Švietimo sistemos išteklių ir rezultatų indeksai konstruojami D. Stumbienės, A. Jakaitienės ir D. Želvio straipsnyje. Minėti sudėtiniai indeksai suskaičiuoti Baltijos šalims, Jungtinei Karalystei, Suomijai ir Vokietijai. Taikomi vienodi ir iš pagrindinių komponentų analizės gauti svoriai.

Darbo rinkos konjunkūros pokyčių modeliai nagrinėjami V. Tauraitės darbe. Siekiama modeliu paaiškinti išsivysčiusių ir mažiau išsivysčiusių šalių darbo rinkos dinamikos skirtumus.

Toliau pateikiami du straipsniai, susiję su statistikos taikymais.

A. Mazanauskaitės darbe Nelson ir Siegel modelis taikomas palūkanų kreivei euro zonoje aprašyti. Ieškoma tinkamiausio palūkanų kreivės modelio ir daromos išvados apie Lietuvos pasiruošimą įstoti į euro zoną 2007 ir 2015 m.

O. Nuga, G. N. Amahia, ir F. Salami darbe pateikiami dispersijos komponentų didžiausiojo tikėtumo įvertiniai atsitiktiniame padalytųjų sklypų modelyje, tiriamas tų įvertinių efektyvumas.

Paskutinėje leidinio dalyje skelbiami trys teoriniams klausimams skirti straipsniai.

V. Kanišausko ir K. Piaseckienės darbe rasta geometrinio atstatymo proceso nepaslinktoji ir turinti mažiausią dispersiją prognozė.

Vasiceko modelio su trupmeniniu Brauno procesu nežinomi parametrai vertinami S. Lohvinenko ir K. Ralchenko straipsnyje. Įrodomas nežinomų parametru didžiausio tikėtumo įvertinių pagrįstumas ir asimptotinis normalumas.

K. Rao, H. Pandey ir K. L. Singh darbe aprašytas p -matis Rayleigh skirstinys proporcingajame didumui ėmime ir išvestos to skirstinio parametro Bayeso įvertinių formulės.

Aleksandras Plikusas
Vyriausiasis redaktorius
Editor-in-chief

LIETUVOS GYVENTOJŲ SENĖJIMO ILGALAIKĖ TRAJEKTORIJA: FUNDAMENTALIEJI IR SPECIFINIAI VEIKSNIAI¹

Vladislava Stankūnienė

Vytauto Didžiojo universitetas, Demografinių tyrimų centras. Adresas: Jonavos 66, 44191, Kaunas, Lietuva.
El. paštas: vladislava.stankuniene@vdu.lt

Gauta: 2017 m. spalio

Pataisyta: 2017 m. lapkritis

Paskelbta: 2017 m. gruodis

Santrauka. Straipsnyje analizuojamas Lietuvos gyventojų senėjimas beveik šimto metų periodu. Straipsnio tikslas yra vertinti Lietuvos gyventojų senėjimo tempų kitimą ir senėjimo trajektorijos svyravimo prielaidas bei veiksnius. Remiantis demografinės raidos teorijomis ir užsienio tyrėjų gyventojų senėjimo veiksmų vertinimo metodologinėmis išvalgomis vertinami Lietuvos gyventojų senėjimo fundamentalieji ir specifiniai pokyčiai. Analizėje remiamasi oficialiąja Lietuvos ir tarptautinių gyventojų duomenų bazių informacija.

Raktiniai žodžiai: gyventojų senėjimas, amžiaus struktūra, medianinis amžius, vidutinis amžius, Lietuva.

ĮVADAS

Visos aukšto išsivystymo lygio šalys susiduria su populiacijos senėjimo² iššūkiais. Nors populiacijos senėjimo fenomenas nėra naujas reiškinys ir turi jau netrumpą istoriją, tačiau ilgai į tai buvo žiūrima gana ramiai. XX a. pabaigoje, šio šimtmečio pradžioje populiacijos senėjimui pasiekus aukštą lygį, o daugelyje šalių, dėl įvairių papildomų veiksnių šiam procesui labai suintensyvėjus, išsivysčiusios šalys priverstos susirūpinti. Aukštas populiacijos senėjimo lygis ir prognozuojami intensyvūs tempai ateityje kelia didžiulius iššūkius ir specifinius reikalavimus ūkio raidai, socialinei apsaugai, senstančiai visuomenei tinkamų paslaugų plėtrai. Todėl vis daugiau dėmesio skiriama populiacijos senėjimo proceso raidos vertinimui, problemų įvardijimui, programinių ir konkrečių sprendimų projektavimui ir įgyvendinimui. Lietuva šio globalaus populiacijos senėjimo kontekste ne tik yra bendrame senstančių šalių klasteryje, bet tarp jų vis labiau išsiskiria. Nors pagal daugelio populiacijos senėjimą vertinančių rodiklių reikšmes Lietuva dar nėra tarp lyderiaujančių Europos šalių, tačiau pagal proceso tempus, ypač artimiausių kelių dešimtmečių perspektyvoje, Lietuva priskiriama prie sparčiausiai senstančiųjų Europoje [12].

Populiacijos amžiaus struktūra ir demografinis senėjimas yra pagrindinių demografinių procesų – gimstamumo, mirtingumo, migracijos ilgalaikės raidos rezultatas. Konkretaus momento populiacijos amžiaus struktūra yra suformuota šimto metų trukmės (žmogaus gyvenimo kelio trukmės) pagrindinių demografinių procesų raidos, neatsiejamai susietos su visuomenės modernizacija, ir įvairių ekonominių, socialinių pokyčių bei geopolitinių transformacijų, koreguojančių demografinių procesų evoliucinę raidą. Lietuva, per pastaruosius šimtą metų patyrė ne vieną istorinį lūžį, kurie iš esmės ir kardinaliai keitė politinę, ekonominę, socialinę sistemą bei ženkliai koregavo demografinių procesų raidą ir deformavo populiacijos amžiaus struktūrą, išsiskiriančia specifine populiacijos senėjimo trajektorija.

Straipsnio tikslas yra fundamentaliųjų demografinės raidos teorijų ir Lietuvos demografinių procesų pokyčių visuomenės modernėjimo bei specifinių šalies raidos periodų kontekste vertinti beveik šimto metų praeities populiacijos struktūros senėjimo evoliucines ir deformacines trajektorijas ir veiksnius. Straipsnyje bus remiamasi Lietuvos statistikos departamento, Eurostato, Jungtinių Tautų gyventojų duomenų bazėmis, amžiaus struktūros ir pagrindiniais populiacijos senėjimo rodikliais, turinčiais pakankamai ilgą dinamines eilutes.

¹ Straipsnis parengtas vykdant Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerijos ir Baltarusijos Respublikos valstybinio mokslo ir technologijų komiteto bendradarbiavimo mokslo ir technologijų srityje programos (administruoja Lietuvos mokslo taryba) projektą "Baltarusijos ir Lietuvos šiuolaikinės demografinės problemos: variacijos, panašumai ir būdai pereiti į tvarią raidą" (projekto sutarties Nr. S-LB-17-9).

² Procesas, kai gyventojų amžiaus struktūroje didėja vyresnio amžiaus ir mažėja vaikų bei jauno amžiaus gyventojų dalys, vadinamas įvairiai – „populiacijos senėjimas“, „demografinis senėjimas“, „gyventojų senėjimas“, „visuomenės senėjimas“, „gyventojų amžiaus struktūros senėjimas“. Straipsnyje šie terminai bus vartojami kaip sinonimai, tačiau dažniausiai – „populiacijos senėjimas“, nes anglų kalba dažniausiai šis procesas apibūdinamas terminu „population ageing“.

1. Pagrindiniai populiacijos senėjimo demografiniai veiksniai: teorinės išvalgos

Dažnai populiacijos senėjimas pirmiausia siejamas su ilgėjančia vidutine tikėtina gyvenimo trukme [3, 19, 26] ir, atitinkamai, su vis didesne kiekvienos kartos dalimi, sulaukiančia vis vyresnio amžiaus. Tačiau populiacijos senėjimo procesas yra kur kas labiau daugiaplanis, o veiksniai, lemiantys senėjimo procesą, yra gerokai įvairesni ir sudėtingesni. Vykstant visuomenės modernizacijai, pereinant iš agrarinės į industrinę ir poindustrinę visuomenę, pagrindiniai populiacijos senėjimo demografiniai veiksniai yra mirtingumo ir gimstamumo mažėjimas. Naujausi tyrimai pabrėžia, kad kiekvieno iš šių veiksnių svarba (veiksnių, kaip pagrindinio senėjimo „variklio“ (*driver*), vaidmuo) populiacijos senėjimo procese kinta priklausomai nuo demografinės raidos konkretaus periodo [19].

Demografijos mokslas fundamentalaus populiacijos senėjimo procesą pirmiausia sieja su demografinių perėjimų (pirmojo ir antrojo) teorinėmis schemomis [38, 40], visuomenės modernėjimo kontekste vertindamas ilgalaikę mirtingumo ir gimstamumo raidą ir jos poveikį populiacijos amžiaus struktūrai. Mirtingumo ir gimstamumo mažėjimui ir veiksniams suprasti pasitelkiamos įvairios mirtingumo raidos teorijos (epidemiologinio ir sveikatos perėjimo teorijos [17, 28, 27, 39] ir gausios gimstamumo teorijos, aiškinančios gimstamumo mažėjimo ir žemo gimstamumo lygio prielaidas (14, 40, kt.). Mažėjantis gimstamumas mažina vaikų, populiaciją papildančias kartas ir atitinkamai didina vyresnių kartų dalį visoje populiacijoje. Mažėjantis mirtingumas ilgina gyvenimo trukmę, gausindamas vyresnio amžiaus populiacijos dalį.

Trečiasis populiacijos senėjimo demografinis veiksnys – populiacijos mažėjimas dėl migracijos. Populiacijai mažėjant dėl tarptautinės migracijos (didesnių emigracijos srautų nei imigracijos, t. y. neto migracijai esant neigiamai) ir migracijos procesuose intensyviausiai dalyvaujant jaunimui, mažėja jauno amžiaus populiacija, atitinkamai didindama vyresnio amžiaus populiacijos dalį, o kartu ir mažindama galimybes populiacijai atsinaujinti: mažėjant jaunimo daliai, mažėja galinčių susilaukti vaikų populiacija, mažėja gimusiųjų skaičius. Taip tarptautinė migracija tiesiogiai ir netiesiogiai intensyvina populiacijos senėjimą [19]. Migracijos srautus formuoja įvairūs šalies raidos veiksniai, kurių raiška labai priklauso nuo konkretaus periodo. Jiems suprasti ir vertinti pasitelkiamos įvairios teorijos: nuo teorijų, aiškinančių visuomenės modernizacijos proceso poveikį populiacijos mobilumo modelių ir intensyvumo kaitai [40, 41], iki globalaus gyventojų mobilumo intensyvėjimo ir srautų formavimosi poindustriniame komunikacinės revoliucijos pasaulyje [5], ekonominių veiksnių poveikio universalumo migracijos srautams tarp skirtingo gerovės lygio regionų bei kitų migracijos proceso variacijų aiškinimo teorinių išvalgų.

Nors gimstamumo ir mirtingumo kitimas visuomenės modernizacijos metu, vykstant demografiniam perėjimui (pirmajam) turi gana aiškia evoliucinę trajektoriją ir ji nesunkiai aprašoma empiriniais rodikliais bei paaiškinama teorinėmis schemomis, tačiau kritiniai konkrečios šalies raidos periodai (karai, pertvarkos, ekonominės, socialinės ir politinės krizės) gali pastebimai keisti bendrą šių procesų pokyčių tempą ir net kryptį. Be to, kaip pastebi Murphy (2017), demografinio perėjimo (pirmojo) metu šių dviejų pagrindinių populiacijos senėjimo veiksnių svarba ir „variklis“ (*driver*) keičia pozicijas priklausomai nuo perėjimo etapo. Pirmajame demografinio perėjimo etape, pradėjus mažėti mirtingumui, būtent mirtingumo pokyčiai yra svarbiausias populiacijos amžiaus struktūros kitimo „variklis“. Tačiau jie veikia gana priešaringai. Pirmajame demografinio perėjimo etape greičiau mažėdamas iki tol agrarinėje visuomenėje buvęs labai aukštas kūdikių ir vaikų mirtingumas, pereinant į industrinę visuomenės raidos etapą gausina vaikų kartas (vis daugiau kūdikių išgyvena). Tai jaunina populiaciją. Tik vėliau, vis didesnei daliai kiekvienos kartos išgyvenant iki vis vyresnio amžiaus, mirtingumo mažėjimas tampa populiacijos senėjimo „varikliu“ – pradeda didėti pagyvenusiujų dalis (26, 31, 38).

Modernėjant visuomenei, demografinio perėjimo (pirmojo) vėlesniuose etapuose, pradėjus mažėti ir gimstamumui, mažėja vaikų dalis bendroje populiacijos amžiaus struktūroje. Populiacija pradeda senėti ir „iš apačios“. Šiame visuomenės modernizacijos ir perėjimo į naują demografinės raidos režimą etape gimstamumas tampa pagrindiniu populiacijos senėjimo „varikliu“. Pasiėkus aukštą poindustrinį išsivystymo lygį prasidėjus antrajam demografiniam perėjimui, kai gimstamumas mažėja labai sparčiai ir visose išsivysčiusiose šalyse krinta gerokai žemiau nei kartų kaitą užtikrinanti riba, gimstamumo poveikis populiacijos senėjimui tampa dominuojantis. Mirtingumo mažėjimo tempai šiuo periodu labai sulėtėja. Šiame visuomenės raidos etape pagal epidemiologinio [27, 28] ir sveikatos perėjimo teorijas [39], laimint prieš vyresnio amžiaus žmonėms būdingas degeneracines ligas (kraujo apytakos sistemos, vėžį, kt.), didėja vyresnių žmonių išgyvenamumas, daugėja sulaukusiųjų vis vyresnio amžiaus. Tačiau šie procesai yra lėti ir poveikiu populiacijos senėjimui gerokai nusileidžia gimstamumo mažėjimui.

Evoliuciniai mirtingumo ir gimstamumo pokyčiai mažėjimo linkme visuomenės modernizacijos procese nuosekliai keičia amžiaus struktūros modelius nuo jaunos populiacijos prie senos ir net labai senos, tačiau šių procesų raidos svyravimai specifiniais šalies raidos periodais gali sutrukdyti nuoseklią amžiaus struktūros kaitą ar net ją deformuoti [38], amžiaus struktūroje sukurdami „bangas“: „įdubas“ ir „pakilimus“.

Tarptautinė migracija yra trečias svarbus demografinis veiksnys formuojantis amžiaus struktūrą. Paprastai intensyviausiai migruoja jaunimas, keisdamas evoliucinius amžiaus struktūros modelius, o esant intensyviems migracijos srautams, ją deformuodamas, spartindamas populiacijos senėjimą, jei emigracijos srautai būna intensyvesni už imigracinius, ir jaunindamas, jei imigracijos srautai didesni nei emigracijos.

Nors metodologiškai atrodo galimi tokių amžiaus struktūrų kitimo ir senėjimo veiksnių indėlio vertinimai remiantis statistiniais duomenimis, demografiniais rodikliais ir formaliosios demografijos komponentų metodais, tačiau tam reikalingas pakankamai ilgo periodo, gerai organizuotas, tikslus informacinis pagrindas – ne mažiau kaip šimto metų trukmės – viso kartos gyvenimo kelio periodo (nuo kartos susiformavimo gimstant iki jos išnykimo) gimstamumo, mirtingumo ir migracijos duomenys. Šiam tikslui reikalingos ne tik šių procesų bendrosios apimtys, bet ir detalūs duomenys pagal amžių. Deja, Lietuva tokios trukmės dinaminį eilučių pagal pagrindinius populiacijos senėjimo veiksnius neturi. Todėl šiame straipsnyje bus remiamasi turimais gana fragmentiškais ir apytiksliais tolimesnės praeities ir detalesniais, patikimais pastarųjų kelių dešimtmečių statistiniais duomenimis.

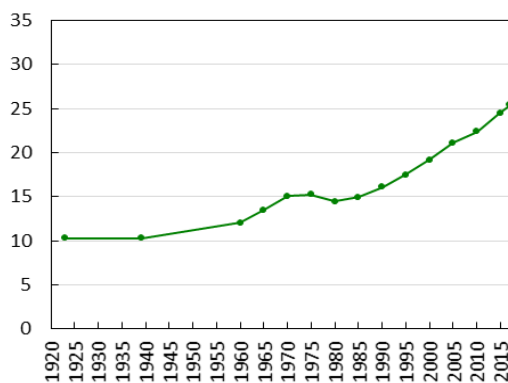
2. Lietuvos populiacijos kiekybinės dimensijos šimto metų periodu

Dažniausiai populiacijos senėjimo procesas dėl lengvai suprantamų reikšmių ir informatyvumo iliustruojamas populiacijos amžiaus struktūros pokyčiais (pagyvenusių žmonių dalies gausėjimu, vaikų dalies mažėjimu), vidutiniu ar medianiniu gyventojų amžiumi. Svarbiais populiacijos senėjimo rodikliais yra išlaikomo amžiaus žmonių koeficientas (*age-dependency ratio*), demografinės senatvės koeficientas (*index of ageing*), potencialios paramos rodiklis (*potential support ratio*). Pastarieji dažniau naudojami ekonominio potencialo ar socialinių rizikų vertinimo tikslams. Svarbi populiacijos senėjimą iliustruojanti priemonė yra amžiaus struktūros piramidė (*age-sex pyramid*). Tačiau ji neturi apibendrinančio rodiklio ir tik vizualizuoja kintančią amžiaus struktūrą. Šiame straipsnyje daugiausia bus naudojami amžiaus struktūros, vidutino ir medianinio gyventojų amžiaus rodikliai.

Lietuvos populiacijos senėjimo ilgametę, beveik šimto metų trukmės, trajektoriją vertinant vyresnio amžiaus žmonių dalies rodikliais, galima teigti, kad nuo XX a. trečiojo dešimtmečio jų dalis kito svyruodama, kitimo tempai – nenuoseklūs (1 pav.). Praėjusio šimtmečio pradžioje, 1923 m. gyventojų surašymo duomenimis (tai pirmieji patikimi duomenys apie amžiaus struktūrą), Lietuvos populiacija dar buvo labai jauna. 60 metų ir vyresni gyventojai sudarė tik 10,3 proc. (1 pav., 1 priedas). Turimais fragmentiniais duomenimis, šis rodiklis išliko tokio pat lygio ir 1939 m. Po Antrojo pasaulinio karo, nuo šeštojo dešimtmečio pradžios, nuo 1950 m., perskaičiuoti [37], o nuo 1959 m. – gyventojų surašymo oficialūs statistiniai duomenys leidžia teigti, kad populiacijos senėjimas vyko jau XX a. pirmoje pusėje, tik lėtai. 1950 m. 60 metų ir vyresni gyventojai sudarė 14 proc. (1 pav.). Vėlesniais metais – šeštajame-devintajame dešimtmečiuose vyresnio amžiaus žmonių dalis keitėsi nenuosekliai (kai kuriais periodais net sumažėdama), tačiau nuo paskutinio XX a. dešimtmečio iki dabar – populiacija senėjo labai intensyviai (1 pav., 1 priedas). Gyventojų surašymų duomenimis, 60 metų ir vyresni gyventojai 1959 m. sudarė 11,9 proc., 1970 m. – 14,9 proc., 1979 m. – 14,4 proc., 1989 m. – 15,7 proc., 2001 m. – 19,2 proc., 2011 m. – 23,5 proc., o 2017 m. pradžioje – 24,5 proc. (1 priedas).

Vyrų ir moterų subpopuliacijų senėjimo tempas, trajektorija ir pasiektas lygis, vertinant procentine pagyvenusių žmonių dalimi, gana ženkliai skiriasi. Specifiniu ir nenuosekliu senėjimu išsiskiria vyrų subpopuliacija.

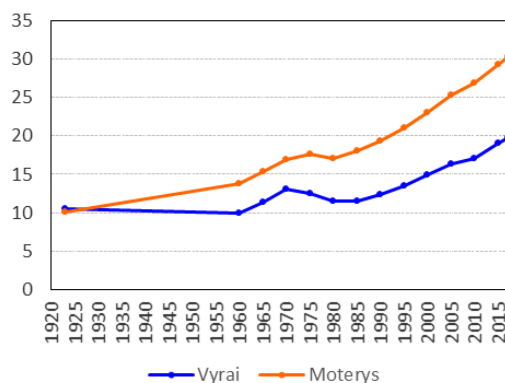
XX a. pradžioje, 1923 m. gyventojų surašymo duomenimis 60 metų ir vyresnių vyrų ir moterų dalys buvo beveik vienodos, atitinkamai 10,6 ir 10,2 proc., t. y., šio amžiaus vyrų grupė buvo palyginti net gausesnė nei moterų. Po Antrojo pasaulinio karo moterų subpopuliacija senėjo nuosekliai ir gerokai sparčiau nei vyrų. 1989 m. 60 metų ir vyresnių moterų dalis buvo jau net 7 procentiniais punktais didesnė nei vyrų (vyrų subpopuliacijoje šio amžiaus vyrai sudarė 12,1 proc., moterų atitinkamas rodiklis buvo 19 proc.). Vėlesniais metais, gerokai sparčiau senėjant moterų subpopuliacijai, skirtumas tarp vyrų ir moterų subpopuliacijų senatvės lygių didėjo. 2017 m. pradžios duomenimis, šio amžiaus vyrų grupė sudarė 19,8 proc., moterų – net 30,2 proc. Skirtumas tarp vyrų ir moterų subpopuliacijų senatvės lygių viršijo net 10 procentinių punktų (2 pav., 1 priedas). Akivaizdžiai matyti, kad 60 metų ir vyresnių vyrų ir moterų dalies didėjimo trajektorija ženkliai skiriasi.



1 pav. Lietuvos 60 metų ir vyresnio amžiaus gyventojų dalis, procentais

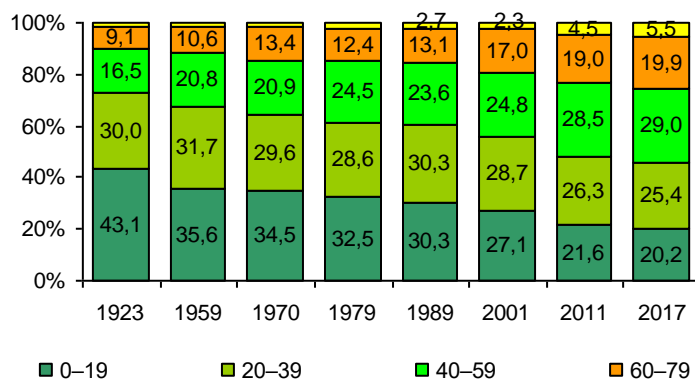
Šaltiniai: [1, 20, 23]

Pagyvenusių ir senų žmonių dalis analizuojamu periodu didėjo iš esmės keičiantis visai populiacijos amžiaus struktūros formai: mažėjo vaikų, jaunimo ir jaunesnio darbingo amžiaus gyventojų dalys ir gausėjo ne tik 60 metų ir vyresnių, bet ir vyresnio darbingo amžiaus grupės (3 pav.).



2 pav. Lietuvos 60 metų ir vyresnio amžiaus vyrų ir moterų dalis, procentais

Šaltiniai: [20, 23, 37]

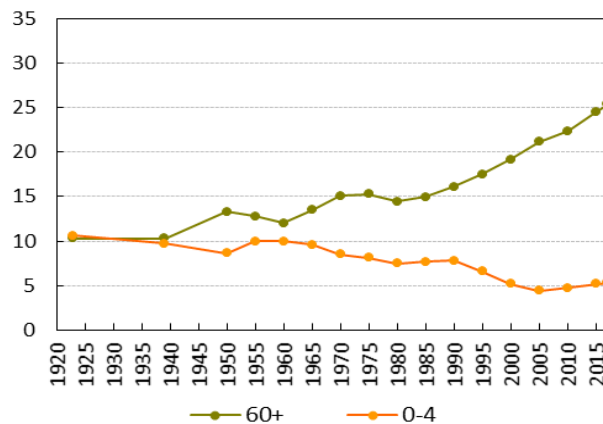


3 pav. Lietuvos gyventojų amžiaus struktūros kitimas dvidešimtmetėmis amžiaus grupėmis, procentais

Šaltiniai: [1, 9, 15, 16, 20]

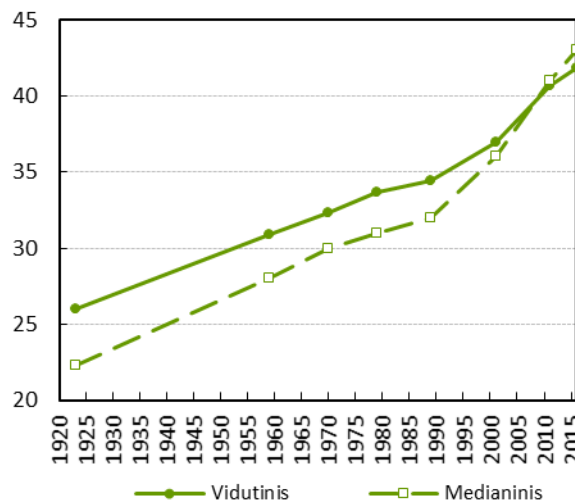
XX a. pradžioje jaunesni nei 20 metų amžiaus gyventojai viršijo net 40 proc. (43,1), o 0–4 metų amžiaus vaikai – net dešimtadalį visų gyventojų (10,3 proc.). Tai yra tokia pati dalis, kaip visi jau sulaukę 60 metų amžiaus gyventojai (3, 4 pav.). Tai iliustruoja labai jauną populiaciją, kuri paprastai būdinga agrarinei visuomenei. Nors šie pokyčiai nebuvo labai nuoseklūs, tačiau bendra, mažėjančios jauniausios dalies ir vis didesnės populiacijos dalies kaupimosi vyresniame amžiuje tendencija labai akivaizdi (3 pav.). Prieš ketvirtį amžiaus, 1989 m. gyventojų surašymo duomenimis, jaunesni nei 20 metų sudarė 30,3 proc., šio šimtmečio pradžioje – 2001 m. – 27,1 proc., 2017 m. – 20,2 proc. 40 metų ir vyresnių dalis per beveik šimtą metų padidėjo du kartus ir ypač sparčiai didėjo pastaraisiais dviem dešimtmečiais. 1923 m. jie sudarė 26,9 proc., 1989 m. – 39,4, 2001 m. – 44,1 proc., 2017 m. – net daugiau nei pusę visų

gyventojų – 54,4 proc. Tačiau čia reikia pabrėžti, kad nežiūrint labai mažėjančios jauniausio amžiaus (iki 20 metų amžiaus) populiacijos dalies, kuri pereinama į vyresnio amžiaus grupes turėjo jas taip pat mažinti, iki XXI a. pradžios (beveik aštuonis dešimtmečius) 20–39 metų gyventojų dalis iš esmės liko beveik stabili – svyravo tarp 29–32 proc.



4 pav. Lietuvos 60 metų ir vyresnių ir 0–4 metų amžiaus grupių kitimas, procentais
Šaltiniai [1, 9, 20, 37]

Atitinkamai, medianinis amžius, populiaciją dalijantis į dvi vienodo dydžio grupes, nuo 1923 m. iki dabar – iki 2017 m. beveik padvigubėjo: nuo 22 metų 1923 m., 36 metų 2001 m. iki 43 metų 2017 m., vidutinis amžius – atitinkamai nuo 25 iki 36 ir iki 42 metų (5 pav.). Medianinis amžius rodo, kad praėjusio šimtmečio pradžioje (1923 m.) Lietuvos populiacija dar buvo labai jauna. Pusę visos populiacijos sudarė jaunesni nei 22 metų amžiaus gyventojai.



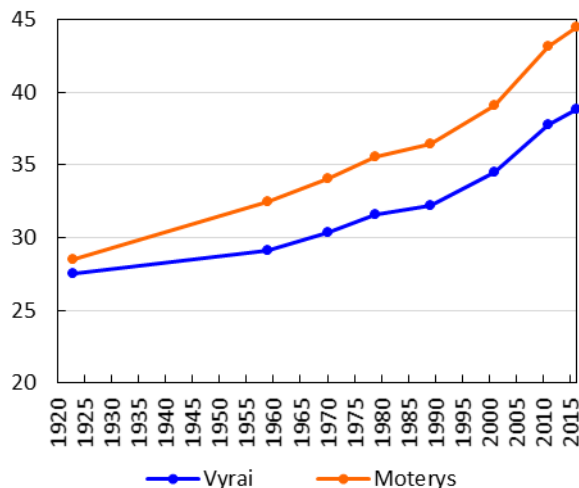
5 pav. Lietuvos gyventojų vidutinio ir medianinio amžiaus kitimas 1923–2016 m., metais
Šaltiniai: [9, 20, 37]

Medianinio ir vidutinio populiacijos amžiaus rodikliai gerai iliustruoja palyginti lėtą ir nuo šio šimtmečio pradžios labai suintensyvėjusį Lietuvos populiacijos senėjimą bei šiuo metu jau pasiektą aukštą senatvės lygį. Medianinis amžius nuo 1923 iki 2001 m. (per 78 metus) pailgėjo 14 metų, o nuo 2001 m. iki 2017 m. (per 16 metų) – 7 metais. Moterų subpopuliacija senėja gerokai sparčiau ir yra gerokai senesnė nei vyrų. Tai rodo ne tik pagyvenusių ir senų moterų gerokai didesnė procentinė dalis (2 pav., 1 priedas), bet ir gerokai sparčiau didėjantis vidutinio amžiaus rodiklis (6 pav.), kuris 2017 m. moterų pasiekė net 45 metus (vyrų – 39 metus). Detalesnė analizė rodo, kad vyrų subpopuliacijos senėjimas vyksta ne tik lėčiau, bet turi ir specifinius raidos požymius.

Gyventojų įvairių grupių (amžiaus, vyrų ir moterų) skirtingi pokyčiai, medianinio ir vidutinio amžiaus kitimo trajektorijos diagnozuoja, kad gyventojų amžiaus struktūra, be natūralaus populiacijos senėjimo vykstant visuomenės

modernizacijai, ir atitinkamai mažėjant mirtingumui ir gimstamumui, visu analizuojamu periodu buvo labai veikiama ir kitų veiksnių: trečiojo demografinio veiksnio – migracijos ir Lietuvos istorinio kelio lūžių.

Apibendrinant galima teigti, kad Lietuvos populiacijos senėjimo rodikliai iliustruoja gana nuosaikų, bet nenuoseklų Lietuvos populiacijos senėjimą iki XX a. paskutinio dešimtmečio, labai suintensyvėjusį senėjimo procesą per pastaruosius dvidešimt penkerius metus, ir ypač nuo šio šimtmečio pradžios ir šiuo metu pasiektą aukštą populiacijos senatvės lygį, ypač moterų.



6 pav. Lietuvos vyrų ir moterų vidutinio amžiaus kitimas 1923–2016 m., metais
Šaltiniai: [9, 20, 37]

Kitame skyriuje, remiantis demografinės raidos ir demografinių procesų teorijomis, Lietuvos istorinio kelio perspektyvoje bus aptartos gyventojų amžiaus struktūrą formuojančių demografinių procesų (mirtingumo, gimstamumo, migracijos) ilgalaikės tendencijos ir jų poveikis populiacijos senėjimo tempams, tempų nenuoseklumams (ypač vyrų subpopuliacijos) bei kai kurie išoriniai veiksniai, deformavę amžiaus struktūrą, populiacijos senėjimui suteikę specifinius požymius.

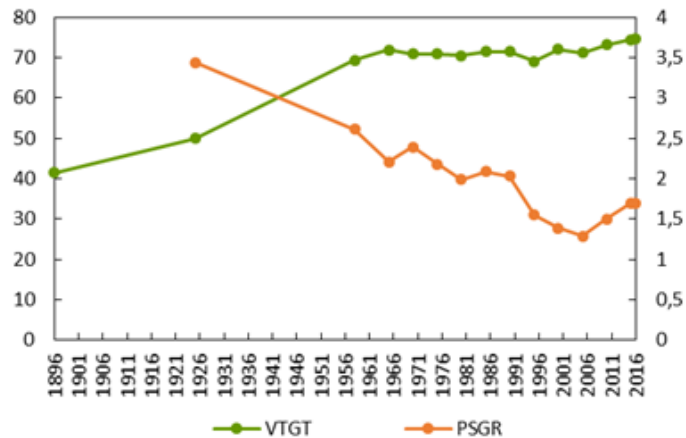
3. Lietuvos populiacijos senėjimo veiksniai: ilgalaikė perspektyva

Vertinant Lietuvos ilgalaikių gyventojų amžiaus struktūros ir senėjimo pokyčių veiksnius bus bandoma atskleisti fundamentaliųjų demografinių procesų raidos ir specifinių aplinkybių poveikį senėjimo evoliuciniams pokyčiams, vykstant visuomenės modernizacijai, ir specifiniams, deformaciniams, pasireiškiantiems įvairių šalies istorinių periodų kontekste.

Daugelis populiacijos senėjimo raidos tyrėjų [3, 19, 26] pripažįsta, kad gimstamumo ir mirtingumo kitimas, vykstant visuomenės modernizacijai, yra pagrindiniai populiacijos senėjimo demografiniai veiksniai. Pabrėžiama, kad populiacijos senėjimo supratimo klasika yra tai, kad senėjimas yra nuosekli demografinio perėjimo (pirmojo) pasekmė. Demografiniu perėjimu įvardijamų pokyčių schemas esmė yra modernėjančioje visuomenėje vykstantis mirtingumo ir gimstamumo mažėjimas, o kartu ir senėjanti populiacija. Naujausiuose tyrimuose pabrėžiama, kad priklausomai nuo konkretaus modernėjimo periodo, gali keistis šių veiksnių vaidmuo, kaip pagrindinio senėjimo „variklio“ (*driver*). Siekiant vertinti šių veiksnių stiprumą, pastaruoju metu bandoma kurti metodologiją, leidžiančią vertinti jų indėlį į populiacijos senėjimo procesą. Į veiksnių vertinimo matematinį modelį bandoma įtraukti ir trečią demografinį, amžiaus struktūrą formuojantį veiksnių – migraciją. Vakarų šalių pavyzdžiu atliekamuose tyrimuose, šiam veiksmui nepriskiriamas svarbus vaidmuo [26]. Tačiau atlikti tikslesnius skaičiavimus yra sudėtingas uždavinys, pirmiausia dėl būtinumo turėti patikimas ilgalaikes demografinio senėjimo veiksnių – mirtingumo, gimstamumo ir gyventojų migracijos – dinamines eilutes. Retai kuri šalis tokią informaciją turi. Lietuva – ne išimtis. Todėl dažnai tenka tenkintis fragmentiška informacija, leidžiančia bent apytiksliai atskleisti demografinių procesų poveikį evoliucinei ar deformacinei populiacijos amžiaus struktūros kaitai, modernizacijos kelyje vykstančiai senėjimo linkme.

Mirtingumo poveikis gyventojų amžiaus struktūros kaitai Lietuvoje. Ankstesni tyrimai leidžia teigti, kad demografinis perėjimas (pirmasis) Lietuvoje prasidėjo antroje XIX a. pusėje, pradėjus mažėti mirtingumui ir beveik

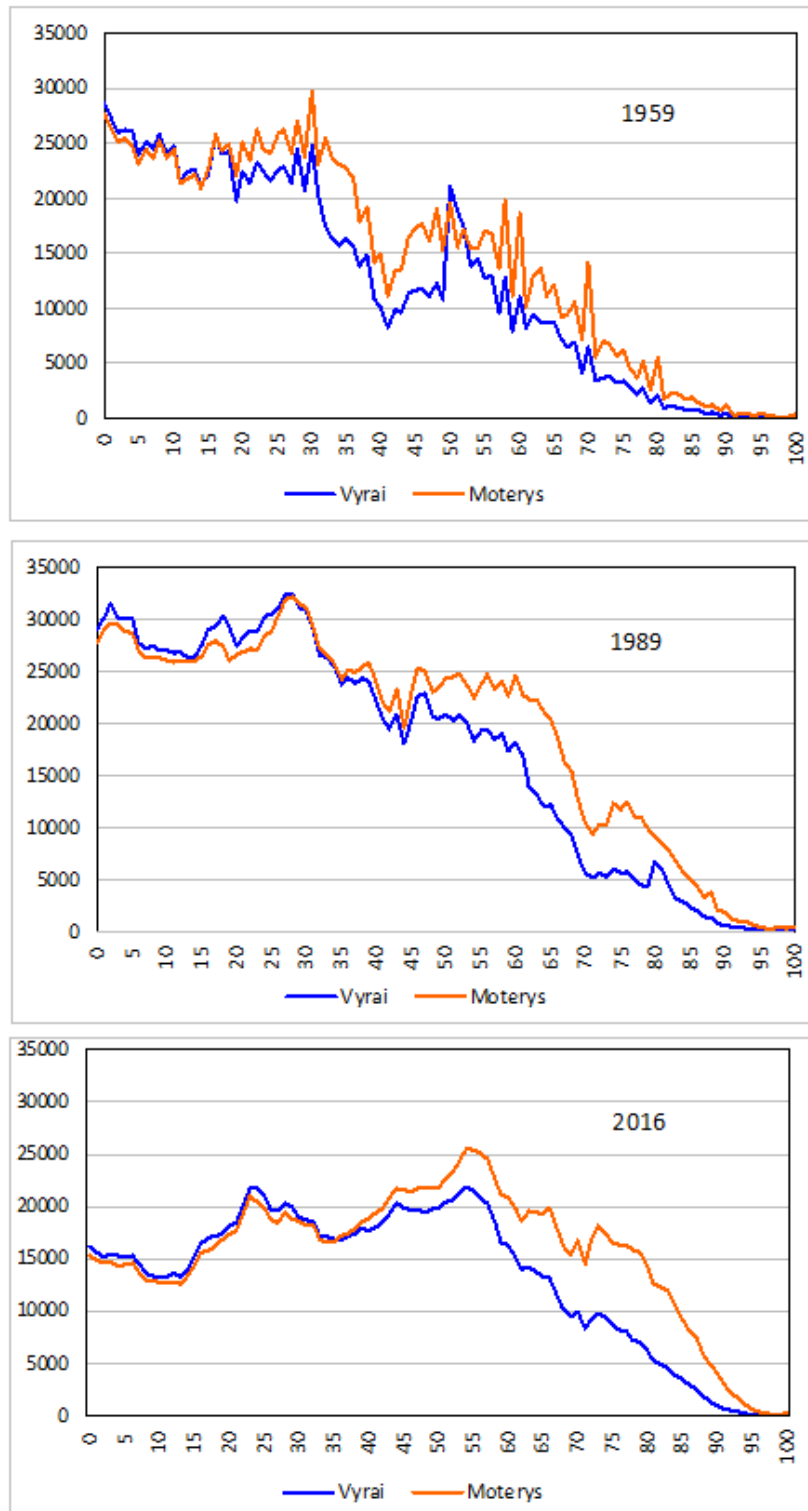
kartu ir gimstamumui [25, 34, 35]. Tačiau pokyčiai buvo lėti. Vidutinė tikėtina gyvenimo trukmė (VTGT) ilgėjo lėtai. Apytiksliais skaičiavimais, nuo XIX a. pabaigos, 1896–1897 m., VTGT per maždaug tris dešimtmečius pailgėjo dešimčia metų (7 pav.), 1925–1926 m. pasiekdama 50 metų [24, 30]. Nors toks VTGT lygis pagal epidemiologinio perėjimo teorinę schemą akivaizdžiai rodo vykstantį mirtingumo mažėjimą, tačiau dar išliekantį pirminės perėjimo prie žemo mirtingumo stadijose [17, 27, 28]. Kaip ir koku laipsniui tai galėjo veikti populiacijos amžiaus struktūros pokyčius, patikimų ir laike palyginamų duomenų iki XX a. šeštojo dešimtmečio pabaigos – 1958–1959 m. – nėra. 1923 m. Lietuvos gyventojų pirmojo surašymo duomenys apie gyventojų amžiaus struktūrą dėl dar labai nedidelio mirtingumo mažėjimo poveikio amžiaus struktūros kitimui leidžia daryti tik kai kurias prielaidas.



7 pav. Lietuvos mirtingumo (vidutinės tikėtinos gyvenimo trukmės; abiejų lyčių) ir gimstamumo (periodinio suminio gimstamumo rodiklio) ilgalaikiai pokyčiai
Šaltiniai: [9, 23, 24, 30, 34]

1958–1959 m. duomenys apie VTGT priartėjimą prie 70 metų (68 metai, 7 pav.) rodo modernėjimo linkme jau gerokai pažengusią demografinę raidą ir besibaigiantį demografinį perėjimą, kurio natūrali raida paprastai jau lemia gerokai senstėjęs populiaciją. Tačiau įvertinti, koku laipsniui nuo 1925 iki 1958 m. mirtingumo mažėjimas ir VTGT ilgėjimas sendino amžiaus struktūrą, nėra galimybių. Dramatiški to periodo išoriniai veiksniai labai paveikė kiekybines ir struktūrines Lietuvos populiacijos dimensijas. Lietuvos prijungimas į Sovietų sąjungą, Antrasis pasaulinis karas, pokario rezistencinės kovos, tremtys, emigracijos bangos ne tik drastiškai sumažino gyventojų skaičių, bet ir labai deformavo amžiaus struktūrą. Šie veiksniai sukūrė didžiulės jauno ir vidutinio mažesnio gyventojų skaičiaus „įdubas“, labai gerai matomas iš 1959 m. gyventojų surašymo duomenų. Tai ypač paveikė vyrų subpopuliaciją (8 pav.).

Ir vis dėlto netiesioginė informacija leidžia teigti, kad nežiūrint visų šio periodo Lietuvos istorinių veiksnių, demografiniai procesai modernėjo, mirtingumas mažėjo. Nuo šeštojo dešimtmečio pradžios labai intensyviai mažėjo kūdikių mirtingumas – per dešimt metų daugiau nei per pusę (9 pav.). Tai atitinka demografinio (pirmojo) ir epidemiologinio perėjimų pokyčių schemas, pagal kurias šioje mirtingumo mažėjimo stadijoje, didėjant kūdikių ir vaikų išgyvenamumui, vaikų populiacija gausėja (10 pav.), jaunindama visą populiaciją „iš apačios“, net jei tuo metu gimstamumas ir mažėja. Tai buvo viena iš veiksnių, šiuo periodu lėtinusių populiacijos senėjimą (1, 5 pav.). Šis mirtingumo mažėjimo efektas populiacijos jauninimo linkme nuo XX a. septinto dešimtmečio labai susilpnėjo, užleisdamas vietą kitam, Sovietų sąjungos regionui, o kartu ir Lietuvai labai specifinei mirtingumo veiksnio įtakai amžiaus struktūros pokyčiams. Nuo septintojo dešimtmečio vidurio bendras mirtingumas lygis Lietuvoje nustojo mažėti, o vyrų net pradėjo didėti, ypač jauno ir vidutinio amžiaus [17, 36]. Mažėjo vyrų išgyvenamumas iki vyrenio amžiaus, VTGT svyravo ir net trumpėjo. Tai užsienio ir Lietuvos tyrėjų įvardijama išimtimi iš žmonijos patirčių [4, 17]. Šie procesai, Lietuvoje prasidėję XX a. septintojo dešimtmečio viduryje, tęsėsi beveik penkis dešimtmečius (7 pav.). 1965 m. VTGT vyrų buvo 68,3 metų, vėliau, iki 2013 m., svyruodama visą laiką išliko žemesnio lygio (svyravo 62,5–68,3 diapazonu) ir tik nuo 2013 m. tapo didesnė už 1965 m. lygį (2016 m. – 69,5 metai). Moterų šiuo periodu VTGT nenuosekliai, bet išlaikydama didėjimo tendenciją, pailgėjo nuo 74,8 metų 1965 m. iki 80 metų 2016 m. [23]. Tokia mirtingumo kitimo tendencija stabdė populiacijos senėjimą iš „viršaus“, ypač vyrų subpopuliacijos (2, 6, 8 pav.).

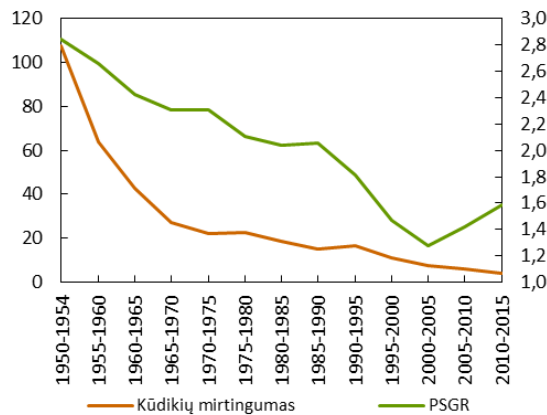


8 pav. Lietuvos vyrų ir moterų amžiaus pokyčiai ir deformacijos, 1959, 1989 ir 2016 m., absoliučiais skaičiais

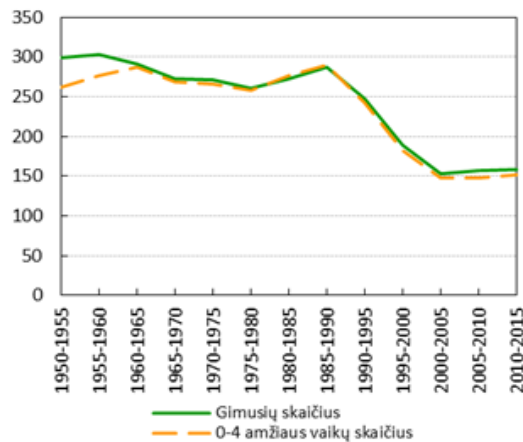
Šaltiniai: [1, 2, 23]

8 pav. 1989 ir 2016 m. duomenys labai gerai iliustruoja jauno ir vidutinio amžiaus vyrų aukšto mirtingumo pasekmes amžiaus struktūrai: labai sparčiai ir gerokai sparčiau nei moterų mažėjančiai vyrų populiacijai jau nuo 40–45 metų amžiaus ir stabdančiai populiacijos senėjimo procesą, būdinga modernioms visuomenėms. Be to, reikia pažymėti, kad pagal sveikatos perėjimo teorinę schemą, Lietuvos mirtingumo pokyčiai iki pastarojo meto taip ir neperėjo į tą etapą, kai mirtingumas gerokai mažėja senyvame amžiuje [39], gausindamas senolių populiaciją. Apibendrinant galima

teigti, kad Lietuvoje mirtingumas niekada netapo populiacijos senėjimo pagrindiniu „varikliu“, kuris būdingas modernėjant visuomenėms [3, 26], kai populiacijos senėjimo procese prioritetą tenka senėjimui „iš viršaus“.



9 pav. Lietuvos kūdikių mirtingumo ir periodinio suminio gimstamumo rodiklių kitimas 1950–2015 m.
Šaltiniai: [10, 23, 37]



10 pav. Gimusiųjų skaičius penkerių metų periodu ir 0–4 metų amžiaus vaikų skaičius periodo pabaigoje, 1950–2015 m.
Šaltiniai: [23, 37]

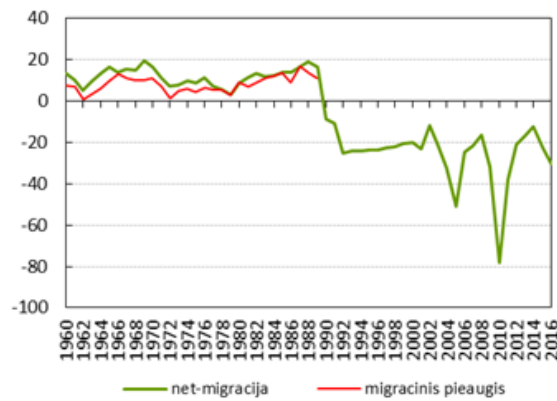
Gimstamumo poveikis populiacijos senėjimui „iš apačios“. Informatyvių gimstamumo rodiklių dinamika Lietuvoje yra dar trumpesnė. Oficialūs periodiniai suminiai gimstamumo rodikliai (PSGR) yra tik nuo XX a. šeštojo dešimtmečio [23, 37]. Remiantis turimais duomenimis, yra paskaičiuoti apytiksliai 1931 ir 1937 m. PSGR [34]. Turimi duomenys leidžia teigti, kad gimstamumas XX a. pirmoje pusėje mažėjo palengva. Po Antrojo pasaulinio karo gimstamumas labai paspartėjo, o demografiniam perėjimui (pirmajam) XX a. septintajame dešimtmetyje pasibaigus, gimstamumas dviem dešimtmečiams (aštuntąjį ir devintąjį) stabilizavosi kartų kaitą užtikrinančiame lygyje – PSGR buvo artimas 2 [23]. Tačiau nuo paskutinio XX a. dešimtmečio, prasidėjus šeimos transformacijai, įvardijamai antruoju demografiniu perėjimu, gimstamumas mažėjo labai sparčiai, nukrisdamas iki labai žemo lygio (XXI a. pradžioje PSGR – žemiau 1, 3) ir tik pastaruoju metu stebimi „atsigavimo“ ženklai (7 pav.). Galima daryti prielaidas, kad gimstamumo mažėjimas jau apie aštuoniasdešimt metų yra stipresnis nei mirtingumas populiacijos senėjimą skatinantis veiksnys, senėjimą veikiantis „iš apačios“.

Migracijos poveikis populiacijos amžiaus struktūros pokyčiams. Kaip pastebi Murthy, Lee (2017) ir kt., gyventojų migracija gali koreguoti populiacijos senėjimo tendencijas, nulemtas fundamentalių mirtingumo ir gimstamumo pokyčių, vykstančias modernėjant visuomenei. Šie autoriai migracijai, kaip populiacijos senėjimo veiksniai, didelės reikšmės neteikia. Lietuvos situacija nuo šios, atrodytų vadovėlinės tiesos, visu analizuojamu, beveik šimto metų periodu, gerokai skiriasi. Turimi duomenys ir įvairių tyrimų rezultatai pagrįstai leidžia teigti, kad migracija yra labai svarbus Lietuvos gyventojų skaičių ir jos struktūrą keičiantis ir net deformuojantis demografinis veiksnys. Įvairiais periodais migracija darė ir tebedaro didelį poveikį Lietuvos gyventojų amžiaus struktūros kitimui, vienais periodais

populiaciją „iš vidurio“ sendindama, kitais periodais – jaunindama ir deformuodama fundamentaliąsias populiacijos senėjimo tendencijas, vykstančias visuomenės modernizacijos procese.

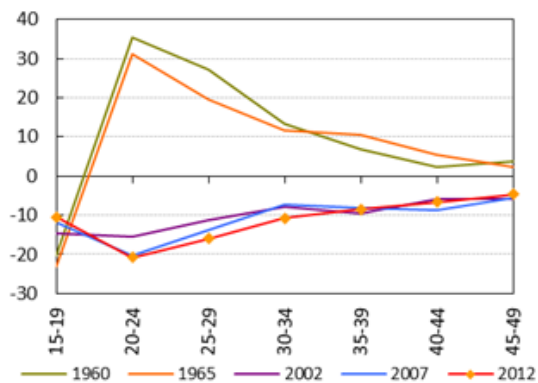
Remiantis įvairiais informaciniais šaltiniais apie migraciją, apibendrintais Sipavičienės (1997) ir kitų tyrėjų, XIX a. pabaigos, XX a. pradžios ir XX a. trečiojo dešimtmečio emigracijos bangos iš Lietuvos, daugiausia įtraukdamos jaunos vyrus, keitė amžiaus struktūrą, ją sendindamos iš „vidurio“. Tačiau apie to periodo gyventojų amžiaus struktūrą ir migracijos poveikį jos pokyčiams, tikslios informacijos labai maža. Tik 1923 m. Lietuvos visuotinas gyventojų surašymas teikia patikimus duomenis apie amžiaus struktūrą. 2 pav., 1 priedo ir detalesni surašymo duomenys [20] netiesiogiai leidžia vertinti intensyvios vyrų emigracijos poveikį amžiaus struktūrai ir gerokai mažesnei jauno ir vidutinio amžiaus vyrų subpopuliacijai nei moterų. Tačiau čia reikia nepamiršti ir kitų vyrų subpopuliaciją tuo laikotarpiu mažinusių veiksnių. Kaip rodo tuo metu atlikti Pirmojo pasaulinio karo žmogiškųjų nuostolių skaičiavimai [18], jie turėjo turėti didelį poveikį gerokai sumažėjusiam jauno ir vidutinio amžiaus vyrų skaičiui.

Po Antrojo pasaulinio karo, dėl nuolatinio didesnio atvykusiųjų nei išvykusiųjų skaičiaus, Lietuva visą sovietmetį turėjo migracinį prieaugį (11 pav.). Didžiąją migracinio prieaugio dalį sudarė vyrai (turimais duomenimis nuo 60 iki 80 proc., [10, 11], dauguma jų buvo 20–29 metų amžiaus (12 pav.). Tuo metu migracija buvo svarbiausias populiacijos senėjimą stabdantis, o kai kuriais periodais, net populiaciją, ypač vyrų subpopuliaciją, jauninantis demografinis veiksnys.



11 pav. Ilgalaikiai Lietuvos neto migracijos pokyčiai, 1960–2016 m., tūkstančiais
Šaltiniai: [9, 10, 11, 23, 35]

Labai intensyvi Lietuvos gyventojų emigracija nuo paskutinio XX a. dešimtmečio ir ypač nuo šio šimtmečio pradžios drastiškai sumažino gyventojų skaičių (1992–2016 m. gyventojų skaičius sumažėjo 886 tūkst, dėl neto migracijos – beveik 700 tūkst. [23]) ir labai deformavo amžiaus struktūrą. Jau daugiau nei du dešimtmečius intensyviausiai emigruojant jaunimui (12 pav.), labai sumažėjo jauno ir vidutinio amžiaus gyventojų grupės (ypač sumažėjo 25–45 metų amžiaus grupės; 8 pav.), labai sendindamos visą populiaciją. Migracijos veiksnys tapo labai stipriu Lietuvos populiaciją „iš vidurio“ sendinančiu „varikliu“ ir labai spartinančiu bendrą populiacijos senėjimą (1 pav., 5 pav.).



12 pav. Lietuvos neto migracijos amžiaus struktūrai XX a. septintame dešimtmetyje ir pastaraisiais metais, procentais
Šaltiniai: [6, 7, 9, 10, 11, 21, 23, 35]

Išvados

XX a. pirmoje pusėje, pirmose demografinio perėjimo (pirmojo) stadijose, evoliuciniu būdu mažėjantys gimstamumas ir mirtingumas Lietuvos gyventojų amžiaus struktūrą keitė palengva, populiacijos senėjimas buvo nuosaikus. Nuo XX a. septinto dešimtmečio prasidėję nepalankūs mirtingumo pokyčiai (moterų mirtingumo lygio stagnacija, vyrų jauno ir vidutinio amžiaus mirtingumo didėjimas), nuo šešto dešimtmečio pradžios, visą sovietmečio periodą pastovus migracinis prieaugis (kurio didžiąją dalį sudarė vyrai) stabdė populiacijos senėjimą, o vyrų subpopuliaciją net jaunino. Nuo XX a. dešimtojo dešimtmečio, prasidėjus antrajam demografiniam perėjimui, labai sumažėjus gimstamumui ir jam nukritus žemiau lygio, galinčio užtikrinti kartų kaitą, populiacijos senėjimas dėl gimstamumo veiksnio labai suintensyvėjo. Gimstamumas tapo labai stipriu populiaciją sendinančiu „varikliu“.

Lietuvos gyventojų migracijos procesai koregavo evoliucinius amžiaus struktūros pokyčius, būdingus modernėjančioms visuomenėms. XX a. pirmosios pusės gyventojų emigracija sendino vyrų subpopuliaciją (dauguma emigruojančiųjų buvo jauni vyrai). Sovietmečiu nuolatinis Lietuvos gyventojų gausėjimas dėl atvykstančiųjų iš buvusios Sovietų sąjungos teritorijų, daugiausia vyrų, jaunino populiaciją, labiausiai – vyrų. Pastarojo ketvirčio amžiaus ir ypač nuo šio šimtmečio pradžios labai intensyvi vyrų ir moterų emigracija labai mažina jauno ir vidutinio darbingo amžiaus gyventojų skaičių, intensyviai sendindama populiaciją „iš vidurio“, formuodama specifinę amžiaus struktūrą.

Dramatiški Lietuvos istoriniai ir politiniai įvykiai bei aplinkybės (Pirmasis ir Antrasis pasauliniai karai, rezistencija, trėmimai, sovietmečio sąlygos) drastiškai deformavo evoliucinę gyventojų amžiaus struktūros raidą, lėmė dideles kiekybiškai nukentėjusių kartų „įdubas“ amžiaus struktūroje.

Literatūra

1. *1959 metų visosąjunginio gyventojų surašymo duomenys*. Lietuvos TSR. Valstybinė statistikos leidykla, Vilnius, 1963.
2. *1989 metų visuotinio gyventojų surašymo duomenys*. I tomas. Statistikos departamentas prie Lietuvos Respublikos Vyriausybės, Vilnius, 1991.
3. Bengtsson, T., Scott, K. 2011. Population aging and the future of the welfare state: The example of Sweden. *Population and Development Review*, 37 (Supplement): 158–170 (2011).
4. Bobadilla, J. L., Costello, Ch. A. 1997. *Premature death in the independent states: overview. Premature Death in the New Independent States*. National Academy Press, Washington.
5. Castles, S., Miller, M. J. 2011. The age of migration: international population movements in the modern world. Ed. F. Trovato. *Population and Society*. 333–345.
6. *Demografijos metraštis 2002*. Lietuvos statistikos departamentas, Vilnius, 2003.
7. *Demografijos metraštis 2012*. Lietuvos statistikos departamentas, Vilnius, 2013.
8. *Demografijos metraštis 2014*. Lietuvos statistikos departamentas, Vilnius, 2015.
9. *Demografijos metraštis 2016*. Lietuvos statistikos departamentas, Vilnius, 2017.
10. *Estestviennoe i mechaničeskoje dviženie naselenija Litovskoi SSR*. Statističeskij sbornik. Tom II. Centralnoe ststističeskoie upravlenie pri Soviete ministrov Litovskoi SSR, Vilnius, 1966.
11. *Estestviennoe i mechaničeskoje dviženie naselenija Litovskoi SSR. 1965-1970*. Statističeskij sbornik. Centralnoe ststističeskoie upravlenie pri Soviete ministrov Litovskoi SSR, Vilnius, 1971.
12. Eurostat. 2017. Population structure and ageing. Eurostat Statistics Explained. June 2017.
13. *Eurostato duomenų bazė*. 2017 m. spalio mėn.
14. Goldscheider, F., Bernhardt, E., Lappengärs, T. 2015. The gender revolution: A framework for understanding changing family and demographic behavior. *Population and Development Review*. 41(2): 207–239.
15. *Itogi vsiesojuznoj perepisi nasielienija Litovskoj SSR 1970 goda*. Centralnoie statističeskoie upravlenie pri Soviete Ministrov Litovskoj SSR, Vilnius, 1975.
16. *Itogi vsiesojuznoj perepisi nasielienija Litovskoj SSR 1979 goda*. Centralnoie statističeskoie upravlenie Litovskoj SSR. Vilnius, 1980.
17. Jasilionis D. 2003. Lietuvos gyventojų mirtingumo raida – epidemiologinio perėjimo teorijos išimtis. *Filosofija. Sociologija*. Nr. 2 : 63–67.
18. Laptevas, S. Lietuvos žmonių aukos didžiajame kare. *Lietuvos gyventojai. 1923 m. rugsėjo 17 d. surašymo duomenys*. Centralinis statistikos biuras, Kaunas. 1926.
19. Lee R., Zhou Y. 2017. Does fertility or mortality drive contemporary population aging? The revisionist view revised. *Population and Development Review*. 43(2): 285–301.
20. *Lietuvos gyventojai. 1923 m. rugsėjo 17 d. surašymo duomenys*. Centralinis statistikos biuras, Kaunas, 1926.
21. *Lietuvos gyventojų tarptautinė migracija 2007*. Statistikos departamentas, Vilnius, 2008.
22. *Lietuvos gyventojų tarptautinė migracija 2014*. Lietuvos statistikos departamentas, Vilnius, 2015.

23. Lietuvos statistikos departamentas. 2017.
24. Merčaitis, A. 1973. Ar sensta Lietuvos gyventojai? *Mokslas ir gyvenimas*. Nr. 6.
25. Mikulionienė, S., Stankūnienė, V. 2003. *Socio-Economic Status and Living Arrangements of Older Persons in Lithuania*. UN. New York, Geneva. 113 p.
26. Murphy, M. 2017. Demographic determinants of population aging in Europe since 1850. *Population and Development Review*. 43(2): 256–283.
27. Olshansky, J., Ault, B. 1986. The fourth stage of the epidemiologic transition: the age of delayed degenerative diseases. *The Milbank Quarterly*. 64(3): 355–391.
28. Omran, A. R. 1971. The epidemiologic transition: a theory of the epidemiology of population change. *The Milbank Memory Fund Quarterly*. 494(4): 509–538.
29. *Pagrindiniai 1989 m. gyventojų surašymo duomenys*. Lietuvos valstybinis statistikos komitetas, Vilnius, 1990.
30. Ptucha, M. V. 1960. *Očierki po statistiki nasielienija*. Moskva.
31. Schoumaker, B., Tabutin, D., Williams, M. 2006. Demographic Dynamics and diversity in the world. Eds. G. Caselli, J. Vallin, G. Wunsch. *Demography. Analysis and Synthesis. A Treatise in Population Studies*. Vol. 3: 123-139.
32. Sipavičienė, A. (ats. red.). 1997. *International migration in Lithuania: causes, consequences, strategy*. Vilnius: UN/ECE, LFSI.
33. Sipavičienė, A., Stankūnienė, V. 2011. Lietuvos gyventojų (e)migracijos dvidešimtmetis: tarp laisvės rinktis ir išgyvenimo strategijos. *Filosofija. Sociologija*. 2011. T. 22. Nr. 4: 323–333, Lietuvos mokslų akademija.
34. Stankūnienė, V. 1989. Vosproizvodstvo naseleniya Litvi. *Demografičeskoie razvitie Litvy*. Vilnius.
35. Stankūnienė, V., Baublytė M., Žibas K., Stumbrys D. 2016. *Lietuvos demografinė kaita. Ką atskleidžia gyventojų surašymai*. VDU, Kaunas.
36. Stankūnienė, V., Masilionis, D. 2011. Lietuvos mirtingumo lygio ir mirties priežasčių struktūros prieštaringi pokyčiai. *Filosofija. Sociologija*. Vilnius. Nr. 4: 334–347.
37. UN. DESA / POPULATION DIVISION. <https://esa.un.org/unpd/wpp/> 2017.
38. Vallin, J. 2006. Europe's demographic transition, 1740-1940. Eds. G. Caselli, J. Vallin, G. Wunsch. *Demography. Analysis and Synthesis. A Treatise in Population Studies*. Vol. 3: 41–67.
39. Vallin, J., Mesle, F. 2004. Convergences and divergences in mortality. A new approach to health transition. *Demographic Research*. Special Collection. 2: 11–44.
40. Van de Kaa, D. J. 2010. Demographic transitions. *Encyclopedia of Life Support Systems. EOLSS. Demography* 1: 65–104. UK: Oxford
41. Zelinsky, W. 2011. The hypothesis of the mobility transition. Ed. F. Trovato. *Population and Society*. 311–322.

**LONG-LASTING TRAJECTORY OF POPULATION AGEING IN LITHUANIA:
FUNDAMENTAL AND SPECIFIC FACTORS**

Vladislava Stankūnienė

Abstract. The article analyses the population ageing of Lithuania for almost a hundred years. The aim of the article is to evaluate the trends of population ageing of Lithuania and to analyse the preconditions and factors of the ageing trajectory fluctuation. Based on demographic development theories and methodological insights in the estimation of influence of different factors on the ageing trends, the fundamental and specific changes in the ageing of Lithuanian population are evaluated. The analysis relies on the official information of Lithuania and international population databases.

Keywords: population ageing, age structure, median age, mean age, Lithuania.

1 priedas. Lietuvos gyventojų amžiaus struktūra pagal pagrindines amžiaus grupes, procentais

	1923	1939	1959	1970	1979	1989	2001	2011	2015	2017
Viso										
0-14	30,9	...	26,9	27,2	23,7	22,7	19,7	14,9	14,6	14,8
15-59	58,8	...	61,2	57,9	61,9	61,6	61,1	61,9	60,9	59,8
60+	10,3	10,3	11,9	14,9	14,4	15,7	19,2	23,2	24,5	25,4
	100	...	100	100	100	100	100	100	100	100
Vyrai										
0-14	32,5	...	29,7	29,4	25,4	24,3	21,6	16,6	16,2	16,5
15-59	56,9	...	60,5	57,5	63,0	63,6	63,4	65,4	64,8	63,7
60+	10,6	...	9,8	13,1	11,6	12,1	15,0	18,0	19,0	19,8
	100		100	100	100	100	100	100	100	100
Moterys										
0-14	29,3	...	24,5	25,2	22,1	21,2	48,0	13,5	13,2	13,4
15-59	60,5	...	61,8	58,1	61,0	59,8	59,1	58,9	57,6	56,4
60+	10,2	...	13,6	16,7	16,9	19,0	22,9	27,6	29,2	30,2
	100		100	100	100	100	100	100	100	100
Moterys (tęsinys)										
65+	9,1	11,7	13,4	13,2	17,1	21,9	23,1	23,8
70+	4,0	...	5,8	7,3	9,1	8,9	11,7	16,4	17,5	17,8

Šaltiniai: [1, 8, 9, 15, 16, 20, 29]

PADĖTIES DARBO RINKOJE SKIRTUMAI LIETUVOS REGIONUOSE

Arūnas Pocius¹, Donatas Burneika²

Lietuvos socialinių tyrimų centras, Goštauto g. 9, LT-01108, Vilnius

El. paštas: arunas.pocius@dsti.lt

Gauta: rugsėjis 2017

Pataisyta: lapkritis 2017

Paskelbta: gruodis 2017

Santrauka. Straipsnis parengtas remiantis Nacionalinės mokslo programos „Gerovės visuomenė“ 2017–2018 m. projekto „Regioniniai gerovės skirtumai Lietuvoje“ rezultatais (projekto Nr. GER-005/2017). Projektą finansuoja Lietuvos mokslo taryba. Publikacijoje vertinami pagrindinių šalies regionų darbo rinkos rodiklių skirtumai. Atsižvelgiant į stebimus migracijos pokyčius, publikacijoje nemažai dėmesio skiriama vertinti demografinės situacijos įtaką darbo rinkoje. Be įprastinių statistinių duomenų, publikacijoje panaudoti ir Sisteminio skurdo problemos tyrimo rezultatai. Atsižvelgiant į informacijos disponavimo ir jos palyginamumo galimybes, per tyrimą buvo pasinaudota apskričių ir savivaldybių duomenimis. Skirtingų informacijos lygmenų derinimas padėjo detaliau ištirti stebimus skirtumus regionų darbo rinkoje. Skirtingų duomenų šaltinių palyginimas leido atskleisti dar iki šiol netyrinėtus nedarbo pokyčių ir diferenciacijos ypatumus regionų lygmeniu.

Reikšmingi žodžiai: nedarbo lygis, užimtumo lygis, gyventojų aktyvumas, probleminiai regionai, demografiniai pokyčiai, darbo rinka, regionų grupės, migracija.

1. Įvadas

Šiame straipsnyje siekiama *įvertinti šalies regionų padėties darbo rinkoje skirtumus*. Siekiant užsibrėžto **tikslo**, buvo suformuluoti šie straipsnio **uždaviniai**: *įvertinti užimtųjų skaičiaus diferenciacijos ypatybes ir nedarbo raidos tendencijas šalies regionuose, ištirti respondentų nuomonę apie pagalbos įsidarbinant poveikį skurdui mažinti, apžvelgti ekspertų požiūrį į kvalifikacijos įtaką darbo vietų skaičiaus raidai, palyginti skirtingais būdais apskaičiuotus santykinius nedarbo rodiklius, išskirti teritorijas (savivaldybes), kuriose nedarbo rodiklis santykinai aukščiausias*.

Įvairūs tyrimai ir statistiniai duomenys rodo, kad šalies darbo rinka nėra vienybė. Apibendrinantys užimtumo ir nedarbo rodikliai „slepia“ ne tik didelius šių rodiklių skirtumus pagal atskiras tikslines socialines demografines gyventojų grupes, bet ir pagal regionus. Straipsnio **aktualumas** grindžiamas tuo, kad vykdant darbo rinkos politiką mūsų šalyje, prioritetas paprastai skiriamas atskiroms tikslinėms gyventojų grupėms, o pažeidžiamesni regionai (didžiųjų miestų darbo išteklių priedėliai) labiau nustumiami į antrą planą, nors būtent juose darbo išteklių praradimai yra skausmingiausi.

Padėties darbo rinkoje skirtumus Lietuvos regionuose lemia labai netolygi ekonominio potencialo ir darbo išteklių koncentracija. Galima visada kelti klausimą, kokie regioniniai padėties darbo rinkoje skirtumai yra palankūs sėkmingai šalies darbo rinkos raidai ir gali būti toleruoti? Pablogėjus situacijai darbo rinkoje, paprastai papildomas dėmesys skiriamas probleminiams (depresiniams) regionams, kurių situacijai gerinti skiriama papildoma Europos Sąjungos parama. Socialinės ir ekonominės raidos skirtumams šalyje mažinti skiriamos Europos regioninės plėtros fondo lėšos.

Tiriant regionų padėtį darbo rinkoje, aktualus ir duomenų šaltinių panaudojimo klausimas. Pagrindinis padėties darbo rinkoje regionuose vertinimo šaltinis – Lietuvos statistikos departamento (toliau – Statistikos departamentas) atliekami darbo jėgos tyrimų duomenys. Tačiau jų detalizacijos galimybės yra gana ribotos (statistinės apklausos atliekamos apskričių lygmeniu, nes tokie tyrimai savivaldybių lygmeniu būtų pernelyg brangūs). Atliekant nedarbo stebėseną be įprastinių darbo jėgos tyrimų duomenų naudojami Lietuvos darbo biržos (toliau – darbo birža) duomenys. Esminis tokios kaupiamos informacijos pranašumas – galimybė detalizuoti turimus duomenis savivaldybių lygmeniu.

Straipsnio **naujumą** iliustruoja toliau išvardyti autorių pastebėjimai.

Pirma. Straipsnio **naujumą (aktualumą)** lemia tai, jog Lietuvoje paskutiniaisiais metais nebuvo skelbta mokslinių publikacijų, kuriose būtų atliekamos išsamesnės situacijos Lietuvos darbo rinkoje analizės pagal regionus.

Antra. Vertinant regioninius padėties darbo rinkoje skirtumus, autoriai atliko skirtingomis metodologijomis grindžiamą nedarbo rodiklių palyginimą. Pastaroji lyginamosios analizės kryptis apie situacijos darbo rinkoje pokyčius

Lietuvoje beveik neplėtojama, nekalbant apie tai, kad ši problematika visiškai nėra nagrinėta regionų lygmeniu. Iš pirmo žvilgsnio gana painius skirtingų duomenų šaltinių derinimas tiriant nedarbą gali duoti įdomių rezultatų. Tyrinėtinas ir svarbus šis analizės aspektas darbo rinkos ir socialinės politikos (skurdo mažinimo) priemonių veiksmingumo požiūriu. Skirtingomis metodologijomis grindžiamų nedarbo rodiklių palyginimas turėtų praplėsti stebimų tendencijų vertinimo ir interpretacijos galimybes.

Trečia. Darbo rinkos politikos požiūriu visada aktualu išskirti problemines aukščiausio nedarbo lygio teritorijas. Todėl straipsnio autoriai neapsiribojo vien tik Statistikos departamento duomenimis pagal apskritis, analizei naudojami ir išsamesni darbo biržos duomenys savivaldybių lygmeniu (išskiriant problemines teritorijas, kuriose nedarbo lygis santykinai aukščiausias). Tai svarbu, nes darbo jėgos tyrimai neleidžia detalizuoti santykinų nedarbo rodiklių pagal savivaldybes. Kita vertus, bendrieji formalūs darbo rinkos rodikliai mažai ką gali pasakyti apie esamų skirtumų ir stebimų pokyčių priežastis. Todėl siekdami įvertinti situaciją šalies regionų darbo rinkoje, autoriai pasinaudojo sociologinių tyrimų duomenimis.

Ketvirta. Sugrupavus statistinius duomenis, pavyko atskleisti užimtųjų skaičiaus dinamikos skirtumus šalies regionų grupėse. Paprastai mokslinėje literatūroje dažniau konstatuojamas vienokių ar kitokių skirtumų tarp regionų egzistavimas, tačiau jų darbo rinkos raidos skirtumai skirtingo dydžio teritorijų grupėse beveik nevertinami ir išsamiau netyrinėjami. Gauti grupavimų rezultatai leido išsamiau apžvelgti darbo rinkos raidos skirtumus, kuriuos lemia ir ekonominės, ir demografinės raidos netolygumai. Tai akivaizdžiai apleista regioninių tyrimų sritis Lietuvoje.

Penkta. Publikacijoje suformuluotos išvados ir rekomendacijos įgalina objektyviau vertinti šalies darbo rinkos regioninius skirtumus, tiksliau išmatuoti ir įvertinti santykinį nedarbo rodiklio intensyvumą bei stebimus teritorinius skirtumus, atveria variacijos rodiklių taikymo galimybes nustatyti darbo rinkos politikos rezultatų veiksmingumą.

2. Lietuvoje atliktų regioninių tyrimų problematikos apžvalga

Viena iš pagrindinių tiek užsienio šalyse, tiek Lietuvoje atliekamų regionų tyrimų problemų – akivaizdūs jų raidos skirtumai. Mokslinės literatūros analizė rodo, kad daugelyje šaltinių regionų netolygumai yra aiškinami remiantis žmogiškųjų išteklių skirtumais, nevienoda infrastruktūra, mokslinio, techninio išsivystymo skirtumais. Randami skirtingi regioninio netolygumo vertinimo aspektai (pvz., pagal įsidarbinimo galimybes [29], pajamas [25], technologijų plėtrą [15] ir kt.).

Analizuojant netolygų regionų vystymąsi, neabejotinai galima teigti, kad regionų raidos netolygumas priklauso nuo daugelio veiksnių, kurie skirtingai veikia ir regiono augimą, ir jo plėtrą. Pažymėtina, kad vykstant intensyviems pokyčiams, globalizacijai ir ekonominiams procesams labiau skverbiantis į regionų vystymąsi, vis aktualesniais tampa darbo rinkos ir ekonominės raidos netolygumo vertinimai (žr. [2, 4, 13, 27–28, 31]). Pavyzdžiui, D Raškinio publikacijoje buvo siekiama ne tik nustatyti Lietuvos darbo rinkos problemas, vykstant šalies ekonomikos plėtrai, bet ir pasiūlyti galimus būdus darbo rinkos problemoms spręsti [27], nors bendrieji problemų sprendimų receptai vargu ar turėtų būti taikomi visų šalies regionų mastu. Lietuvoje vis dar pasigendama regioninės politikos lankstumo, nes socialinės ir ekonominės raidos skirtumai išlieka didžiuliai, o tai neigiamai veikia darbo vietų kokybę mažesnėse šalies teritorijose, kur darbo išteklių koncentracija yra labai sumažėjusi.

Svarbu išskirti demografinių veiksnių vaidmens svarbą, nes nuo migracijos ir natūralios kaitos (gimstamumo, mirtingumo) tendencijų priklauso mūsų šalyje esamų darbo išteklių skaičius. Netolygios šalies socialinės ir darbo rinkos raidos pasekmės savyje akumuliuoja skirtingų socialinių grupių ir atskirų teritorijų demografiniai rodikliai. Kalbant apie gilesnę demografinių procesų analizę, vertėtų išskirti Lietuvos socialinių tyrimų centro atliktą tyrimą „Demografinių procesų diferenciacija ir jos įtaka Lietuvos gyventojų raidos tvarumui“. Jo rezultatai patvirtina šio tyrimo autorių prielaidą, kad dauguma demografinių procesų pokyčių vyksta labai selektyviai – demografinės problemos koncentruojasi tam tikrose sociodemografinėse ir socioekonominėse grupėse. „Prieštaringi ir selektyvūs demografiniai pokyčiai rodo, kad šalies socialinė ir ekonominė raida išlieka nesubalansuota. Nepalankūs demografiniai rodikliai stebimi palyginti dideliuose visuomenės segmentuose ir tai lemia atitinkamai nepalankius šalies rodiklius, kelia grėsmę tvaresnei demografinėi raidai ateityje“ [14]. Nepaisant šio ir atskirų kitų tokio pobūdžio demografinių tyrimų aktualumo, jose, kol nepakankamai dėmesio buvo skiriama teritoriniam stebimų rodiklių diferenciacijos aspektui, nors atskiruose publikacijose galima rasti sėkmingus bandymus tai atlikti [18]. Lietuvos nekilnojamojo turto plėtros asociacijos 2015 m. atliktas demografinis tyrimas rodo, kad tarp išskirtų teritorijų tik Vilniaus m. regionas išsiskiria pozityviomis gyventojų skaičiaus kaitos perspektyvomis [20].

Lietuvos geografs išsamiai tyrinėja teritorinius gyventojų skaičiaus rodiklių pasiskirstymus. Jie suteikia daug naudingos informacijos apie darbo išteklių teritorinio išsidėstymo ir diferenciacijos ypatumus [9,17,33]. Nepaisant to, takoskyra tarp darbo rinkos sferoje atliekamų analizių ir geografijos mokslo srityje atliekamų tyrimų kol kas mūsų šalyje buvo akivaizdi, nes gyventojų teritorinio išsidėstymo ir urbanizacijos procesų įtakos užimtumui (nedarbai) analizei kol kas skiriamas nepakankamas dėmesys, nors sisteminis požiūris į šių tematikų sujungimą galėtų duoti naudingų rezultatų apie esamą situaciją ir stebimus pokyčius regionų lygmeniu.

Tiek užsienio, tiek Lietuvos mokslininkai vis dažniau nagrinėja regioninės diferenciacijos procesą, ieškoma socialinių, ekonominių skirtumų atsiradimo priežasčių, analizuojamos regionų skirtumų pasekmės. Regionų netolygumo vertinimo svarbą ir reikšmę šaliai bei jos sektoriams savo darbuose pažymi daugelis autorių (plačiau apie tai žr. nurodytuose šaltiniuose (žr. [2, 6–7,10–11, 22, 24, 29]). Lietuvoje šia problema mokslininkai aktyviau susidomėjo Lietuvai tapus Europos Sąjungos nare ir vėliau atsiradus Europos Sąjungos paramos panaudojimo galimybėms, sprendžiant regioninės diferenciacijos problemas (žr. [1, 5, 8, 12, 16, 21, 23, 24, 30, 32, 34]).

Atlikti tyrimai rodo, jog probleminių (depresinių) regionų darbo jėgos kokybė neatitinka ūkio poreikių dėl ilgalaikio nedarbo padarinių: žemos darbo jėgos kvalifikacijos ir kitų socialinių psichologinių problemų. Tai pagrindinės darbo išteklius apibūdinančios charakteristikos, lemiančios šių regionų nepatrauklumą investuotojams. Nedarbas – pagrindinis probleminių regionų bruožas – makrolygio problema, kurios ekonominės pasekmės – ne tik nesukurtos ekonominės gėrybės, bet ir skurdas, kitos socialinės problemos bei stojantis ekonomikos apyvartos plėtros galimybių ratas [3]. Mokslinėje literatūroje pažymima, kad nuo regiono ekonominės padėties priklauso, kokia bus situacija darbo rinkoje konkrečiame regione [26, 35]. Kitaip tariant, ekonominės raidos netolygumai lemia situacijos darbo rinkoje skirtumus. *Lietuvoje kol kas dar labai stokojama mokslinių tyrimų, kuriuose būtų atliekami konkretūs situacijos darbo rinkoje diferenciacijos vertinimai regionų lygmeniu, nors apie regionų skirtumus kaip nedarbo (nepakankamo užimtumo) arba jų socialines problemas kalbama pakankamai dažnai. Todėl šioje publikacijoje pagrindinis dėmesys skiriamas stebimų darbo rinkos raidos netolygumų ir jų apibūdinančių pagrindinių rodiklių skirtumams vertinti.*

3. Padėties darbo rinkoje skirtumų vertinimo šalies regionuose metodiniai aspektai

Atsiribodami nuo diskusijų apie „regiono“ sąvoką, straipsnio autoriai vadovaujasi praktine nuostata, kad po regioninės statistikos „kepure“ patenka statistiniai duomenys, kurie apima tiek apskričių, tiek savivaldybių lygmenis. Todėl priklausomai nuo informacijos disponavimo galimybių ir tyrime iškeltų siekių, buvo pasirinkti skirtingi analizės lygmenys. Šiuo atveju tyrėjų nuostata atskirais atvejais išskirti savivaldybes priimtina, nes savivaldybių išskyrimas suteikia detalesnės informacijos apie situaciją darbo rinkoje, o atskiros apskritys neretai „slepia“ pakankamai reikšmingas darbo vietų kaitos ir nedarbo problemas, kurios yra susikaupusios atskirose savivaldybėse, nors griežtu terminijos vartojimo požiūriu, pačių savivaldybių įtraukimas į regioninę analizę gali būti ir diskutuotinas.

Pagrindiniai duomenų šaltiniai analizei regionuose – Statistikos departamento ir darbo biržos duomenys. Statistikos departamento darbo jėgos tyrimų duomenys įgalina sistemiškai palyginti įvairius atskirų šalių darbo rinkos rodiklius pagal bendrą Eurostato taikomą metodologiją. Jų pagrindas – sistemingos gyventojų apklausos, kurios įgalina įvertinti stebimų pokyčių dinamiką. Pagrindiniai skaičiuojami užimtumo ir nedarbo rodikliai atspindi bendrąsias užimtumo ir nedarbo tendencijas Lietuvos apskričių lygmeniu. Tačiau atrankos metodu besiremiančios apklausos, kurios padeda įvertinti situaciją šalies apskrityse, neleidžia labiau detalizuoti statistinių duomenų savivaldybių lygmeniu. Todėl siekiant detaliau įvertinti santykinį nedarbą, autoriai pasitelkė darbo biržos duomenis. Jų panaudojimas padeda išvengti tų paklaidų, kurios neišvengiamai atsiranda taikant atrankinį metodą darbo jėgos tyrimuose, nes registruotų bedarbių skaičius gaunamas remiantis ištisinės statistinės apskaitos metodu.

Šiuolaikinės dinamiškos darbo rinkos sąlygomis labai sudėtinga nustatyti tikslius gyventojų skaičiaus rodiklius savivaldybėse. Todėl objektyviai gali egzistuoti tam tikri santykiniai nedarbo rodiklių iškraipymai, nepriklausantys nuo Statistikos departamento pastangų gauti tikslesnius statistinius duomenis, nes gyventojų skaičiaus rodikliams įtakos turi migracijos procesai. Tačiau disponuoti absoliučiai tikslia darbo rinkos statistika apskrityse ir savivaldybėse būtų sudėtinga dėl vidinės (regioninės) gyventojų migracijos įtakos.

Siekiant didesnio statistinių rodiklių tikslumo, Statistikos departamentas perskaičiuoja nedarbo ir užimtumo rodiklius po gyventojų surašymų, atsižvelgiant į tai, atliekamos jų korekcijos. Todėl minėtos rodiklių paklaidos dėl migracijos regionuose didesnės įtakos nagrinėjamų rodiklių dinamikos tendencijoms ir stebimų pasiskirstymų pobūdžiui

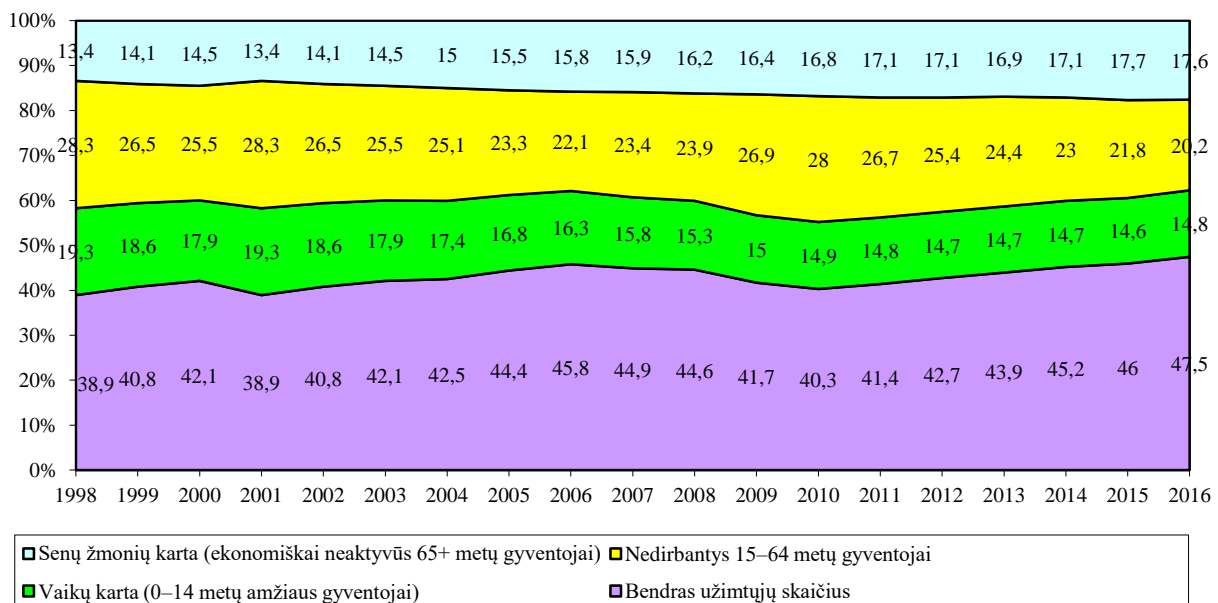
neturi. Taip pat galima teigti, kad absoliutiniai registruoto nedarbo duomenys pagal savivaldybes turėtų būti tikslesni už santykinus, kuriems skaičiuoti pasitelkiami demografiniai rodikliai, nors vien absoliutinių rodiklių taikymas gerokai apsunkina lyginamosios analizės metodo taikymo galimybes pagal šalies teritorijas.

Be sistemingai atnaujinamų minėtų statistinių duomenų šaltinių, autoriai pasinaudojo vienkartinį tyrimų rezultatais regionuose (paprastai tokios apklausos taikomos tada, kai įprastinės statistinės informacijos apie tiriamą reiškinį trūksta). Šioje publikacijoje pasinaudota Užimtumo galimybių (2014–2015 m.) ir Sisteminio skurdo problemos tyrimų Lietuvoje duomenimis (2015 m.), kur buvo išskirti ir atskiri aktualūs regionų situacijos darbo rinkoje darbo klausimai. Pastarųjų rezultatai įgalino atlikti regionų situacijos darbo rinkoje skirtumų analizę, nors dabartinių pokyčių kontekste juos reikėtų atnaujinti. Minėti tyrimai yra skirtingi sociologinių tyrimo metodų taikymo požiūriu, nes Užimtumo galimybių tyrimas, tai ekspertinė apklausa, kurios pagrindas kokybiniai vertinimai, o Sisteminio skurdo problemos tyrimas buvo kiekybinis ir apėmė kiekybiškai išreikštų rodiklių analizės rezultatus.

Atliekant situacijos analizę regionuose, prioritetas teikiamas santykiniams rodikliams, išreiškiant tiriamų rodiklių apimtį procentais (išskyrus migracijos koeficientus, kurie išreiškiami 1 000 gyventojų ir matuojami promilėmis). Tačiau užimtumo vertinimo atveju, siekiant atskleisti darbo išteklių trūkumo įtaką situacijai darbo rinkoje šalies regionuose, didesnis dėmesys skirtas absoliutiniams rodikliams. Nedarbo analizė regionuose apima ir skirtingomis metodologijomis grindžiamų santykinų nedarbo rodiklių palyginimą, ir variacijos koeficientų dinamikos vertinimus.

4. Demografinės situacijos įtaka darbo rinkai šalies regionuose

Vertinant darbo rinkos raidos ypatumus, svarbu atsižvelgti į santykinų demografinių gyventojų skaičiaus rodiklių kaitą. Skirtingai nei įprastinės darbo rinkos kiekybinės charakteristikos, vaikų ir pagyvenusių žmonių skaičiaus rodiklių dinamika per ilgesnį laikotarpį mažai susijusi su laikiniais svyravimais, kuriuos sukelia šalies ekonominės raidos pokyčiai. Kitokia padėtis stebima nagrinėjant su situacija darbo rinkoje susijusius rodiklius. Užimtųjų dalis tarp visų gyventojų dėl ankstesnės ekonominės krizės poveikio 2008–2010 m. sumažėjo, o nedirbančių darbingo amžiaus gyventojų dalis padidėjo. Nepaisant to, tebesitęsiančiu dabartinio ekonominio pakilimo laikotarpiu (2010–2016 m.) užimtųjų dalis padidėjo, o nedirbančių darbingo amžiaus gyventojų dalis, atvirkščiai – sumažėjo (1 pav.).



1 pav. Bendro šalies žmoniškųjų išteklių potencialo struktūros kaitos įvertinimas Statistikos departamento duomenimis (proc.)

Galima būtų sakyti, kad tebesitęsiantys neigiami demografiniai pokyčiai didele dalimi sustiprino neigiamą susiformavusios demografinės situacijos poveikį gyventojų struktūros pasiskirstymui. Vaikų kartos dalis tarp gyventojų, kurie perspektyvoje papildytų darbo rinką 1998–2016 m. sumažėjo nuo 19 iki 15 proc., ekonomiškai neaktyvių senų žmonių lyginamasis svoris tarp visų šalies gyventojų padidėjo nuo 13 iki 18 proc.

Darbo rinkos plėtos galimybių požiūriu itin svarbus santykinio darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus pokyčio pasiskirstymo vertinimas regionuose. Mažėjant gyventojų skaičiui šalyje, mažėja ir darbingo (15–64 metų) amžiaus gyventojų skaičius. Mažesni už vienetą nagrinėjamo rodiklio indeksai rodo, jog absoliutinę daugumą šalies teritorijų sudaro savivaldybės, kuriose darbingo amžiaus gyventojų skaičius 2001–2016 m. sparčiai mažėjo. Šis darbingo amžiaus rodiklis sparčiai augo tik trijų didžiausių šalies miestų rajonuose (Vilnius, Kauno ir Klaipėdos) bei Neringos m., kur dinamikos indeksas 2001–2016 m. buvo didžiausias (1,36). Santykinis darbingo amžiaus gyventojų pokyčius išreiškiantis indekso rodiklis rodo itin aukštą stebimų pokyčių diferenciacijos laipsnį šalies savivaldybių lygmeniu (nuo 0,58 iki 1,36). Jeigu Neringos sav. darbingo amžiaus gyventojų skaičius nagrinėjamu laikotarpiu padidėjo 36 proc., tai Visagino m. sumažėjo net 42 proc. (dinamikos indeksas siekė 0,58). Dėl nepalankios demografinės raidos sparčiausiai darbingo amžiaus gyventojų skaičius mažėjo Visagino m., Akmenės r. Ignalinos r., Pakruojo r., Kelmės r., Alytaus m. ir Biržų r. bei Pagėgių r. savivaldybėse. Iš išvardytų savivaldybių išsiskiria Visagino m. ir Akmenės r., kur darbingo amžiaus gyventojų skaičius indeksas itin žemas, kitose išskirtose teritorijose, šis rodiklis buvo kiek aukštesnis (apie 0,7 proc.).

Nors spartus darbo išteklių mažėjimas tradiciškai įvardijamas kaip mažųjų šalies teritorijų problema, statistiškai svarbu atkreipti dėmesį į pakankamai spartų darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus sumažėjimą didesniuose miestuose (Alytuje, Klaipėdoje ir Kaune), nes dideli šio rodiklio neigiami pokyčiai vaidina labai svarbų vaidmenį bendroje šalies darbo išteklių struktūroje. Reikėtų atkreipti dėmesį ir į tai, jog 2001–2016 m. darbingo amžiaus gyventojų skaičius sumažėjo visuose didžiuosiuose šalies miestuose, įskaitant ir Vilniaus m., kur nagrinėjamo indekso reikšmė buvo gerokai aukštesnė. Tai riboja šių miestų spartesnę socialinę, ekonominę bei darbo rinkos plėtrą. Demografiniu požiūriu darbo vietų kūrimo galimybės trijose didžiuosiuose šalies miestuose yra palankesnės, nes iš gretimų savivaldybių į juos paprastai pritraukiami papildomi darbo ištekliai. Ypač tai ryšku Kauno ir Klaipėdos regionuose, kur tarp miestų ir greta jų esančių rajonų stebimas itin akivaizdus darbingo amžiaus indekso skirtumas. Vykstant intensyviai gyventojų migracijai iš šalies didmiesčių į greta esančius rajonus, itin aukšti darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus dinamikos indeksai buvo Klaipėdos ir Kauno r. (atitinkamai 1,25 ir 1,14).

Šio regioninės traukos pranašumo neturi Šiauliai, Panevėžys, Alytus ir kiti mažesni šalies regionų centrai, kur buvo žemos ir miestų, ir gretimų šalia jų esančių rajonų nagrinėjamų indeksų reikšmės. Bene labiausiai darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus sumažėjimą regionuose lemia jų emigracija. Kaip rodo toliau pateikti skaičiavimai, didžiausi tarptautinės neto migracijos mastai 2016 m. buvo Visagino ir Pagėgių savivaldybėse. Neigiamą tarptautinės neto migracijos poveikį atskirų didžiųjų šalies miestų rajonuose (įskaitant ir Vilniaus m.) ir miestuose kurortuose (Nida, Palanga), kompensavo teigiamas vidinės migracijos balansas. Todėl tiesioginis ryšys tarp darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus dinamikos indekso ir migracijos yra akivaizdus.

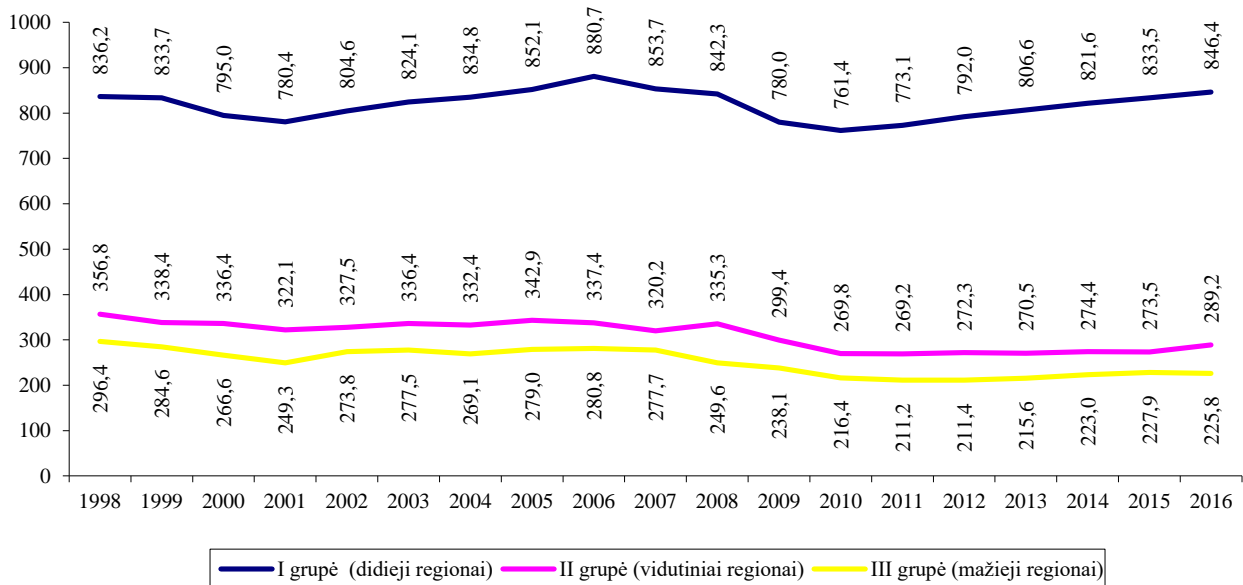
5. Užimtumo situacijos įvertinimas šalies regionuose oficialiosios statistikos ir tyrimų duomenimis

Analizuojant daroma prielaida, kad užimtųjų skaičiaus dinamikos tendencijos didesniuose šalies regionuose yra santykinai geresnės nei mažesniuose regionuose. Bent jau formaliai, ši, tarsi savaime aiškų teiginį, patvirtina užimtumo lygio rodikliai, kurie trijose didžiosiose šalies apskrityse yra didesni nei kituose šalies regionuose. Statistikos departamento duomenimis, 2013–2016 m. Vilniaus apskrityje užimtumo lygis buvo didžiausias. Paprastai Klaipėdos ir Kauno apskrityse užimtumo lygis šiuo laikotarpiu buvo didesnis nei likusiuose mažesniuose šalies regionuose. 2016 m. lyderės pozicijos pagal užimtumo lygį tenka Vilniaus ir Klaipėdos apskritims (šis rodiklis siekė atitinkamai 74,7 ir 70,9 proc.). Išimtis – Tauragės apskritis, kur užimtumas 2016 m. padidėjo iki 70,4 ir 1 procentiniu punktu viršijo šio rodiklio reikšmę Kauno regione.

Demografiniu požiūriu detalesnę analizę leidžia atlikti visų regionų suskirstymas į atskiras grupes pagal užimtųjų skaičiaus rodiklį. Pirmąją regionų grupę sudaro didžiausios šalies apskritys (Vilniaus, Kauno, Klaipėdos), antrąją – vidutinės (Šiaulių, Panevėžio, Alytaus), trečiąją – likusios mažosios apskritys. Tačiau reikėtų atkreipti dėmesį į tai, kad anksčiau autorių iškelta hipotezė nepasitvirtina, kai lyginama antrosios ir trečiosios regionų grupių situacija 2008–2016 m. laikotarpiu. Pabrėžtina, jog mažųjų apskričių užimtumo tendencijos buvo kiek palankesnės nei vidutinio dydžio regionų. Pirma, kaip rodo duomenų analizė, 2008–2016 m. išskirtoje II regionų grupėje užimtųjų skaičius sumažėjo nei III regionų grupėje (atitinkamai 46 ir 24 tūkst.). Nepaisant to, stebimi pokyčiai per keletą paskutiniųjų metų (2015–2016 m.) jau buvo palankesni II regionų grupei. Antra, nepaisant ekonomikos augimo, kiek žymesnis užimtųjų

skaičiaus augimas II regionų grupėje prasidėjo vėliau nei kitose grupėse. Todėl galima pagrįstai teigti, jog autorių iškelta prielaida pasitvirtina tik iš dalies.

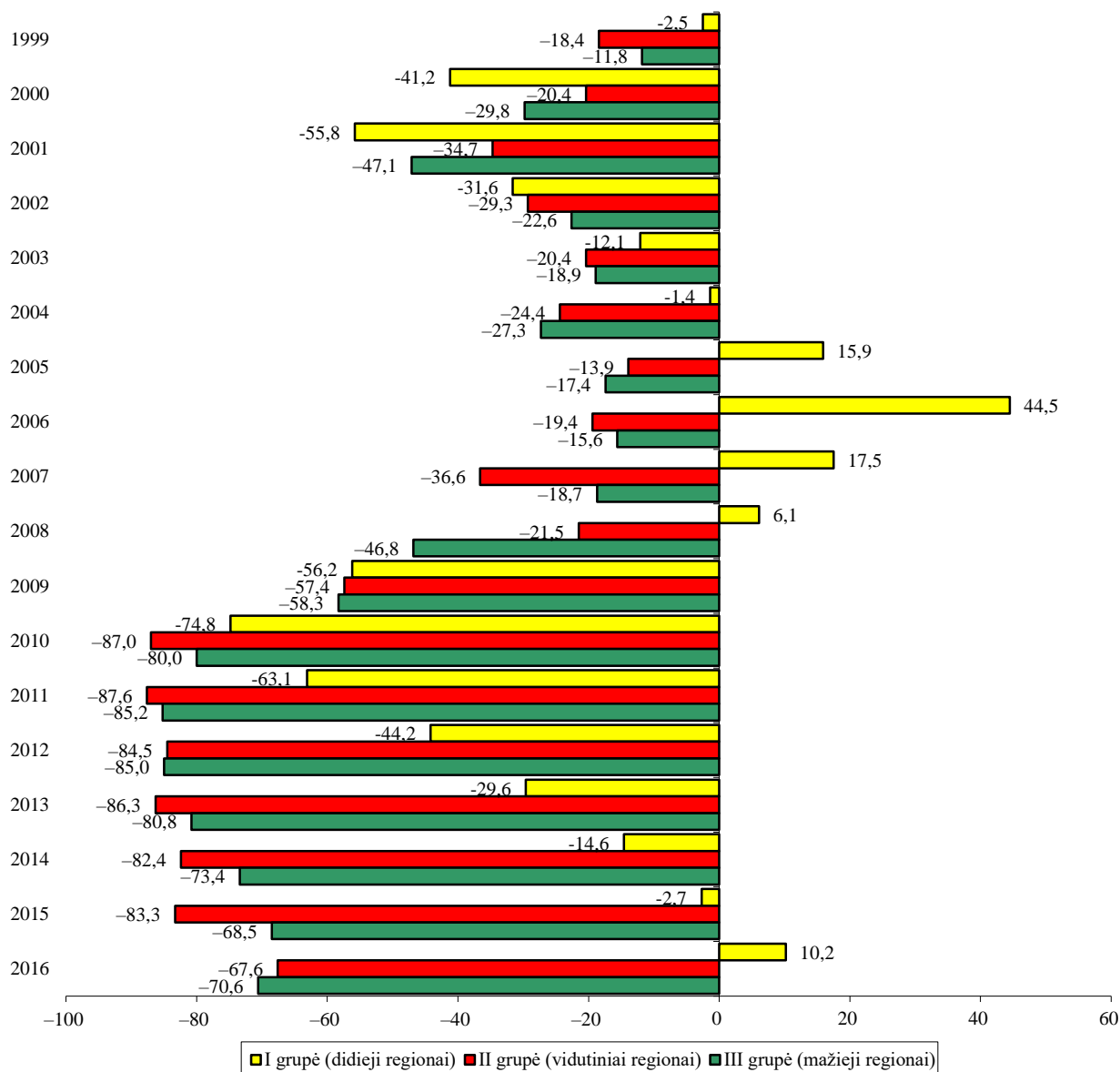
Dėl palankesnės demografinės situacijos poveikio, pakankamai ryškūs ciklinio pobūdžio užimtųjų skaičiaus rodiklio svyravimai stebimi tik didžiausių šalies apskričių grupėje, mažesniuose regionuose jie yra gana nedideli, o ekonominio pakilimo laikotarpiais užimtų darbo išteklių skaičiaus augo vangiai (2–3 pav.). Jeigu pastaruoju darbo rinkos plėtros laikotarpiu užimtųjų skaičius I regionų grupėje 2010–2016 m. išaugo 11,2 proc. tai III regionų grupėje šis teigiamas pokytis buvo 4,3 proc.



2 pav. Užimtųjų skaičiaus dinamika šalies regionų grupėse
Statistikos departamento duomenimis (tūkst.)

Vertinant situaciją didžiuosiuose šalies regionuose išsamiau, galima teigti, kad per dabartinį ekonomikos pakilimo laikotarpį (2010–2016 m.) tik Vilniaus apskrityje buvo užtikrintas pastovus užimtųjų skaičiaus augimas. Kauno ir Klaipėdos apskrityse papildomi darbo išteklių įtraukiami į darbo rinką ganėtinais lėtais. Papildomų darbo išteklių įtraukimas į darbo rinką labai „šlubavo“ vidutinių šalies regionų grupėje. Tarp II grupės regionų užimtųjų skaičiaus augimas (2010–2016 m.) stebimas tik Panevėžio apskrityje (12,5 proc.), Šiaulių ir Alytaus apskrityse jis buvo nedidelis. Didesniais užimtųjų skaičiaus svyravimais išsiskiria Šiaulių apskritis, kur trumpalaikės užimtųjų kaitos tendencijų kryptys keitėsi bene dažniausiai. Statistiniai duomenys rodo, kad netgi dabartiniu palankiu darbo rinkos raidos laikotarpiu, kuris vyksta tebesitęsiančio šalies ekonomikos augimo sąlygomis, mažųjų apskričių darbdaviams (III regionų grupė) taip pat pakankamai sunkiai sekėsi įtraukti į darbo rinką papildomus darbo išteklius. Išimtį sudaro Tauragės apskritis, kur užimtųjų skaičiaus augimas per paskutiniuosius metus (2014–2016 m.) buvo itin didelis – šis rodiklis padidėjo net 14 proc.

Dėsninga, jog ekonomikos augimo laikotarpiais santykinis užimtumo rodiklis šalyje padidėdavo, o ekonominės krizės metu – sumažėdavo. Skirtingai nei trumpalaikiai ekonominės raidos svyravimai, nepalankios demografinės tendencijos regionuose stipriau pasireiškia per ilgesnį laikotarpį ir jų užsitęsęs poveikis neabejotinai turi kaupiamąjį pobūdį. Teigiamą absoliutinio užimtųjų skaičiaus pokytį (palyginti su 1998 m.) stebima tik didžiųjų šalies regionų grupėje ekonominių pakilimų metu. Tačiau didesnę nei 1998 m. užimtųjų skaičių I regionų grupėje pavyko pasiekti tik praėjusio ekonominio pakilimo pabaigoje (2005–2008 m.). Panaši vėluojanti užimtųjų augimo tendencija pasikartoja ir dabartinio ūkio augimo ciklo metu. Tačiau tikėtina, jog dėl darbo išteklių stokos stebima augimo tendencija gali būti trumpalaikio pobūdžio. Nepaisant gana ilgą laiką tebesitęsiančio dabartinio ekonominio pakilimo, bendras užimtųjų skaičius per visą nagrinėjamą laikotarpį (1998–2016 m.) šalies mastu sumažėjo net 128 tūkst., labiausiai dėl to nukentėjo būtent mažesnieji šalies regionai. Apie negatyvius užimtųjų skaičiaus pokyčius mažesniųjų regionų grupėse per minėtą laikotarpį liudija toliau pateikti skaičiavimų rezultatai (3 pav.).



3 pav. Užimtųjų skaičiaus bazinių pokyčių kaitos įvertinimas šalies regionų grupėse (lyginant su 1998 m.)
 Statistikos departamento duomenimis (tūkst.)*

*Baziniai pokyčiai įvertinti atėmus atitinkamų metų užimtųjų skaičių iš jo reikšmės pradiniais dinamikos eilutės metais (1998 m.).

Užimtųjų skaičiaus augimą mažesniuose regionuose, esant palankiai ekonominei plėtrai, per šį dešimtmetį galima užtikrinti tik tada, kai yra kompensuojamas neigimas migracijos poveikis. Tai tapo itin ryšku, kai tarp šalies regionų paastrėjo konkurencija dėl trūkstančių darbo išteklių. Remiantis stebimų tendencijų skirtumais regionų grupėse, galima prognozuoti, jog tebesitęsiant dabartiniam ekonominiam pakilimui, užimtųjų skaičiaus praradimai ankstesnės ekonominės krizės metu bus kompensuojami tik didžiųjų šalies regionų grupėje, o mažesniųjų šalies apskričių galimybės pritraukti papildomus darbo išteklius bent jau kol kas yra gana ribotos.

Dar prieš paskutinįją ekonominę krizę (2007 m.) Darbo ir socialinių tyrimų institutas (dabar LSTC Darbo rinkos tyrimų institutas) atliko tyrimą „Vidinio teritorinio darbo jėgos mobilumo įvertinimas bei jo skatinimo galimybės“. Tyrimas atskleidė, kad vyksta nuolatinė darbo išteklių kaita dėl migracijos tarp didžiųjų ir mažesniųjų šalies apskričių. Paprastai vidinė migracija vyrauja tarp gretimų apskričių, rečiau pasitaiko migracijos atvejų tarp tolimesniųjų, vienas su kitu nesiribojančių, šalies regionų. Remiantis analizės rezultatais, buvo nustatyta, kad pagrindiniai darbo jėgos traukos centrai – Vilniaus ir Klaipėdos apskritys. Prie šių centrų galima priskirti ir Kauno apskritį, nors jai buvo būdingos ir darbo jėgos stūmimo tendencijos. Kauno apskritis buvo ryškesnis darbo jėgos stūmimo nei traukos centras. Todėl

daugiau gyventojų iš apskrities išvykdavo negu atvykdavo. Dėl vidinės migracijos pasekmių nukenčia mažos apskritys – regionai donoriai, kur metinis migracijos prieaugis buvo neigiamas, o darbo paklausos ir pasiūlos santykis mažesnis (mažiau palankus). Dėl vidinės migracijos laimi didieji šalies regionai (Vilniaus ir Klaipėdos apskritys, kur darbo rinkos konjunktūra kur kas palankesnė) [36].

Užimtumo galimybės ir darbo vietų poreikio kaita regionuose Lietuvoje menkai tyrinėtos. Todėl 2014–2015 m. specialaus Socialinės apsaugos ir darbo ministerijos inicijuoto tyrimo metu, kuriame dalyvavo atskirų teritorinių darbo biržų (TDB) direktoriai ir jų skyrių vadovai (ar patyrę specialistai), buvo atliktas užimtumo galimybių ir darbo vietų poreikio šalies regionuose ekspertinis vertinimas. Per užimtumo galimybių tyrimą buvo įvertintas ieškančių darbo žmonių ir darbo išteklių kvalifikacijos kėlimo poveikis užimtų (esamų) darbo vietų skaičiaus dinamikai. Analizuojant pateiktą diagramų rezultatus, buvo išskirtos trys regionų grupės.

Minėto Užimtumo galimybių tyrimo panaudojimo svarbą lemia tai, kad kasmetiniai darbo jėgos tyrimai mums negali suteikti informacijos apie profesinės struktūros kaitą regionuose ir juo labiau apie kvalifikacijos kėlimo poveikį. Todėl ekspertinės apklausos duomenys papildė formalius statistinius rodiklius ir gali padėti atlikti detalesnę stebimos situacijos analizę, suteikti papildomų gilesnių kokybinių žinių apie stebimą reiškinį. Tenka pripažinti, jog esminis tokių kokybinių apklausų, kaip sociologinio tyrimo metodo taikymo trūkumas yra tas, jog ekspertų išvados nėra palyginamos kiekybiškai, nors, turėdami pakankamai didelę patirtį, ekspertai gali atskleisti nemažai reikšmingų pastebėjimų, kurių negalima įvertinti netgi labai išsamios kiekybinės analizės rezultatai. Nepaisant to, dažnai būna sudėtinga išvengti formalaus ekspertų požiūrio į tiriamą problemą.

Didžiųjų šalies regionų Užimtumo galimybių tyrimo ekspertai mano, kad ieškančių darbo žmonių kvalifikacijos kėlimas turėtų teigiamos įtakos darbo vietų skaičiaus didėjimui, jeigu būtų sukuriama daugiau kokybiškų (geriau apmokamų) darbo vietų. Tačiau nesant reikiamą profesiją turinčių kvalifikuotų darbuotojų, atskirose verslo srityse gali būti nekuriamos naujos darbo vietos. Pavyzdžiui, mėnesio pabaigoje neužimtų Klaipėdoje registruotų darbo vietų vidutiniškai likdavo 500, kurios neužpildomos dėl siūlomo minimalaus atlyginimo. Ekspertai pažymi, kad darbdaviai turėtų būti labiau suinteresuoti perkvalifikuoti jau esamus darbo rinkos dalyvius, o ne rengti naujus. Tada mažėtų atotrūkis tarp darbo jėgos pasiūlos ir paklausos.

Didžioji dalis vidutinio dydžio šalies regionų ekspertų taip pat mano, jog ieškančių darbo žmonių kvalifikacijos kėlimas turėtų teigiamos įtakos darbo vietų skaičiaus didėjimui, jeigu tarp darbo ieškančių asmenų būtų daugiau kvalifikuotų asmenų – darbdaviai registruotų daugiau darbo vietų. Ieškančių darbo žmonių kvalifikacijos kėlimas galėtų pagerinti jau registruojamų laisvų darbo vietų užpildymą reikiamos kvalifikacijos darbo jėga. Darbo vietų skaičiaus gausėjimas taip pat siejamas su verslumo skatinimu. Tyrime pabrėžiama, kad didžiausias galimybes darbo vietų skaičiaus augimui turėtų įtakos būtent verslumo skatinimas ir palaikymas. Klestint verslui, ieškančių darbo žmonių kvalifikacijos kėlimas turėtų padidinti darbdavių siūlomų darbo vietų skaičių darbo rinkoje.

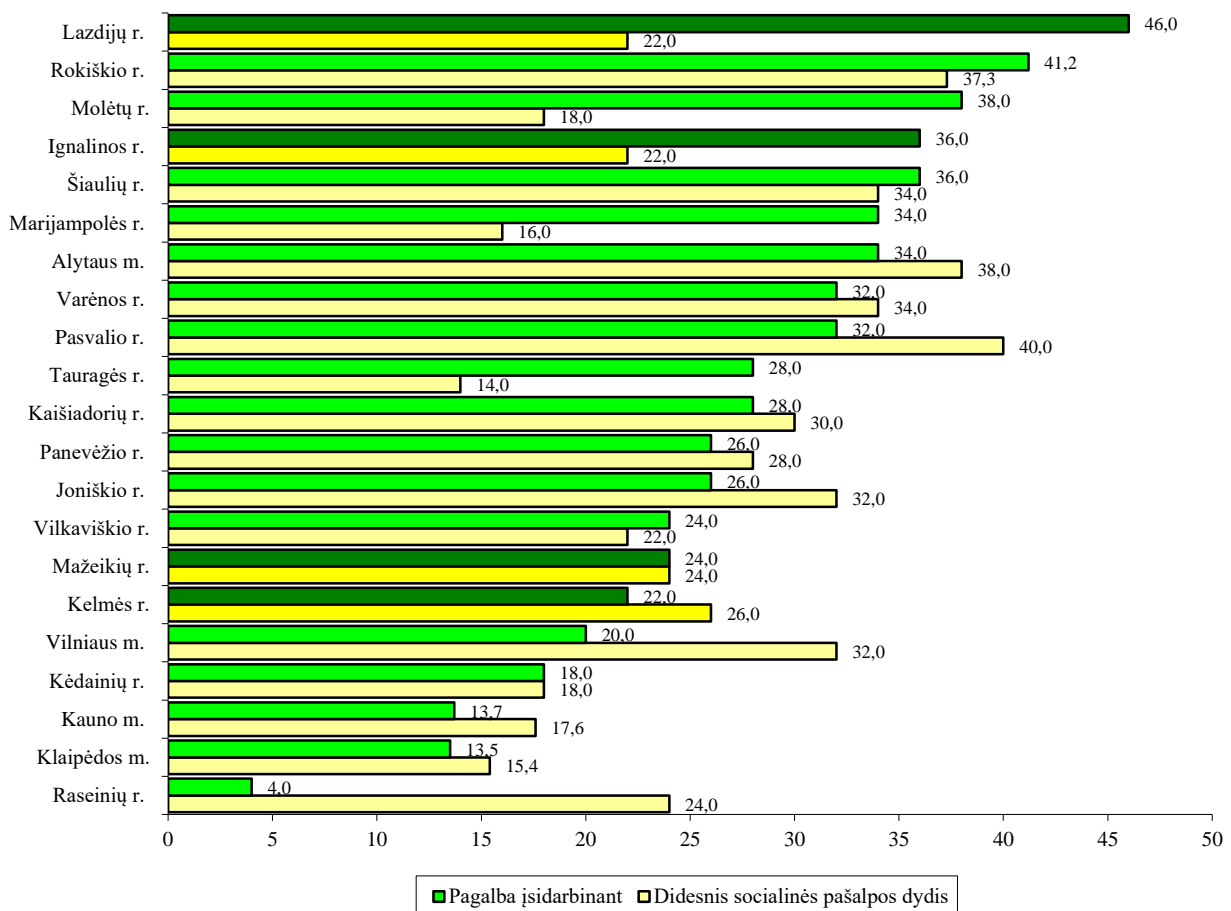
Maždaug pusė *mažųjų regionų ekspertų* taip pat mano, jog ieškančių darbo žmonių kvalifikacijos kėlimas turi teigiamos įtakos darbo vietų skaičiaus didėjimui. Tačiau keliant kvalifikaciją, praktikos metu darbdaviai turėtų būtų suinteresuoti suteikti jam reikiamus darbo įgūdžius. Jeigu įgyta kvalifikacija atitinka vietos darbo rinkos poreikius, tai tokie asmenys gali išstumti iš darbo rinkos žemesnės kvalifikacijos asmenis ir sudaryti sąlygas kurti naujas darbo vietas. Kitos problemos, ekspertų požiūriu, egzistuojančios mažuose regionuose yra šios: labiausiai trūksta noro dirbti, o kvalifikacijos tobulinimas šiuo atveju turi mažesnę reikšmę. Darbdaviai skundžiasi, kad bedarbiai neparodo noro dirbti (tai dažnai nulemia nelegalus darbas) ir žalingi įpročiai. Išreiškiama taip pat ir nuomonė, kad kvalifikacijos kėlimas tampa nereikšmingas tais atvejais, jeigu mokamas labai mažas atlygis už darbą (dažniausiai darbuotojams mokamas tik minimalus atlyginimas). Atskiri mažųjų regionų ekspertai mano, kad kvalifikacijos kėlimas nedaro įtakos darbdavių siūlomoms darbo vietoms, darbo vietų didėjimas (ar mažėjimas) labiausiai priklauso nuo bendros ekonominės regiono padėties [19].

Itin svarbu tyrinėti nedarbo sąsają su skurdu regionuose. Tačiau savivaldybių lygmeniu objektyvios skurdą atspindinčios statistikos itin trūksta. Šalyje atliekamuose tyrimuose neatskleidžiamas gyventojų *gerovės teritorinis netolygumas, regioniniai skirtumai* arba šis aspektas labai menkai tiriamas. Todėl remiantis atliktų tyrimų rezultatais susieti regionų gyventojų padėtį darbo rinkoje su gyventojų gerove savivaldybių lygmeniu būtų pakankamai sudėtinga, nors realus nedarbo ir skurdo ryšys turėtų būti akivaizdus.

Skaičiavimai, atlikti remiantis 2015 m. Sisteminių skurdo problemos tyrimo Lietuvoje duomenimis, rodo, kad aukštesnio nedarbo teritorijose gyvenantiems respondentams išbrendant iš skurdo aktualesnė priemonė yra pagalba įsidarbinant, o geresnėje užimtumo situacijoje esančiuose regionuose kur bedarbių yra santykinai mažiau ir darbo vietų

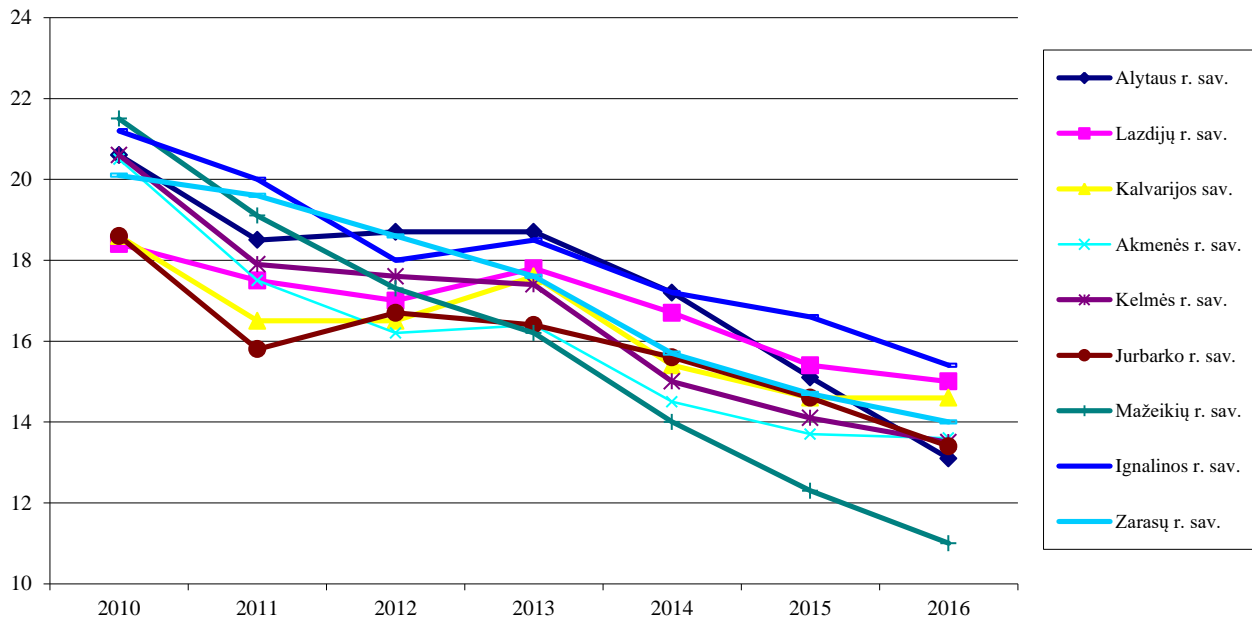
gerokai daugiau, ši priemonė ne tokia reikšminga. Tyrimas parodė, kad žemesnio nedarbo teritorijose gyvenantys apklaustieji (I–II regionų grupės) labiau nei blogesnėje situacijoje esantys regionų atstovai akcentavo minimalios algos didinimo svarbą. Be to, regionuose, kur situacija darbo rinkoje palankiausia, prioritetą apklaustieji teikė minimalios mėnesinės algos (toliau – MMA) didinimui, o ne pagalbos įsidarbinant teikimui. Tokiu būdu blogesnėje užimtumo situacijoje esantys regionų respondentai skurdą siejo su kiekybine nedarbo priežastimi – darbo vietų stoka, palankiausioje padėtyje esančių teritorijų respondentai akcentavo darbo kokybės gerinimo būtinybę didinant MMA [37]. Sisteminio skurdo tyrimo rezultatai savivaldybių lygmeniu neapėmė informacijos apie santykinius nedarbo rodiklius. Todėl skaičiavimai buvo atlikti derinant skirtingus duomenų šaltinius.

Analitiniu požiūriu yra svarbus respondentų išskirtų prioritetų vertinimo klausimai atskirų teritorijų lygmeniu. Pagalbos įsidarbinimo priemonę dažniausiai išskyrė Lazdijų ir Rokiškio r. apklaustieji (daugiau nei 40 proc. respondentų). Kita vertus, šią skurdo mažinimo priemonę išskyrusių respondentų dalis pagal savivaldybes itin skyrėsi (nuo 4 iki 46 proc.). Reikia pabrėžti, kad pagalbą įsidarbinant itin svarbia laikė kelių savivaldybių apklaustieji, kurie pateko į aukšto nedarbo teritorijų grupę (Lazdijų ir Ignalinos r.), kiti šios grupės respondentai (Mažeikių ir Kelmės r.) šį atsakymą išskyrė gerokai rečiau. Atskirų savivaldybių respondentai skyrė ryškų prioritetą socialinėms pašalpoms didinti (Raseinių, Vilniaus ir Pasvalio r.), rečiau pasirinko atsakymą apie užimtumo problemos sprendimo svarbą. Ypač tai ryšku Raseinių r. Kita vertus, ryšio tarp subjektyvių respondentų prioritetų pasirinkimo ir nedarbo situacijos nebuvo pastebėta, nors tyrimas parodė, jog pagalba įsidarbinant yra svarbesnė būtent aukščiausio nedarbo teritorijų respondentams. Negalima tvirtinti, kad probleminės regionų grupės apklaustieji yra labiau linkę gyventi tik iš socialinių pašalpų. Todėl užimtumo didinimo priemonės probleminiuose regionuose būtų veiksmingesnės, jeigu juose būtų kuriamos patrauklesnės darbo vietos. Lyginant diagramoje išskirtus rodiklius, tamsesnėmis spalvomis buvo pažymėtos tų regionų rodiklių reikšmės, kurie pateko į itin aukšto nedarbo (*probleminių savivaldybių grupę* (4 pav.).



4 pav. Pagalbos įsidarbinant bei socialinės pašalpos didinimo įtaka sprendžiant nepritekliaus problemas 2015 m.
Sisteminio skurdo problemos tyrimo Lietuvoje duomenimis (proc.)*

Atliekant detalesnius situacijos vertinimus, probleminiams regionams buvo priskirtos tos Lietuvos teritorijos, kuriose dabartiniu palankiu darbo rinko raidos laikotarpiu (2010–2016 m.) santykinio nedarbo rodiklio vidurkis buvo aukščiausias, kai užimtumas šalies mastu didėjo (5 pav.).



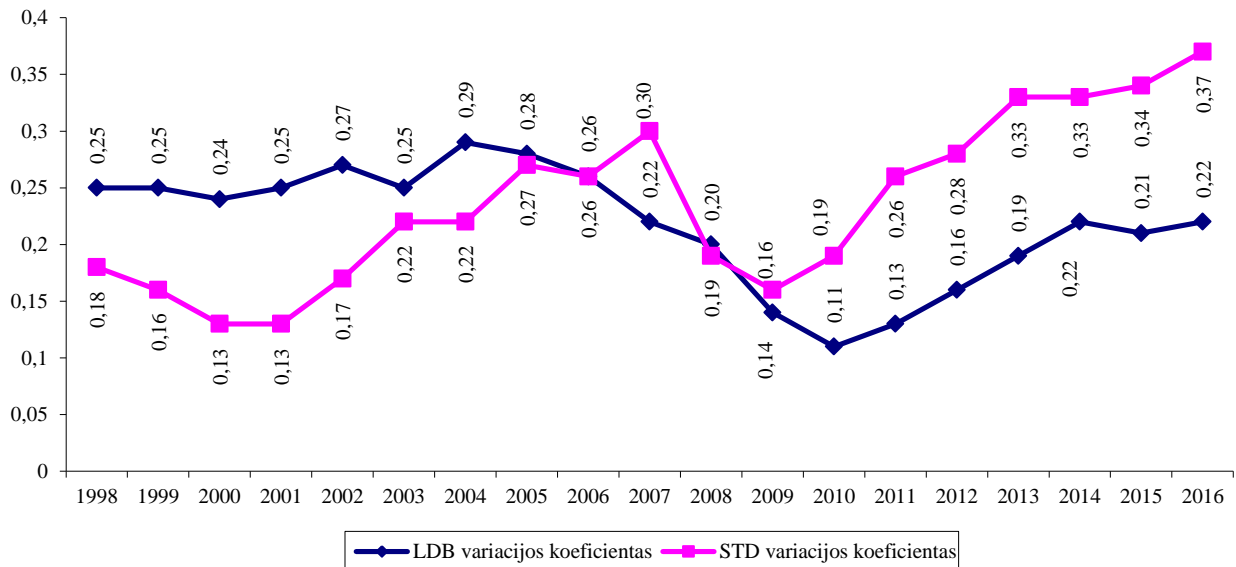
5 pav. Santykinio nedarbo rodiklio dinamika probleminių regionų grupėje darbo biržos duomenimis 2010–2016 m. (proc.) *

* Nedarbo rodiklis apskaičiuotas kaip bedarbių ir darbingo amžiaus gyventojų santykis.

Situacijos darbo rinkoje vertinimo požiūriu, padėtis išskirtuose probleminiuose regionuose buvo sudėtingiausia, o nedarbo rodiklis išliko santykinai aukštesnis nei kitose šalies teritorijose, nepaisant pakankamai spartaus nedarbo mažėjimo. Probleminių regionų grupę apima ir dalis šalies savivaldybių, kurios nepateko į skurdo tyrimą, tačiau santykinis nedarbo rodiklis jose buvo santykinai aukščiausias. Kitas probleminių regionų grupės požymis – santykinai lėtesnis nedarbo mažėjimas dabartiniu ekonomikos pakilimo laikotarpiu. Jeigu 2010–2016 m. bendras santykinis nedarbo rodiklis šalyje sumažėjo beveik du kartus, tai visoje probleminių regionų grupėje jis kito gerokai lėčiau (sumažėjo vidutiniškai trečdaliu). Nepaisant to, atskirose aukščiausio nedarbo teritorijose santykinis nedarbo rodiklis kito labai netolygiai. Itin sparčiai nedarbas mažėjo Mažeikių r. Santykinai sparčiau nedarbas mažėjo Kelmės ir Akmenės r. Kitose regionuose santykinis nedarbo rodiklis mažėjo gana vangiai.

6. Skirtingų nedarbo rodiklių palyginimas šalies regionuose

Nedarbo rodiklių variacijos koeficientų palyginimas, Statistikos departamento ir darbo biržos duomenis, iliustruoja detalesnę apibendrinančią nedarbo skirtumų situaciją pamečiui. Nepaisant santykinų nedarbo rodiklių panašėjimo tendencijos, jų variacijos koeficientų kaita labai skiriasi. Jeigu įprastinio nedarbo lygio variacijos koeficientas aptariamu laikotarpiu (1998–2016 m.) padidėjo, tai šis rodiklis, darbo biržos duomenimis, sumažėjo (6 pav.). Be to, stebimas variacijos koeficiento atotrūkis 2008–2016 m. padidėjo. Variacijos koeficiento reikšmių augimas po paskutiniosios ekonominės krizės rodo santykinų nedarbo skirtumų padidėjimą. Tačiau darbo rinkai šie skirtumai neturi didelės įtakos, nes nedarbo reikšmės šalies regionuose vis mažėja. Anksčiau sumažėjusią nedarbo rodiklio variacijos koeficiento reikšmę, darbo biržos duomenimis, lemia darbo rinkos politikos įtaka, kuri padėjo pasiekti žemesnį santykinio nedarbo rodiklio diferenciacijos mastą, palyginti su analogišku rodikliu, Statistikos departamento duomenimis. Ypač aktualu buvo sumažinti santykinį nedarbo rodiklį per ekonominę krizę ir pirmaisiais metais po jos probleminiuose šalies regionuose, kur jo reikšmės aukščiausios.



6 pav. Santykinų nedarbo rodiklių variacijos koeficiento pagal apskritis palyginimas Statistikos departamento ir darbo biržos duomenis (procentiniais punktais)*

* Pastaba: diagramoje naudojami sutrumpinimai STD ir LDB apima atitinkamai Statistikos departamento ir darbo biržos duomenis.

Lyginant Statistikos departamento ir darbo biržos duomenis, pasinaudota skirtingomis metodikomis apskaičiuojamais santykiniais nedarbo rodikliais. Įprastas Statistikos departamento duomenimis nustatomas nedarbo lygio rodiklis rodo tyrimo duomenimis nustatytą bedarbių ir darbo jėgos (ekonomiškai aktyvių gyventojų) skaičiaus santykį. Darbo biržos duomenimis apskaičiuojamas rodiklis rodo joje užregistruotų bedarbių ir darbingo amžiaus gyventojų santykį. Statistikos departamento duomenimis, nustatytas santykinis nedarbo rodiklis stebimo laikotarpio pradžioje (1998 m.) buvo gerokai didesnis nei darbo biržos duomenimis. Tačiau per visą 1998–2016 m. laikotarpį santykiniai nedarbo rodikliai supanašėjo, todėl kai kuriuose regionuose nedarbo rodiklis 2016 m. buvo didesnis Statistikos departamento duomenimis, kituose – darbo biržos, o vidutiniai metiniai šalies vidurkiai skyrėsi palyginti nedaug. 2016 m. aukščiausias nedarbo lygio rodiklis, Statistikos departamento duomenimis, buvo Utenos apskrityje – 13,7 proc., žemiausias – Klaipėdos apskrityje – 5,1 proc. Aukščiausias santykinio nedarbo rodiklis, darbo biržos duomenimis, 2016 m. buvo taip pat Utenos apskrityje – 11,8 proc., žemiausias – Vilniaus apskrityje – 6,8 proc. Nepaisant nedarbo sumažėjimo, rodiklių skirtumai išliko ženklūs, ypač Statistikos departamento duomenimis.

Išvados

Nuolat mažėjantis darbingo gyventojų skaičius daugelyje šalies teritorijų rodo aktualias socialines ekonomines bei demografines Lietuvos regionų problemas. Tačiau kelia nerimą ne tik dėsningai mažėjantis darbo išteklių skaičius. Per ilgesnį laikotarpį (2001–2016 m.) itin išaugo darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus kaitos diferenciacija. Apie tai liudija darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus indekso skirtumai aptariamu laikotarpiu pagal atskiras šalies teritorijas (nuo 1,36 iki 0,58).

Egzistuoja takoskyra tarp didžiųjų ir mažesnių šalies regionų, nes dėl migracijos pokyčių daugiausia darbo išteklių paprastai praranda mažiau urbanizuotos teritorijos. Šalia trijų didžiųjų šalies miestų (Vilniaus, Kauno ir Klaipėdos) esančių rajonų darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus kaitos tendencijos yra palankiausios, nors formaliai juos galima priskirti prie mažųjų šalies teritorijų. Nepaisant to, būtent didžiuosiuose šalies miestuose esančios patrauklesnės darbo vietos lemia sėkmingesnes šalia jų esančių rajonų socialinės ekonominės bei demografinės plėtros galimybes. Tačiau šalia didžiųjų miestų esantys rajonai yra tik išimties bendrame darbo išteklių neigiamų demografinių tendencijų fone, kurios būdingos mažesniems šalies teritorijoms.

Užimtųjų skaičiaus kaitos cikliško deformacijos dėl nepalankios demografinės situacijos poveikio stebimos mažesniųjų šalies regionų grupėse, kur taip ir nepavyko kompensuoti žmoniškųjų išteklių praradimo. Apie tai liudija

neigiamas užimtųjų skaičiaus pokyčio rodiklis 1998–2016 m., kuris palankiais darbo rinkos raidos laikotarpiais sumažėja, o nepalankiais – vėl išauga. Neigiami užimtųjų skaičiaus pokyčiai mažesniųjų regionų grupėse buvo stebimi 2007–2010 m., kai užimtųjų skaičius šalyje sumažėjo dėl ankstesnės ekonominės krizės poveikio. Nuo 2012 m. stebimas užimtųjų skaičiaus augimas gali bent jau iš dalies kompensuoti ankstesnį darbo išteklių praradimą mažesniųjų regionų grupėse.

Straipsnyje aptarto Užimtumo galimybių ekspertinio tyrimo rezultatai rodo, kad mažesniuose šalies regionuose susidaro tarsi užburtas ratas: naujos, papildomos, darbo vietos vangiai kuriamos ir registruojamos aukštesnės kvalifikacijos darbuotojams, nes egzistuoja kvalifikuotų išteklių trūkumas, o didelė dalis esamų darbo išteklių nelabai suinteresuoti kelti kvalifikaciją dėl nepakankamo siūlomo darbo patrauklumo (žemesnio darbo apmokėjimo ir blogesnių darbo sąlygų) bei paprasčiausiai dėl darbinės motyvacijos stokos [19]. Iš kitos pusės, Sisteminio skurdo tyrimo duomenys neleidžia tvirtinti, jog probleminės savivaldybių grupės apklaustieji yra labiau linkę gyventi tik iš socialinių pašalpų. Todėl tikėtina, kad užimtumo didinimo priemonės probleminiuose regionuose būtų veiksmingesnės, jeigu juose būtų kuriamos patrauklesnės darbo vietos.

Santykinis nedarbo rodiklis nuo darbingo amžiaus gyventojų pagal savivaldybes turi vieną svarbų trūkumą, kadangi kas met augant viršutinei darbingo amžiaus gyventojų amžiaus ribai, prie šio intervalo prisideda papildomas gyventojų skaičiaus kontingentas. Kintamo darbingo amžiaus intervalo veiksnio poveikis iškraipo nedarbo rodiklio reikšmę sumažindamas jį. Todėl sunku išmatuoti nedarbo masto tikslumą, kuris yra vienas esminių iš situacijos darbo rinkoje apsprendžiančių veiksnių. Vienas iš problemos sprendimo būdų – taikyti standartinį 15–64 metų darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus rodiklį, kitas – atlikti skaičiavimus pagal savivaldybes nuo darbo jėgos. Šiuo atveju siūlytina, kad darbo jėga pagal savivaldybes būtų apskaičiuojama kaip sintetinis rodiklis, kur užimtųjų skaičius būtų imamas iš Statistikos departamento duomenų, o bedarbių – iš darbo biržos.

Analizuojant situacijos darbo rinkoje raidos netolygumus šalies regionuose, pasitelkiami įprastiniai nedarbo statistiniai rodikliai. Deja, vertinant regionų situacijos darbo rinkoje skirtumus, kol kas retai naudojami variacijos rodikliai, dažniausiai pasitenkinama tik stebimų skirtumų analize. Galima manyti, kad mažėjant nedarbiui, turėtų mažėti ir santykinė nedarbo rodiklio variacija. Tačiau kaip rodo autorių pateikti skaičiavimai, nedarbo santykinės diferenciacijos kaitos tendencijos gali nesupti su darbo rinkos pakilimo ir nuosmukio laikotarpiais.

Tokiu būdu galima teigti, jog padėties darbo rinkoje skirtumų vertinimas yra gerokai sudėtingesnis reiškinys nei atrodo iš pirmo žvilgsnio. Nedarbo mažėjimas anaipso nebūtinai turėtų reikšti santykinės nedarbo diferenciacijos sumažėjimą, nors per ekonomikos pakilimą nedarbas mažėja, mažėja rodiklių reikšmių skirtumai tarp skirtingų šalies regionų.

Būtina pabrėžti, kad variacijos rodiklių analizė galėtų būti netradicinis, plačiau taikytinas darbo rinkos politikos veiksmingumo vertinimo būdas regionuose. Jis turėtų apimti registruoto nedarbo santykinės reikšmės variacijos koeficientų analizę šalies regionų lygiu, nes pablogėjus užimtumo situacijai, prioritetas tradiciškai teikiamas regionams, kur nedarbas – aukščiausias. Tada teigiamas darbo rinkos politikos rezultatas būtų registruoto nedarbo variacijos lygio sumažėjimas, lyginant su ankstesne situacija, kai padėtis darbo rinkoje buvo sudėtingesnė.

Literatūra

1. Ačaitė, V. (2005). *Lietuvos regioninės plėtros aspektai ES kontekste*. Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos, 1 (5), p. 8–13.
2. Altmann, S.; Falk, A., Grunewald, A.; Huffman, D. (2014). *Contractual in completeness, Unemployment, and Labour Market Segmentation*. Review of Economic Studies, 81 (1), p. 30–56.
3. Andriušaitienė, D. (2008). *Depresinių šalies regionų darbo rinkos plėtra*. Monografija. Vilnius: Lodvila, 214 p.
4. Atkočiūnienė, V. (2014). *Darbo vietų plėtojimo darnumą Lietuvos kaimiškuosiuose regionuose lemiantys veiksniai*. Region Formation & Development Studies, 1 (11), p. 19–28.
5. Bagdzevičienė, R.; Krišpinovičius, S.; Rutkauskas, A.V. ir kt. (2003). *Regionų ekonomikos plėtotės iki 2015 metų strategija*. Lietuvos mokslas, 41, p. 637–711.
6. Brenkevičiūtė, R. (2010). Tiesioginių užsienio investicijų poveikio šalies ekonomikai analizė. *Mokslas – Lietuvos ateitis*, 2 (2), p. 11–17.
7. Bruneckienė, J. (2013). *Regionų plėtros vertinimas indeksu*. Kaunas: Technologija.
8. Bruneckienė, J.; Krušinskas, R. (2011). *ES struktūrinės paramos įtakos Lietuvos regionų plėtrai ir išsivystymo netolygumams mažinti vertinimas*. Ekonomika ir vadyba, 16, p. 127–136.
9. Burneika, D.; Ubarevičienė, R. (2013). *Metropolitan regions in Lithuania – Trends of transformation of the Soviet urban system*. Kyiv geographic almanac, 8, 107–113. Ukrainian geographic society, Kyiv National University.
10. Butkus, M.; Matuzevičiūtė K. (2011). *Regionų netolygaus ekonominio vertinimo metodologija*. [žiūrėta 2017-06-07]. Prieiga per internetą: <http://www.ebiblioteka.lt/resursai/Konferencijos/VLVK_051028/2%20sekcija/II08_Butkus.pdf>.

11. Funck, B.; Pizzati, L. (2003). *European Integration, Regional Policy and Growth*. Oxford New York: Oxford University Press.
12. Gedminaitė–Raudonė, Ž. (2014). *Regionų unikalumo ekonominis vertinimas Europos integracijos procesų kontekste*. Daktaro disertacija. Vilnius: Vilnius Gedimino technikos universitetas.
13. Jakštienė, S. (2013). *Užimtumą lemiančių mikroekonominių ir makroekonominių veiksnių modelis*. *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*, 3 (31), p. 160–168.
14. Jasilionis, D.; Stankūnienė, V.; Maslauskaitė, A.; Stumbrys, D. (2015). *Lietuvos demografinių procesų diferenciacija*. Mokslo studija. Vilnius: LSTC.
15. Kasinskaitė, I. (2005). *Besimokantis regionas – naujas regioninės plėtros kontekstas*. *Informacijos mokslai*, 35, p. 59–68.
16. Kilijonienė, A.; Bruneckienė, J. (2011). *Regionų ekonomikos konvergencija ir divergencija ekonominės krizės kontekste*. *Ekonomika ir vadyba*, 16, p. 189–196.
17. Kriaučiūnas, E.; Ubarevičienė R.; Pociūtė-Sereikienė, G. (2014). *Lietuvos kaimo apgyvenimo kaitos regioninės ypatybės 2001–2011 metais*. Lietuvos gyventojai XXI a pradžioje: socio-demografinė raida. Lietuvos socialinė raida, 3. Vilnius: LSTC.
18. Kuliešis, G.; Pareigienė, L. (2011). *Lietuvos regionų depopuliacijos priedaidų tyrimas*. *Management theory and studies for rural business and infrastructure development. Research papers*, 5 (29).
19. *Lietuvos socialinio modelio, apimančio užimtumo didinimą, darbo santykių reglamentavimo tobulinimą ir socialinio draudimo tvarumą sukūrimas. Užimtumo galimybių tyrimas (2014–2015)*. Socialinės apsaugos ir darbo ministerija. Vilnius.
20. *Lietuvos rajonų ir miestų demografinių tyrimų būklės bei tendencijų įvertinimo tyrimas (2015)*. Lietuvos nekilnojamojo turto asociacija. Mokslinė ataskaita. Vilnius.
21. Mačys, G. (2006). *Regionų ekonomika, politika ir valdymas Lietuvoje*. Vilnius: Mykolo Romerio universitetas.
22. Malais, J.; Heageman, H. (2009). *European Union Regional Policy*. [žiūrėta 2017-08-20]. Prieiga per internetą: <http://www.iuedu.eu/press/journals/sds/sds1_july_2008/07_SECC_03.pdf>.
23. Melnikas, B. (2008). *Integral Spaces in the European Union: Possible Trends of the Social, Economic and Technological Integration in the Baltic Region*. *Journal of Business Economics and Management*, 9 (1), p. 65–77.
24. Misiūnas, A.; Svetikas, Ž. (2003). *Lietuvos regionų ekonomikos netolygumų vertinimai*. *Ekonomika*, 64, p. 84–91.
25. Novotny, J. (2007). *On the Measurement of Regional Inequality: does Spatial Dimension of income inequality matter? The Annals of Regional Science*, 41 (3), p. 563–580.
26. Pukelienė, V.; Glinskienė, R.; Beržinskienė, D. (2007). *Darbo jėgos migracija: globalinis aspektas*. *Taikomoji ekonomika: sisteminiai tyrimai*, 2, p. 49–64.
27. Raškinis, D. (2008). *Lietuvos darbo rinka: problemos ir galimi sprendimo būdai*. *Taikomoji ekonomika: sisteminiai tyrimai*, 2 (1), p. 55–71.
28. Ratkevičiūtė, V. (2005). *Lietuvos kaimo gyventojų užimtumo analizė ir perspektyvos*. *Tiltai*, 4, p. 39–50.
29. Rengansamy, S. (2009). *Regional Planning and Development*. [žiūrėta 2017-06-30]. Prieiga per internetą: <<http://www.scrib.com/Regional-Planning-PartIII-Strategies-for-Balanced-Regional-Development/d/15087007>>.
30. Sinkienė, J.; Grumadaitė, K. (2014). *Sumanaus regiono conceptualus modelis. Viešojo politika ir administravimas*, 13 (3), p. 414–426.
31. Strugienė, A.; Daunorienė, A. (2009). *Migracijos poveikis darbo jėgos rinkos pusiausvyrai*. *Ekonomika ir vadyba*, 14, p. 984–992.
32. *Tūkstantmečio plėtros tikslai: Lietuvos regionų vystymosi analizė*. (2004). Vilnius: Jungtinės Tautos.
33. Ubarevičienė R. (2014). *Lietuvos teritorijos apgyvendinimo kaita XXI a.: miestų-regionų formavimosi analizė Lietuvos gyventojai XXI a. pradžioje: socio-demografinė raida*. Lietuvos socialinė raida, 3: Vilnius: LSTC.
34. Verkulevičiūtė, D. (2009). *Gyvenimo lygio teritoriniai skirtumai Lietuvoje pagal socialinius ekonominius rodiklius*. Daktaro disertacija. Vilnius: Vilniaus universitetas.
35. Vetlov, I., Virbickas, E. (2006). *Lietuvos darbo rinkos lankstumas*. *Pinigų studijos*, 1, p. 5–22.
36. *Vidinio teritorinio darbo jėgos mobilumo įvertinimas bei jo skatinimo galimybės*. (2007). Mokslinio tyrimo ataskaita. Socialinės apsaugos ir darbo ministerija. Vilnius.
37. Zabaruskaitė R.; Gruževskis B. (2015). *Sisteminis skurdo problemos tyrimas Lietuvoje*. Lietuvos socialinių tyrimų centras, Darbo rinkos tyrimų institutas. Kaunas: Lietuvos Caritas.

DIFFERENCES OF THE LITHUANIAN REGIONS SITUATION IN THE LABOUR MARKET.

Arūnas Pocius, Donatas Burneika

Abstract. The article is based on the results of National science program ‘Welfare society’ project ‘Regional disparities of welfare in Lithuania’ (project number GER-005/2017). The project is funded by the Lithuanian Council of Science. The aim of the work is to estimate features of index distribution of labor market and labor resources (working-age people) in the main country regions. Considering the fact about migration changes, a lot of attention in the paper is paid to the estimation of demographic situation impact on the labour market. Apart from the ordinary statistical data, we use results of systemic poverty problem analysis in Lithuania. According to the disposition of information and its opportunities comparison, the data of counties and municipalities were used during the research. Different levels of information have helped to detect more detailed differences between labour markets in the regions. The comparison of different sources of information has revealed peculiarities of unemployment change and differentiation that have not been explored as yet.

Keywords: unemployment rate, employment rate, population activity, problematic regions, demographic changes, labour market, group of regions, migration.

ŠVIETIMO SISTEMOS STEBĖSENA: IŠTEKLIŲ IR REZULTATŲ INDEKSŲ SAŲVEIKA¹

Dovilė Stumbrienė¹, Audronė Jakaitienė², Rimantas Želvys³

Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos institutas,
Adresas: Akademijos g. 4, LT-08663 Vilnius, Lietuva.

El. paštas:¹ dovile.stumbriene@mii.vu.lt,² audrone.jakaitiene@mii.vu.lt,³ rimantas.zelvys@fsf.vu.lt

Gauta: 2017 m. gegužė

Pataisyta: 2017 m. liepa

Paskelbta: 2017 m. gruodis

Santrauka. Švietimas yra vienas pagrindinių veiksnių, užtikrinančių šalies gerovę, todėl svarbu suprasti švietimo sistemos būklę. Todėl svarbu išmatuoti švietimo sistemos būklę, suprasti ją lemiančius veiksniai bei stebėti kaitą laike, tai leistų įgyvendinti duomenimis grįstą švietimo politiką. Švietimo sistemos būklės išmatavimas ir įvertinimas yra sudėtingas uždavinys, nes švietimui kaip daugialypiam reiškiniui stebėti ir vertinti nepakanka pavienių švietimo sistemos rodiklių analizės. Siekiant visuminio ir apibendrinto švietimo sistemos vertinimo buvo pasirinkta skaičiuoti sudėtinius rodiklius – švietimo išteklių ir rezultatų indeksus, kuriais bus įvertinta švietimo sistemos išteklių ir rezultatų būklė, pristatyti būseną lemiantys veiksniai bei palyginta laike ir kitų šalių kontekste. Indeksai apskaičiuoti Baltijos ir trims „senosioms“ ES šalims: Jungtinei Karalystei, kuri atstovauja anglosaksišką liberalųjį švietimo modelį, Vokietijai kaip kontinentinio-korporatyvistinio modelio atstovei ir Suomijai, skandinaviškojo socialdemokratinio modelio pavyzdys. Analizei panaudoti 2002–2014 m. viešai prieinami rodikliai iš Eurostato, OECD ir IEA duomenų bazių. Sudėtiniams indeksams skaičiuoti buvo pritaikyti vienodi ir pagrindinių komponentų analizės svoriai; atliktas tiesinis agregavimas. Gauta, kad skirtumas tarp vienodų svorių priskyrimo ir svorių priskyrimo, taikant pagrindinių komponentų analizę, yra mažas. Rezultatų indeksų dinamikai laike rodiklių kiekio padidėjimas beveik dviem trečdaliais įtakos neturi. Atlikus švietimo išteklių ir rezultatų indeksų sąveikos laike analizę, gauta, jog švietimo sistemų inertiškumas yra skirtingas: Baltijos šalyse rezultatai sureaguoja į išteklių pasikeitimus po 2–4 m., o Vokietijoje ir Jungtinėje Karalystėje – tais pačiais ar kitais metais. Suomijos rezultatai, palyginti su kitomis nagrinėtomis šalimis, kitokie. Baltijos šalių indeksų dinamika – panaši, galimai sudaranti atskirą grupę.

Reikšminiai žodžiai: pagrindinių komponentų analizė, sudėtinis indeksas, švietimo sistema.

1. Įvadas

Švietimas – vienas pagrindinių šalies gerovės veiksnių, todėl jo būsenos stebėjimas yra itin aktualus. Švietimas yra daugialypė ir kompleksiška sistema, ją sudaro įvairaus dydžio ir sudėtingumo posistemės (bendrasis ugdymas, profesinis rengimas, aukštasis mokslas, suaugusiųjų mokymasis ir kt.), o švietimo būklę nusako ir rezultatus lemia daug skirtingų žmogiškųjų, materialųjų ir finansinių veiksnių. Reiškinių kompleksškumas kuria erdvę įvairaus tipo uždaviniams, ypač kai reikia įvertinti esamą švietimo sistemos būklę ir palyginti jos kitimą laike.

Pavieniai švietimo sistemos rodikliai, nors ir leidžia stebėti bei vertinti įvairius švietimo sistemos aspektus, tačiau apriboja visuminį, apibendrintą šio fenomeno suvokimą bei palyginimą. Siekiant gauti kompleksšką švietimo sistemos vertinimą buvo pasirinkta skaičiuoti sudėtinius rodiklius (angl. *composite indices*) – švietimo išteklių ir rezultatų indeksus. Pagrindinis indekso privalumas – galimybė vykdyti švietimo sistemos stebėseną skirtingose šalyse ir laike, nes indeksai atspindi apibendrintą reiškinių būseną vienu skaičiumi [3], [18]. Švietimo išteklių ir rezultatų indeksai padeda nuolat ir sistemingai stebėti švietimo išteklių ir rezultatų būklę. Toks apibendrintas švietimo sistemos vertinimas būtų naudingas kiekybinis rodiklis politikams, formuojantiems švietimo sistemos vystymosi kryptis, bei visuomenei, padedantis suprasti ir vertinti esamą ir būsimą švietimo išteklių ir rezultatų būseną. Nepaisant to, kad indeksas palengvina reiškinių supratimą ir stebėjimą (užuo stebėjus keliasdešimt rodiklių, imamas tik vienas indeksas), naudojant jį praktiniam vertinimui neturėtų būti pamiršamas indekso ribotumas, t. y., kad jis atspindi tik tuos reiškinių aspektus, kurie yra įtraukti į indekso skaičiavimą.

Indeksų skaičiavimas yra gana populiarus daugelyje sričių, tai lemia sąlyginis jų paprastumas ir aiškumas, kai norima palyginti keletą šalių ar vertinti reiškinių dinamiką bėgant laikui. Socialiniams reiškiniams vertinti naudojamas

¹ Tyrimas yra remiamas Lietuvos mokslo tarybos projekto Nr. MIP-024/2015 lėšomis.

Žmogaus socialinės raidos indeksas (angl. *Human Development Index*) [22], Socialinės plėtros indeksas (angl. *Social Development Index*) [8], Gerovės indeksas (angl. *Wellbeing Index*) [16], aplinkosaugos srityje skaičiuojamas Klimato kaitos indeksas (angl. *Climate change performance index*) [2], ekonomikoje – Užimtumo indeksas (angl. *Employment Index*) [21] ir daug kitų indeksų. Švietimo sistemai stebėti buvo skaičiuoti vos keli indeksai.

Kanadoje 2006 m. buvo sukurtas pirmasis pasaulyje švietimo stebėsenos indeksas (angl. *Composite Learning Index – CLI*), kurio tikslas – sekti mokymosi visą gyvenimą progresą. Indeksą sudaro keturios rodiklių grupės, atspindinčios skirtingas mokymosi visą gyvenimą aplinkas: mokyklos, bendruomenės, darbo ir namų. Konstruojant CLI indeksą buvo sudaryti 25 skirtingi scenarijai: svorius parinkti naudota pagrindinių komponentų analizė, faktorinė analizė, regresinė analizė, taikyti vienodi svoriai, naudotas tiesinis, geometrinis arba daugiakriteris agregavimas. Įvertinus visus sukonstruotus indeksus, CLI indeksui konstruoti buvo parinktas vienas iš scenarijų, kuriame naudojami normalizuoti duomenys (z reikšmės), taikoma pagrindinių komponentų analizė, faktorinė analizė ir regresinė analizė, naudojamas tiesinis agregavimas [17].

Remiantis CLI indeksu, 2010 m. buvo sukurtas Europos mokymosi visą gyvenimą stebėsenos indeksas (angl. *European Lifelong Learning Indicators – ELLI*), o 2012 m. – Vokietijos švietimo žemėlapis (angl. *German Learning Atlas*). ELLI indeksas skirtas vertinti mokymąsi visą gyvenimą šalies lygmeniu, jis suskaičiuotas 23 Europos šalims (tarp kurių nėra Lietuvos), naudojant bendrą rodiklių sistemą, kurią sudaro 36 rodikliai iš Europos Sąjungos statistikos tarnybos (Eurostat) ir kitų viešai prieinamų duomenų bazių [19]. 2010 m. suskaičiuoto ELLI indekso rezultatai rodo, kad Šiaurės šalys (Danija, Švedija ir Suomija; Norvegijos indeksas nebuvo suskaičiuotas) ir Nyderlandai geriausiai Europoje įgyvendina mokymosi visą gyvenimą idėją. Vokietijos švietimo žemėlapis – pirmasis švietimo stebėsenos instrumentas Europoje, skirtas detalesnei šalies vidaus švietimo būsenos stebėsenai. Sudėtinis indeksas suskaičiuotas 412 Vokietijos administracinių rajonų ir miestų bei federalinių žemių [20].

Lietuvoje iki šiol švietimo stebėsenos indeksas nebuvo skaičiuotas. 2011 m. buvo parengta Lietuvos socialinio teisingumo rodiklių sistema ir įvertintas socialinis teisingumas Lietuvos švietimo sistemoje, atskirai kiekvienu švietimo lygmeniu [24].

Tyrimo tikslas – sukurti švietimo išteklių ir rezultatų indeksus, leisiančius stebėti Lietuvos švietimo sistemos būklę, apskaičiuoti jų sąveiką bei palyginti laike ir kitų ES šalių kontekste. Indeksams skaičiuoti naudoti vienodų ir pagrindinių komponentų svoriai su tiesiniu agregavimu. Daugiau nei per pusę padidinus rodiklių skaičių buvo tikrinamas Lietuvos švietimo rezultato indekso jautrumas. Apskaičiuoti 2002–2014 m. periodo indeksai naudojant viešai prieinamus Eurostat², Ekonominio ir socialinio bendradarbiavimo ir vystymosi organizacijos³ (angl. *OECD – Organisation for Economic and Social Cooperation and Development*) ir Tarptautinės švietimo pasiekimų vertinimo asociacijos⁴ (angl. *IEA – International Association of the Evaluation of Educational Achievement*) duomenis, kurie apjungia šalių makroekonominis rodiklius su tarptautiniais mokinių pasiekimų tyrimais: Tarptautiniu penkiolikmečių tyrimu (angl. *PISA – Programme for International Student Assessment*), Tarptautiniu matematikos ir gamtos mokslų gebėjimų tyrimu (angl. *TIMSS – Trends in International Mathematics and Science Study*) ir Tarptautiniu skaitymo gebėjimų tyrimu (angl. *PIRLS – Progress in International Reading Literacy Study*). Norint švietimo išteklių ir rezultatų indeksus palyginti kitų šalių kontekste, buvo pasirinktos penkios šalys: Latvija, Estija ir trys „senosios“ ES šalys – Jungtinė Karalystė, kuri atstovauja anglosaksišką liberalųjį švietimo modelį, Vokietija – kontinentinio-korporatyvistinio modelio atstovė, ir Suomija – skandinaviško socialdemokratinio modelio pavyzdys.

Straipsnis pradedamas įvadu, kurį tęsia indeksų sudarymo metodikos pasirinkimas ir aprašymas. Toliau aprašomas rodiklių parinkimas sudėtiniam indeksui, Lietuvos ir kitų užsienio šalių švietimo stebėsenos indeksų sudarymas, aptariami gauti rezultatai. Straipsnio pabaigoje pateikiamos tyrimo išvados.

2. Indekso konstravimo metodika

Sudėtinio indekso konstravimo būdų yra įvairių. Paprastai indekso sudarymas išskaidomas į penkis žingsnius: visų pirma duomenys apdorojami ir standartizuojami, tada, taikant statistinius metodus, rodikliams priskiriami svoriai bei, parinkus sintetinimo funkciją, rodikliai agreguojami į sudėtinį indeksą, dažniausiai indeksai konstruojami pagal keletą skirtingų scenarijų ir tuomet palyginami tarpusavyje [12].

² <http://ec.europa.eu/eurostat/web/education-and-training/statistics-illustrated>

³ <http://www.oecd.org/pisa/data/>

⁴ <https://timssandpirls.bc.edu/>

Pirmiausia atliekamas naudojamų duomenų apdorojimas: užpildomos praleistos reikšmės, panaikinamos išskirtys, atliekamas skalių koregavimas. Kai pakankamai dideliame duomenų rinkinyje yra praleistas nedidelis skaičius stebėjimų, nėra būtina taikyti sudėtingų duomenų įterpimo metodų [12]. Sudarant sudėtinį indeksą, rodikliai pakoreguoti pagal naudos principą (angl. *profit type*) – „didesnis yra geresnis“ tam, kad kiekvieno rodiklio didesnė reikšmė atitiktų didesnę švietimo stebėsenos indekso reikšmę. Duomenų standartizavimas yra būtinas žingsnis prieš agregavimo procesą, kad rodikliai su skirtingomis matavimo skalėmis taptų palyginami ir būtų išvengta neproporcingos svarbos suteikimo kitų sąskaita [10].

Konstruojant indeksą pagrindinis klausimas – kaip priskirti svorius rodikliams ir kokią sintetinio funkciją parinkti [3]. Daugelyje mokslinių tyrimų, kaip lengviausiai pritaikomas ir skaidriausias metodas sudaryti indeksą, pristatomas paprastasis adityvus svorinis svorių priskyrimas (angl. *simple additive weighted, SAW*) [1]. Šis metodas taikomas standartizuotiems duomenims ir aprašomas (1) formule. Visiems rodikliams suteikus vienodo dydžio svorius, gauname paprastąjį adityvų vienodų svorių (VS) priskyrimo metodą, kuriame kiekvienas iš rodiklių turi tokį patį poveikį konstruojamam indeksui [9].

$$CI_j^t = \sum_{i=1}^m w_{ij} \cdot y_{ij}^t, \quad j=1, \dots, n, \quad i=1, \dots, m, \quad (1)$$

čia

CI_j^t – šalies j sudėtinis indeksas laiko momentu t ,

y_{ij}^t – šalies j rodiklio i reikšmė laiko momentu t ,

w_{ij} – šalies j svoris priskirtas rodikliui i .

Konstruojant sudėtinį indeksą, svoriai gali būti priskirti rodikliams taikant statistinį metodą – pagrindinių komponentų analizę (PKA) [12], [13], [15], [23]. Esminė PKA idėja yra sumažinti duomenų matmenų skaičių atliekant tiesinę transformaciją ir atsisakant dalies po transformacijos gautų naujų komponentų, kurių dispersijos yra mažiausios [4]. Pagrindinių komponentų analizė (PKA), kaip metodas, nustatantis rodiklių svorius, buvo pasiūlytas konstruojant gerovės indeksą [6]. Pasaulio bankas, remdamasis šiuo darbu, pasiūlytą PKA naudojimo metodiką indeksui konstruoti pritaikė nelygybės analizei įvertinti [11]. Svorijų priskyrimas rodikliams, naudojant PKA, pagal OECD [12] pristatytą metodiką atliekamas keturiais žingsniais: rodiklių tinkamumo patikrinimas, optimalaus latentinių faktorių skaičiaus nustatymas, pasukimo atlikimas ir tarpinių sudėtinių indeksų konstravimas.

Pirmasis žingsnis, taikant PKA svorių priskyrimui, patikrinti, ar rodikliai tarpusavyje koreliuoja. Rodiklių tinkamumą galima patikrinti taikant Kaizerio-Mejerio-Olkino (KMO) matą. KMO matas priklauso intervalui [0; 1], jeigu $KMO < 0,55$ – PKA nerezultatyvi, t. y. kintamųjų porų koreliacija nėra paaiškinama kitais kintamaisiais. Antras žingsnis – nustatyti optimalų latentinių faktorių skaičių. Remiantis Kaiserio kriterijumi (angl. *Kaiser criterion*), naudojami tik tie faktoriai, kurių tikrinės reikšmės (angl. *eigenvalues*) yra didesnės už 1. Trečias žingsnis – atlikti pasukimą (angl. *rotation*). Pasukimas atliekamas siekiant sumažinti rodiklių skaičius, kurie turi didelius faktorių koeficientus tame pačiame faktoriuje. Atlikus pasukimą, tikrinių reikšmių paaiškinamos variacijos suma nepakinta, keičiasi tik tikrinės reikšmės ir faktorių koeficientai (angl. *loadings*). Taikomas *Varimax* pasukimas. Ketvirtas žingsnis – tarpinių sudėtinių indeksų konstravimas [12]. Faktorių koeficientų kvadratas nusako bendros variacijos proporciją, kurią paaiškina šis faktorius. Šiame žingsnyje sugrupuojami rodikliai su didžiausiais faktorių koeficientais į tarpinius sudėtinius indeksus. Tuomet faktorių koeficientai pakeliami kvadratu, gautas skaičius padalijamas iš faktoriaus tikrinės reikšmės (bendros to faktoriaus paaiškinamos variacijos). Gautas rezultatas modifikuojamas taip, kad tarpinių sudėtinių indeksų svorių suma būtų lygi 1.

Indeksu pateikiama apibendrinta indekso konstravimui pasirinktų rodiklių informacija, kiek pakito stebimas reiškinys nagrinėjamu laikotarpiu. Didesnė indekso reikšmė reiškia geresnę reiškinio būklę. Skaičiuojant indeksą svarbu nuspręsti, ką indeksas matuos, t. y. kokie švietimo sistemos aspektai bus vertinami ir nuo to priklausys rodiklių parinkimas indeksui konstruoti. Akcentuojame, kad interpretuoti indekso pokyčius galima tik pasirinktų rodiklių atžvilgiu.

Šioje dalyje aprašyta sudėtinio indekso sudarymo metodika buvo pritaikyta šešių Europos šalių švietimo išteklių ir rezultatų indeksams sudaryti. Rodiklių pasirinkimas, duomenų apdorojimas ir sudėtinių indeksų pasirinktoms šalims skaičiavimas pateikiamas kitoje straipsnio dalyje.

3. Rodiklių parinkimas, švietimo išteklių ir rezultatų indeksų skaičiavimas

Kiekvienai šaliai buvo sudaromi du indeksai – švietimo išteklių indeksas, kurį sudaro kiekvienos šalies švietimo sistemoje naudojamų išteklių (žmogiškasis ir materialusis kapitalas) rodikliai, ir švietimo rezultatų indeksas, kurį sudaro kiekvienos šalies pasiektų švietimo rezultatų ir padarinių rodikliai. Pasirinktų šalių indeksams konstruoti iš viso buvo atrinkti 38 švietimo sistemos rodikliai: 15 išteklių rodiklių ir 23 rezultatų rodikliai (iš jų 14 rodiklių buvo naudoti visų šalių švietimo rezultatų indeksui konstruoti, o papildomi 9 rodikliai buvo įtraukti į Lietuvos švietimo rezultatų indeksą).

Rodiklių parinkimą švietimo rezultatų indeksui pirmiausia lėmė Europos Komisijos strategijoje bendradarbiavimo švietimo ir mokymo srityje (ET 2020⁵) išskirti septyni pagrindiniai švietimo rezultatų ir padarinių rodikliai: mokyklos nebaigę asmenys, tretinį išsilavinimą įgiję asmenys, dalyvavimas ankstyvame ugdyme ir priežiūroje, absolventų užimtumas, suaugusiųjų dalyvavimas mokymosi visą gyvenimą programose, prasti penkiolikmečių rezultatai (skaitymo, matematikos, gamtos mokslų žinios – antro lygmens ir prastesnės) PISA tyrime ir mokymosi mobilumas. Iš septynių stebimų rodiklių, tik mokymosi mobilumui įvertinti tarp šalių kol kas nėra duomenų [7].

Išsamiam švietimo rezultatų indekso skaičiavimui ET 2020 strategijoje pateiktus pagrindinius švietimo sistemos rezultatų ir padarinių rodiklius papildėme šešiais papildomais rodikliais: puikūs penkiolikmečių rezultatai (penktas ir šeštasis skaitymo, matematikos, gamtos mokslų lygmuo) PISA tyrime, asmenys, sėkmingai įgiję aukštesnį nei vidurinis išsilavinimą dviejose amžiaus grupėse ir jauni asmenys, kurie nei mokosi, nei dirba. ET 2020 strategijoje įtraukti PISA tyrimo rodikliai, tačiau nenaudojama kitų tarptautinių mokinių pasiekimų tyrimų informacija. Siekiant įvertinti TIMSS ir PIRLS rodiklių svarbą švietimo rezultatų indekso skaičiavimui, Lietuvos švietimo rezultatų indeksui skaičiuoti papildomai naudoti 7 TIMSS ir 2 PIRLS rodikliai.

Švietimo išteklių indeksui skaičiuoti buvo parinkta 15 švietimo sistemoje naudojamų išteklių rodiklių, kurie atspindi žmogiškąjį ir materialųjį kapitalą švietimo sistemoje: mokytojų ir mokinių skaičius bei išlaidos švietimui skirtingose švietimo sistemos lygmenyse. Naudojamų rodiklių sąrašas pateiktas 1 priede.

Pirmame indeksų konstravimo žingsnyje buvo patikrinta ar nėra išskirčių, pavienės praleistos stebėjimų reikšmės buvo pakeistos artimiausių kaimynų vidurkiu. Tarptautinių tyrimų PISA, TIMSS ir PIRLS rodiklių praleistoms reikšmėms užpildyti (tyrimai atliekami atitinkamai kas trejus, ketverius ir penkerius metus) buvo naudojama procedūra: praleisti stebėjimai užpildomi pastoviomis reikšmėmis, glodinimui skaičiuojamas atitinkamai trejų, ketverių ir penkerių metų slenkantis vidurkis, paskutiniams stebėjimams užpildyti, taikomas paskutinis stebėtas augimo tempas.

Penki rodikliai (PISA tyrimo atskleisti penkiolikmečių prasti matematikos, skaitymo ir gamtos mokslų rezultatai, mokyklos nebaigę asmenys, jauni asmenys, kurie nei mokosi, nei dirba) buvo pakoreguoti pagal naudos principą – „didesnis yra geresnis“, kad šių rodiklių didesnė reikšmė atitiktų didesnę švietimo rezultatų indekso reikšmę. Visi rodikliai buvo standartizuojami skaičiuojant z reikšmes.

Atlikus duomenų apdorojimą ir normalizavimą, švietimo išteklių ir rezultatų indeksai buvo konstruojami pagal (2) formulę. Svariai rodikliams priskirti taikant paprastąjį adityvų vienodų svorių (VS) priskyrimo metodą ir pagrindinių komponenčių analizę (PKA). Prieš atliekant PKA, rodikliams, atrinktiems švietimo išteklių ir rezultatų indeksams skaičiavimui, buvo suskaičiuoti KMO matai (pateikti 2 priede) kiekvienai šaliai. Nepaisant to, kad kai kurių šalių KMO matas buvo mažesnis nei 0,55, PKA buvo naudojami visi rodikliai, kad kiekvienos šalies švietimo stebėsenos indeksus sudarytų tie patys rodikliai. Kadangi švietimo išteklių ir rezultatų indeksus konstruoti naudojamos rodiklių z reikšmės, apskaičiuota indekso reikšmė padidinama dviem, kad galutinės indekso reikšmės būtų teigiamos. Visų šalių švietimo išteklių ir rezultatų indeksų svariai, parinkti taikant PKA pateikti 3 priede.

$$CI_j^t = \sum_{i=1}^m (w_{ij} \cdot y_{ij}^t) + 2, \quad j=1, \dots, n, i=1, \dots, m, \quad (2)$$

čia

CI_j^t – šalies j sudėtinis indeksas laiko momentu t ,

y_{ij}^t – šalies j rodiklio i reikšmė laiko momentu t ,

w_{ij} – šalies j svoris priskirtas rodikliui i .

Šioje dalyje aprašyti švietimo išteklių ir rezultatų rodikliai bei šešių Europos šalių švietimo išteklių ir rezultatų indeksų skaičiavimai, taikant paprastąjį adityvų vienodų svorių (VS) priskyrimo metodą ir pagrindinių komponenčių analizę (PKA). Suskaičiuotų Lietuvos ir kitų šalių švietimo išteklių ir rezultatų indeksų analizė pateikta kitoje straipsnio dalyje.

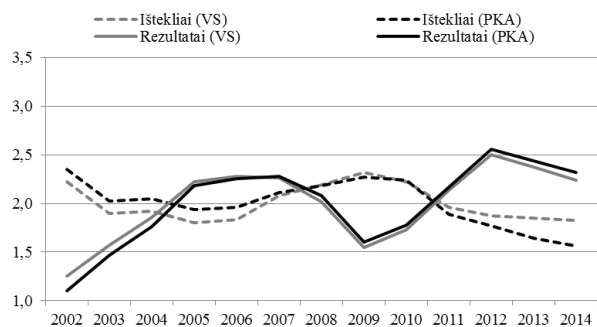
⁵ http://ec.europa.eu/education/policy/strategic-framework_en

4. Lietuvos ir kitų šalių švietimo išteklių ir rezultatų indeksų analizė

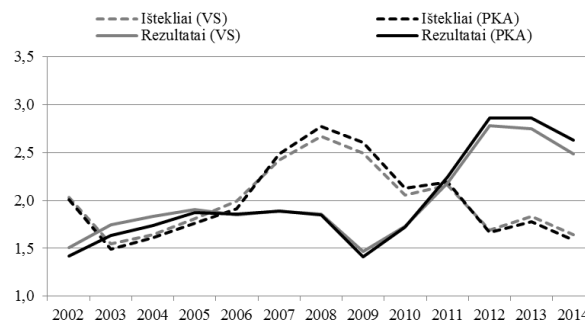
Remiantis anksčiau straipsnyje aprašyta indeksų konstravimo metodika ir atrinktais viešai prieinamais rodikliais, iš Eurostato ir OECD duomenų bazių sukonstruoti Lietuvos, Latvijos, Estijos, Vokietijos, Suomijos ir Jungtinės Karalystės švietimo išteklių ir rezultatų indeksai. Lietuvai švietimo rezultatų indeksas papildomai suskaičiuotas naudojant IEA rodiklius.

Nagrinėjant švietimo išteklių ir rezultatų indeksus, suskaičiuotus taikant vienodus ir PKA svorius, stebime nedidelius skirtumus tarp indeksų visoms šalims. Indeksų panašumas itin didelis nagrinėjamo periodo viduryje, o periodo pradžioje ir pabaigoje indeksai skiriasi, išskyrus Estiją ir Vokietiją (1 paveikslė). Koreliacijos koeficientai tarp šalių švietimo išteklių ir rezultatų indeksų, taikant VS ir PKA svorius, yra artimi 1. Pavyzdžiui, Lietuvai koreliacijos koeficientas švietimo išteklių indeksui lygus 0,83, o švietimo rezultatų indeksui – 0,99.

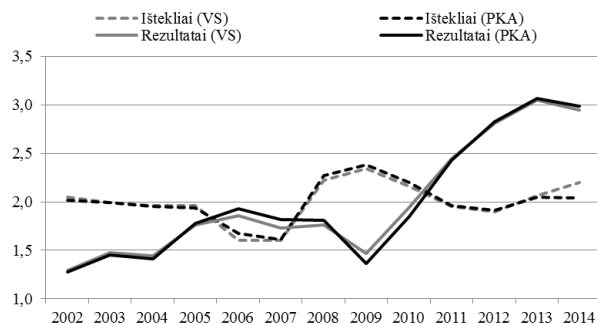
LIETUVA:



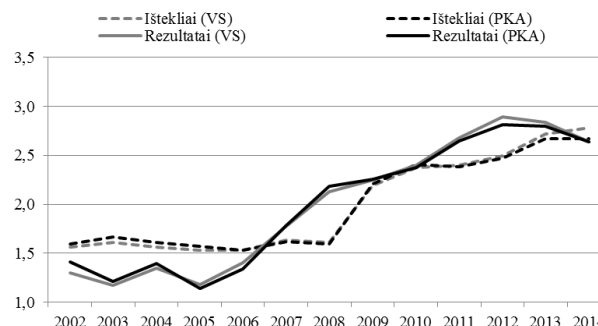
LATVIJA:



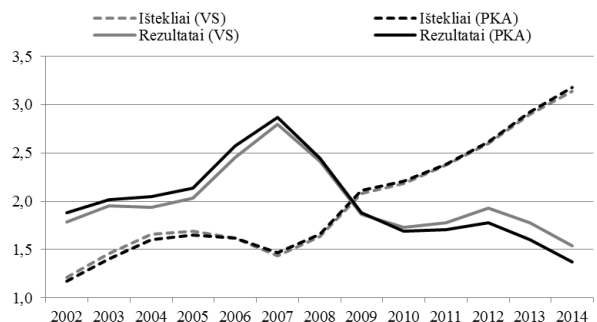
ESTIJA:



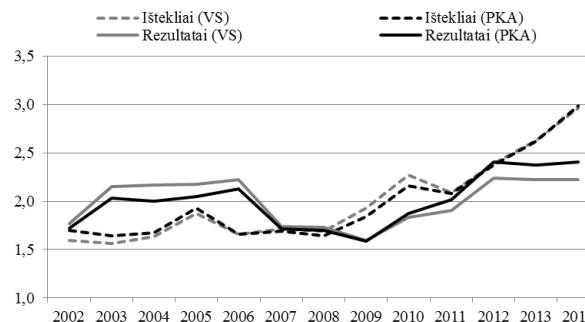
VOKIETIJA:



SUOMIJA:



JUNGTINĖ KARALYSTĖ:



Šaltinis: autorių skaičiavimai

1 pav. Švietimo išteklių ir rezultatų sudėtiniai indeksai, naudojant vienodus (VS) ir PKA svorius.

Analizuojant švietimo išteklių ir rezultatų indeksų dinamikos skirtumus tarp šalių, gaunama atvirkštinė priklausomybė tarp švietimo išteklių ir rezultatų indeksų Suomijai (1 paveikslas ir 1 lentelė). Tiesioginė priklausomybė sieja Vokietijos ir Jungtinės Karalystės indeksus. Baltijos šalių švietimo rezultatų indeksų dinamika yra panaši, kai stebimas indekso lygio sumažėjimas 2009 m. ir augimas 2010–2011 m. 2008–2010 m. švietimo išteklių indekso lygis viršija švietimo rezultatų indekso lygį. Matant apskaičiuotų indeksų dinamikos skirtumus aišku, kad ryšys tarp švietimo išteklių ir rezultatų indeksų yra skirtingas tarp šalių, t. y. yra skirtingas sistemų inertiškumas. Norint įvertinti inertiškumo skirtumus, atlikta koreliacinė (žr. 1 lentelę) ir grafinė (2 paveikslas) analizė su švietimo išteklių indekso postūmiu laike atgal. Dėl trumpos laiko eilutės vėlinimas pasirinktas empiriškai iki 4 metų. Gauta, kad švietimo išteklių pokyčiams atsispindėti rezultatuose ilgiausiai (3–4 metus) užtrunka Lietuvoje ir Latvijoje. Estijoje inercija kiek mažesnė ir poveikis pajuntamas antraisiais metais. Vokietijoje ir Jungtinėje Karalystėje pasikeitimai matomi tais pačiais ar kitais metais.

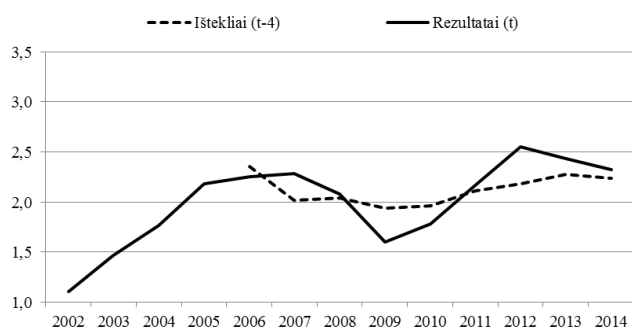
1 lentelė. Koreliacijos koeficientai tarp švietimo išteklių ir rezultatų indeksų, esant postūmiui laike.

	Lietuva	Latvija	Estija	Vokietija	Suomija	JK
	Rezultatai (t)	Rezultatai (t)	Rezultatai (t)	Rezultatai (t)	Rezultatai (t)	Rezultatai (t)
Ištekliai (t)	-0,75	-0,38	-0,12	0,90	-0,71	0,73
Ištekliai (t-1)	-0,76	-0,33	-0,05	0,82	-0,70	0,78
Ištekliai (t-2)	-0,41	-0,09	0,35	0,74	-0,60	0,71
Ištekliai (t-3)	0,37	0,46	0,69	0,59	-0,59	0,57
Ištekliai (t-4)	0,74	0,82	0,60	0,41	-0,74	0,30

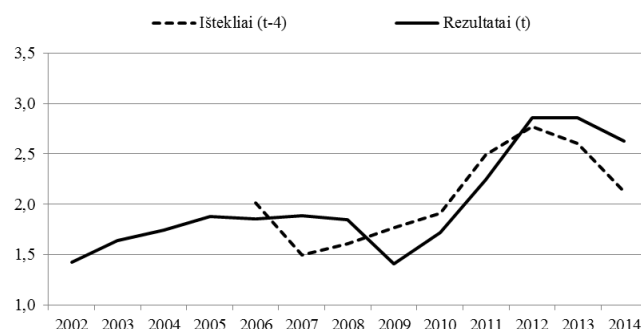
Šaltinis: autorių skaičiavimai

Vertinant švietimo sistemos būseną, gauta, kad nuo 2008 m. išteklių ir rezultatų būklė gerėja Vokietijoje ir Jungtinėje Karalystėje, įvertinus šių šalių sistemų mažą inertiškumą, turėtume stebėti tolimesnę gerėjimą 2015–2106 m. Nuo 2011 m. Lietuvoje ir Latvijoje stebimas švietimo išteklių mažėjimas, tai reiškia, kad švietimo rezultatų indeksas nepereis į augimo būseną ir galime tikėtis tolimesnio švietimo rezultatų blogėjimo 2015–2017 m. Estijoje, dėl švietimo išteklių indekso lygio stabilizavimosi 2012–2014 m., turėtume laukti švietimo rezultatų indekso stabilizavimosi 2015–2106 m. Tarp nagrinėjamų šalių, išskirtinė Suomijos situacija, kai nuo 2007 m. stebimas nuolatinis švietimo išteklių indekso gerėjimas, tačiau tai niekaip neatsispindi švietimo rezultatų indekse ir prognozuoti būsimą raidą yra keblu.

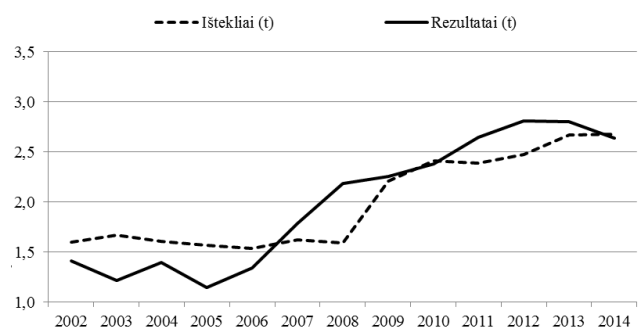
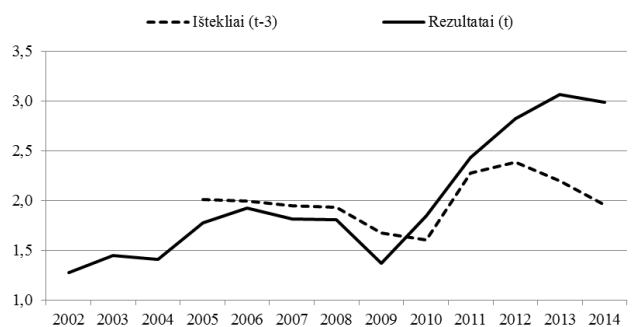
LIETUVA:



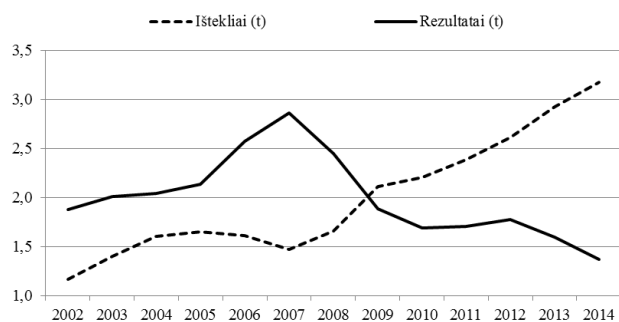
LATVIJA:



ESTIJA:

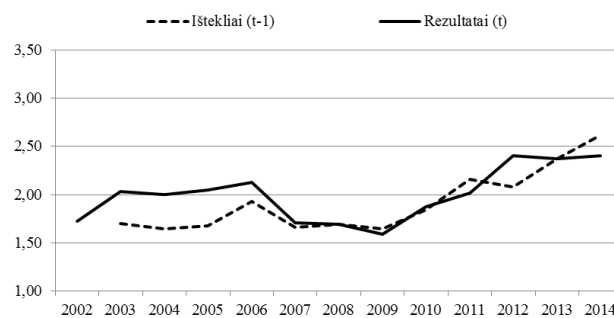


SUOMIJA:

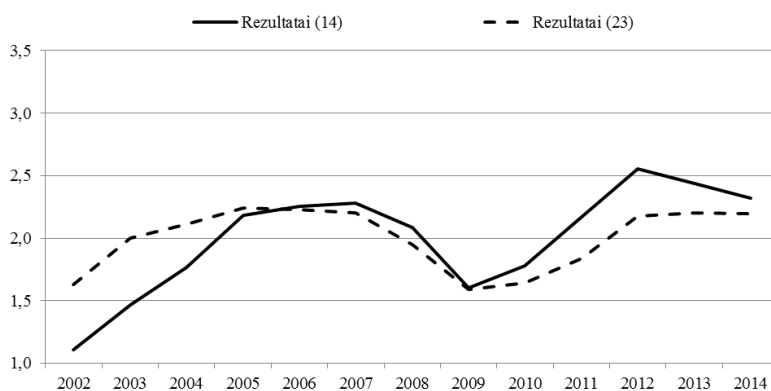


Šaltinis: autorių skaičiavimai

JUNGTINĖ KARALYSTĖ:



2 pav. Šalių švietimo išteklių ir rezultatų indeksai, esant postūmiui laike



Šaltinis: autorių skaičiavimai

3 pav. Lietuvos švietimo rezultatų indeksai, neįtraukus TIMSS ir PIRLS rodiklių (14) bei juos įtraukus (23)

Siekiant įvertinti TIMSS ir PIRLS rodiklių svarbą ir sudarytų indeksų jautrumą duomenų kiekiui, Lietuvos švietimo rezultatų indeksas buvo suskaičiuotas, papildomai įtraukus 9 rezultatų rodiklius – tarptautinių tyrimų TIMSS ir PIRLS mokinių pasiekimus matematikos, gamtos mokslų ir skaitymo srityse 4 ir 8 klasėse. Lietuvos švietimo rezultatų indeksui palyginti buvo taikyti PKA svoriai. Iš 3 paveikslo matome, kad esant mažesniai skaičiui rodiklių, indekso dinamika laike panaši, kaip ir sudaryto iš daugiau rodiklių. Koreliacijos koeficientas tarp švietimo rezultatų indekso, sudaryto iš 14 rodiklių, ir švietimo rezultatų indekso, sudaryto iš 23 rodiklių, yra lygus 0,73. Galima teigti, kad sudaryto švietimo rezultatų indekso dinamika laike mažai priklauso nuo papildomai įtrauktų mokinių pasiekimų rezultatų. Tačiau TIMSS ir PIRLS mokinių pasiekimai prisideda prie aukštesnio švietimo rezultatų indekso lygio 2002–2004 m. ir, atitinkamai, mažesnio lygio 2010–2014 m. Panaši situacija buvo stebėta ir kitose šalyse, todėl detalesnė informacija straipsnyje nėra pateikiama. Apibendrinant, švietimo rezultatų indeksų lygio analizei yra svarbūs ne tik PISA, bet ir TIMSS bei PIRLS tyrimai.

Išvados ir pasiūlymai

Sukonstruoti Lietuvos, Latvijos, Estijos, Vokietijos, Suomijos ir Jungtinės Karalystės švietimo išteklių ir rezultatų indeksai. Nustatyta, kad skirtumas tarp vienodų svorių priskyrimo ir svorių priskyrimo taikant pagrindinių komponenčių analizę yra mažas, o koreliacija tarp indeksų – labai stipri. Parodyta, kad rezultatų indeksų dinamikai laike rodiklių kiekio padidinimas beveik dviem trečdaliais įtakos neturi. Švietimo rezultatų indeksų lygiui TIMSS ir PIRLS tyrimų duomenys yra svarbūs. Atlikus švietimo išteklių ir rezultatų indeksų sąveikos laike analizę, paaiškėjo, kad nagrinėjamų šalių švietimo sistemų inercija tarp išteklių ir rezultatų yra skirtinga. Išteklių pasikeitimai atsispindi

rezultatų indekse iškart ar po vieno metų Vokietijoje ir Jungtinėje Karalystėje, o Baltijos šalyse tai trunka 2–4 metus. Ši analizė leidžia prognozuoti, kad Vokietijos ir Jungtinės Karalystės švietimo rezultatų indeksas didės, Estijos – stabilizuosis, o Lietuvos ir Latvijos – artimoje ateityje mažės.

Lietuvos, kaip ir Latvijos bei Estijos, švietimo išteklių ir rezultatų indeksai suskaičiuoti pirmą kartą. Sudėtiniai indeksai parodė kaip švietimo ištekliai ir rezultatai kito 2002–2014 m., kaip skyrėsi skirtingų šalių švietimo ištekliai ir rezultatai. Švietimo sudėtiniam indeksams sudaryti naudotos rodiklių laiko eilutės, žinant, kad tarptautiniai tyrimai nevyksta kas metus, nėra pakankamai ilgos, todėl analizę reikėtų pakartoti vėliau, turint daugiau duomenų. Suomijos rezultatai, palyginti su kitomis nagrinėtomis šalimis, skiriasi. Tai gali būti rodiklių parinkimo ribotumas, nes interpretuoti indekso dinamiką galima tik pasirinktų rodiklių atžvilgiu. Vertėtų sudėtinių indeksų analizę pakartoti gerokai padidinus rodiklių kiekį bei svoriams parinkti naudojant kitus metodus, pavyzdžiui, duomenų apgaubties metodą (angl. *data envelopment analysis*), leidžiantį pereiti nuo sistemos vertinimo (kontrolės) į sistemos valdymą (tobulinimą). Taip pat analizę būtų galima praplėsti pritaikant kitus agregavimo metodus, pavyzdžiui, geometrinį agregavimą, leidžiantį sumažinti vieno rodiklio su mažais svoriais kompensavimą kitais rodikliais, kurių svoriai didesni. Matėme, kad Baltijos šalių indeksų dinamika panaši, galimai sudaranti atskirą grupę. Analizę taip pat būtų įdomu išplėsti visoms ES šalims, aiškinantis, ar kitos ES šalys sudarytų kitus klasterius.

Literatūra

- [1] Blancas F. J., Contreras I., Ramirez-Hurtado J. M. 2012. Constructing a composite indicator with multiplicative aggregation under the objective of ranking alternatives. *Journal of the Operational Research Society* 64.5: 668–678.
- [2] Burck J., Bals C., Ackermann S. 2009. *The climate change performance index: background and methodology*. Germanwatch.
- [3] De Muro P., Mazziotta M., Pareto A. 2011. Composite indices of development and poverty: An application to mdgs. *Social indicators research*, 104(1):1–18.
- [4] Dzemyda G., Kurasova O., Žilinskas J. 2006. Daugiamačių duomenų vizualizavimo metodai. *Journal of Operational Research*, 173(3): 729–745.
- [5] Esping-Andersen G. 1990. *The Three Worlds of Welfare Capitalism*. Princeton: Princeton University Press.
- [6] Filmer D., Pritchett L.H. 2001. Estimating wealth effects without expenditure data - or tears: an application to educational enrollments in states of India. *Demography*, 38:115–132.
- [7] Flisi, S., Goglio V., Meroni E. 2014. *Monitoring the Evolution of Education and Training Systems: A Guide to the Joint Assessment Framework*, Joint Research Centre.
- [8] Foa R., Jeffery T. 2012. *Methodology of the indices of social development*. International Institute of Social Studies of Erasmus University Rotterdam No. 2012-04.
- [9] Freudenberg, M. 2003. *Composite indicators of country performance: A critical assessment*, STI working paper 2003/16, Organization for Economic Co-operation and Development, Paris.
- [10] Gilthorpe M. S. 1995. The importance of normalisation in the construction of deprivation indices. *Journal of Epidemiology and Community Health*, 49(Suppl 2):S45–S50.
- [11] Howe L. D., Hargreaves J. R., Huttly S. R. 2008. Issues in the construction of wealth indices for the measurement of socio-economic position in low-income countries. *Emerging themes in epidemiology* 5.1: 3.
- [12] Joint Research Centre-European Commission. 2008. *Handbook on constructing composite indicators: Methodology and User guide*. OECD publishing.
- [13] Krishnan V. 2010. *Constructing an area-based socioeconomic index: A principal components analysis approach*. Edmonton, Alberta: Early Child Development Mapping Project.
- [14] Nicoletti G., Scarpetta S., Boylaud O. 1999. *Summary indicators of product market regulation with an extension to employment protection legislation*. OECD publishing.
- [15] Osorio A. M., Bolance C., Alcaniz M. 2011. *Measuring early childhood health: a composite index comparing Colombian departments*. No. 201122. University of Barcelona, Research institute of Applied Economics.
- [16] Prescott-Allen R., Union internationale pour la conservation de la nature et de ses ressources. 2001. *The wellbeing of nations: a country-by-country index of quality of life and the environment*. Washington, DC: Island Press.
- [17] Saisana M. 2008. The 2007 composite learning index: robustness issues and critical assessment. Ispra, Italy: *European Commission*, Joint Research Centre.
- [18] Salzman J. 2003. *Methodological choices encountered in the construction of composite indices of economic and social well-being*. Center for the Study of Living Standards.
- [19] Stiftung B. 2010. *Making lifelong learning tangible. The european elli-index 2010*.
- [20] Stiftung B. 2013. *The german learning atlas: Making lifelong learning tangible on a regional level*.
- [21] Storrie D., Bjurek H. 2000. *Benchmarking European labour market performance with efficiency frontier techniques*. Discussion Papers.

- [22] United Nations. 2015. *2015 Human development report*. Technical report. New York: United Nations Development Programme.
- [23] Vyas S., Kumaranayake L. 2006. Constructing socio-economic status indices: how to use principal components analysis. *Health policy and planning* 21.6: 459–468.
- [24] Žalimienė L., Lazutka R., Skučienė D., Aidukaitė J., Kazakevičiūtė J., Navickė J., Ivaškaitė-Tamošiūnė V. 2011. *Socialinis teisingumas šveitime: teorinė samprata ir praktinis vertinimas*, Švietimo aprūpinimo centras, Vilnius.

STATUS OF EDUCATION SYSTEM: INTERACTIONS OF INPUT AND OUTPUT COMPOSITE INDICATORS

Dovilė Stumbrienė, Audronė Jakaitienė, Rimantas Želvys

Abstract. Education is one of keystones that guarantees well-being of a country, therefore the understanding about the education system status might be crucial. It motivates to measure the state of the education system, to understand its determinants and to monitor changes over time that would allow the implementation of evidence-based education policy. Measurement and assessment of the state of the education system is a complex task, as the analysis of individual indicators of the educational system is insufficient to monitor and evaluate education as a multidimensional phenomenon. To achieve a comprehensive and generalized assessment of the education system, we have chosen to calculate the composite indicators, namely, indicators of resources and outcomes. Using the latter indicators we evaluate state of resources and output of the educational system, understand the factors, determining the state, and compare it over time and in the context of other countries. Indices were calculated for the Baltic countries and three “old” EU member states: UK representing the Anglo-Saxon liberal model, Germany for the Continental corporatist model and Finland as an example of the Scandinavian model. For the analysis we used 2002-2014 annual publicly available data from EUROSTAT, OECD, and IEA databases. We have employed a simple weighted additive method with equal weights and principal components analysis for the construction of indices. We have found that the differences between composite indicators, constructed by the simple weighted additive method with equal and principal components analysis weights, are limited. The increase in the number of sub-indicators by almost two-thirds does not affect dynamics of the output indices over time. We have established that inertia of the education system is different for the countries: the impact of the output on the results is observed with 2–4 year lag for the Baltic States, as there is no time lag or there is a one year lag for Germany and the United Kingdom. Finland's results are different as compared with the other countries examined. The dynamics of the Baltic indices is similar and possibly constitutes a separate group.

Keywords: principal component analysis, composite indicator, education system

Priedai

1 priedas. Rodikliai, naudoti švietimo išteklių ir rezultatų indeksams skaičiuoti.

Rodiklio pavadinimas lietuviškai	Rodiklio pavadinimas angliškai	Šaltinis
IŠTEKLIŲ RODIKLIAI		
X1 Vaikų skaičius ankstyvajame ugdyme (ISCED level 0), 1000	Pupils at early childhood education (ISCED level 0), 1000	Eurostat
X2 Mokinų skaičius pradiniam ugdyme (ISCED level 1), 1000	Pupils at primary education (ISCED level 1), 1000	Eurostat
X3 Mokinų skaičius viduriniame ir poviduriniame ugdyme (ISCED level 2-4), 1000	Students at secondary and post-secondary education (ISCED level 2-4), 1000	Eurostat
X4 Studentų skaičius tretiniame ugdyme (ISCED level 5-8), 1000	Students at tertiary education (ISCED level 5-8), 1000	Eurostat
X5 Mokytojų skaičius ankstyvajame ugdyme (ISCED level 0), 1000	Teachers at early childhood education (ISCED level 0), 1000	Eurostat
X6 Mokytojų skaičius pradiniam ugdyme (ISCED level 1), 1000	Teachers at primary education (ISCED level 1), 1000	Eurostat
X7 Mokytojų skaičius viduriniame ir poviduriniame ugdyme (ISCED level 2-4), 1000	Teachers at secondary and post-secondary education (ISCED level 2-4), 1000	Eurostat
X8 Akademinio personalo skaičius tretiniame ugdyme (ISCED level 5-8), 1000	Academic staff at tertiary education (ISCED level 5-8), 1000	Eurostat
X9 Viešosios išlaidos švietimui - mln. PGS, tenkančios pradiniam ugdymui (ISCED 1)	Total public expenditure on education in millions PPS, at primary level of education (ISCED 1)	Eurostat
X10 Viešosios išlaidos švietimui - mln. PGS, tenkančios viduriniam ir poviduriniam ugdymui (ISCED 2-4)	Total public expenditure on education in millions PPS, at secondary level of education (ISCED 2-4)	Eurostat
X11 Viešosios išlaidos švietimui - mln. PGS, tenkančios tretiniam ugdymui (ISCED 5-8)	Total public expenditure on education in millions PPS, at tertiary level of education (ISCED 5-8)	Eurostat
X12 Viešosios išlaidos švietimui - procentinė BVP dalis, tenkanti ankstyvajam ugdymui (ISCED 0)	Total public expenditure on education as % of GDP, at pre-primary level of education (ISCED 0)	Eurostat
X13 Viešosios išlaidos švietimui - procentinė BVP dalis, tenkanti pradiniam ugdymui (ISCED 1)	Total public expenditure on education as % of GDP, at primary level of education (ISCED 1)	Eurostat
X14 Viešosios išlaidos švietimui - procentinė BVP dalis, tenkanti viduriniam ir poviduriniam ugdymui (ISCED 2-4)	Total public expenditure on education as % of GDP, at secondary level of education (ISCED 2-4)	Eurostat
X15 Viešosios išlaidos švietimui - procentinė BVP dalis, tenkanti tretiniam ugdymui (ISCED 5-8)	Total public expenditure on education as % of GDP, at tertiary level of education (ISCED 5-8)	Eurostat
REZULTATŲ IR PADARINIŲ RODIKLIAI		
Y1 Prasti penkiolikmečių rezultatai - PISA skaitymas, proc.	PISA Low achievers (below Level 2) in reading	OECD
Y2 Prasti penkiolikmečių rezultatai - PISA matematika, proc.	PISA Low achievers (below Level 2) in mathematics	OECD
Y3 Prasti penkiolikmečių rezultatai - PISA gamtos mokslai, proc.	PISA Low achievers (below Level 2) in science	OECD
Y4 Puikūs penkiolikmečių rezultatai - PISA skaitymas, proc.	PISA Top achievers (Level 5 or 6) in reading	OECD
Y5 Puikūs penkiolikmečių rezultatai - PISA matematika, proc.	PISA Top achievers (Level 5 or 6) in mathematics	OECD
Y6 Puikūs penkiolikmečių rezultatai - PISA gamtos mokslai, proc.	PISA Top achievers (Level 5 or 6) in science	OECD
Y7 Mokyklos nebaigę asmenys (18-24 metų amžiaus grupė), proc.	Early leavers from education and training, aged 18-24	Eurostat
Y8 Asmenys, sėkmingai įgiję aukštesnį nei vidurinis išsilavinimą (25-64 metų amžiaus grupė), proc.	Upper secondary or tertiary educational attainment, age group 25-64	Eurostat
Y9 Asmenys, sėkmingai įgiję aukštesnį nei vidurinis išsilavinimą (20-24 metų amžiaus grupė), proc.	Upper secondary or tertiary educational attainment, age group 20-24	Eurostat
Y10 Tretinį išsilavinimą įgiję asmenys (30-34 metų amžiaus grupė), proc.	Tertiary educational attainment, age group 30-34	Eurostat
Y11 Dalyvyvavimas ankstyvame ugdyme ir priežiūroje, proc.	Early childhood education	Eurostat
Y12 Suaugusiųjų dalyvyvavimas mokymosi visą gyvenimą programose (25-64 metų amžiaus grupė), proc.	Lifelong learning	Eurostat
Y13 Absolventų užimtumas (20-34 metų amžiaus grupė), proc.	Employment rates of recent graduates	Eurostat
Y14 Jauni žmonės, kurie nei mokosi, nei dirba (15-34 metų amžiaus grupė), proc.	Young people neither in employment nor in education and training	Eurostat
PAPILDOMI REZULTATŲ IR PADARINIŲ RODIKLIAI (Lietuvai)		
Y15 Mokiniai pasiekę minimalų lygmenį - TIMSS matematika 4 klasė, proc.	TIMSS Math 4 grade (Low international benchmark)	IEA
Y16 Mokiniai pasiekę aukščiausią lygmenį - TIMSS gamtos mokslai 4 klasė, proc.	TIMSS Sciens 4 grade (Advanced international benchmark)	IEA
Y17 Mokiniai pasiekę minimalų lygmenį - TIMSS gamtos mokslai 4 klasė, proc.	TIMSS Sciens 4 grade (Low international benchmark)	IEA
Y18 Mokiniai pasiekę aukščiausią lygmenį - TIMSS matematika 8 klasė, proc.	TIMSS Math 8 grade (Advanced international benchmark)	IEA
Y19 Mokiniai pasiekę minimalų lygmenį - TIMSS matematika 8 klasė, proc.	TIMSS Math 8 grade (Low international benchmark)	IEA
Y20 Mokiniai pasiekę aukščiausią lygmenį - TIMSS gamtos mokslai 8 klasė, proc.	TIMSS Sciens 8 grade (Advanced international benchmark)	IEA
Y21 Mokiniai pasiekę minimalų lygmenį - TIMSS gamtos mokslai 8 klasė, proc.	TIMSS Sciens 8 grade (Low international benchmark)	IEA
Y22 Mokiniai pasiekę aukščiausią lygmenį - PIRLS 4 klasė, proc.	PIRLS 4 grade (Advanced international benchmark)	IEA
Y23 Mokiniai pasiekę minimalų lygmenį - PIRLS 4 klasė, proc.	PIRLS 4 grade (Low international benchmark)	IEA

Šaltinis: Eurostat, OECD, IEA duomenų bazės

2 priedas. Išteklių ir rezultatų rodiklių KMO matai kiekvienai šaliai.

	KMO (išteklių rodikliai)	KMO (rezultatų rodikliai)
Lietuva	0,48	0,33
Latvija	0,57	0,31
Estija	0,33	0,47
Vokietija	0,66	0,39
Suomija	0,62	0,33
JK	0,48	0,47

Šaltinis: autorių skaičiavimai

3 priedas. Rodiklių svoriai 2002–2014 metams gauti, taikant pagrindinių komponentų analizę.

Rodiklis	IŠTEKLIŲ RODIKLIAI					
	Lietuva	Latvija	Estija	Vokietija	Suomija	JK
X1	0,019	0,051	0,051	0,059	0,082	0,074
X2	0,073	0,093	0,067	0,072	0,059	0,056
X3	0,095	0,032	0,055	0,080	0,084	0,092
X4	0,070	0,077	0,073	0,073	0,055	0,065
X5	0,023	0,072	0,061	0,047	0,060	0,066
X6	0,090	0,058	0,069	0,049	0,059	0,065
X7	0,086	0,047	0,032	0,070	0,066	0,073
X8	0,059	0,087	0,067	0,081	0,055	0,048
X9	0,086	0,078	0,062	0,073	0,080	0,060
X10	0,060	0,094	0,097	0,067	0,065	0,048
X11	0,094	0,050	0,087	0,080	0,062	0,087
X12	0,066	0,082	0,059	0,032	0,086	0,063
X13	0,078	0,050	0,082	0,076	0,040	0,063
X14	0,067	0,066	0,090	0,074	0,059	0,049
X15	0,033	0,062	0,050	0,065	0,087	0,091

Rodiklis	REZULTATŲ IR PADARINIŲ RODIKLIAI					
	Lietuva	Latvija	Estija	Vokietija	Suomija	JK
Y1	0,048	0,072	0,078	0,048	0,086	0,094
Y2	0,047	0,054	0,061	0,032	0,081	0,091
Y3	0,078	0,061	0,077	0,026	0,082	0,044
Y4	0,044	0,082	0,071	0,099	0,086	0,076
Y5	0,067	0,058	0,055	0,097	0,081	0,093
Y6	0,085	0,083	0,064	0,097	0,081	0,080
Y7	0,097	0,086	0,056	0,080	0,061	0,056
Y8	0,067	0,084	0,086	0,073	0,041	0,096
Y9	0,096	0,082	0,063	0,095	0,073	0,091
Y10	0,085	0,084	0,080	0,030	0,081	0,095
Y11	0,073	0,058	0,067	0,033	0,069	0,073
Y12	0,062	0,031	0,057	0,094	0,060	0,035
Y13	0,075	0,081	0,090	0,098	0,051	0,030
Y14	0,077	0,085	0,095	0,096	0,068	0,046

Šaltinis: autorių skaičiavimai

DARBO RINKOS KONJUNKTŪROS VERTINIMAS EUROPOS SĄJUNGOS ŠALYSE

Viktorija Tauraitė

Vytauto Didžiojo universitetas, Ekonomikos ir vadybos fakultetas,
Adresas: S. Daukanto g. 28, LT-44246 Kaunas, Lietuva.
El. paštas: tauraiteviktorija@gmail.com

Gauta: 2017 m. kovas

Pataisyta: 2017 m. lapkritis

Paskelbta: 2017 m. gruodis

Santrauka. Šiame straipsnyje siekiama išsiaiškinti darbo rinkos konjunktūros pokyčius lemiančius veiksnius Europos Sąjungos šalyse bei analizuojamų veiksnių poveikį darbo rinkos konjunktūrai. Ekonometriiniame modelyje sutelkiamas dėmesys ir į išsivysčiusių, ir mažiau išsivysčiusių šalių skirtumus. Straipsnyje apibrėžiama darbo rinkos konjunktūros samprata, jai įtaką turintys veiksniai bei jiems matuoti tinkami rodikliai. Darbo rinkos konjunktūrai vertinti sudaromas natūralusis, paprasčiau interpretuojamas pirmųjų skirtumų (FD – *First Difference*) modelis, kuris buvo papildytas kintamaisiais aprašančiais atskirų metų įtaką. Straipsnyje taip pat suformuluotos dvi hipotezės, kurios buvo atmetos atlikus ekonometrinę analizę.

Reikšminiai žodžiai: darbo rinkos konjunktūra, darbo paklausa, darbo pasiūla, pirmųjų skirtumų modelis Europos Sąjungos šalyse.

1. ĮVADAS

Darbo rinkos konjunktūros situacija yra svarbi kiekvienos šalies ekonomikai ir nacionaliniu lygiu, ir tarptautiniu lygiu, lyginant šalies darbo rinkos pajėgumą, potencialą, darbo rinkos gebėjimą prisiderinti prie kintančios ekonominės bei politinės situacijos ir pan. Akivaizdu, kad darbo rinkos konjunktūra (ir jos pokyčiai) atspindi atitinkamą darbo paklausos ir pasiūlos santykį darbo rinkoje, kuris gali parodyti perteklinę, deficitinę arba subalansuotą darbo rinkos situaciją [36]. Žinoma, santykis darbo rinkoje formuoja atitinkamą darbo užmokestį bei nedarbo lygį šalyje. Dėl šių priežasčių yra svarbu analizuoti darbo rinkos konjunktūros pokyčius ne tik vienos šalies mastu tam tikru laikotarpiu, bet ir tarp šalių.

Darbo rinkos konjunktūros tema yra aktuali ir Lietuvos mastu. Tai galima pagrįsti ankstesniais moksliniais tyrimais (pvz.: [24], [31], [34] ir kt.), kuriuose nagrinėjama Lietuvos darbo rinkos problematika ir su ja susiję aspektai. Kaip žinoma, ekonomika yra cikliška ir visa tai pastebima ir darbo rinkoje. Pavyzdžiui, remiantis Eurostat [7] duomenų baze, Lietuvoje pastebima nedarbo lygio mažėjimo tendencija 2001–2007 m. (nuo 17,4 iki 4,3 proc.), 2008–2010 m. laikotarpiu nedarbo lygis didėjo (nuo 5,8 iki 17,8 proc.), o 2011–2015 m. pastebima nedarbo lygio mažėjimo tendencija (nuo 15,4 iki 9,1 proc.). Nedarbo lygio kitimas yra vienas iš rodiklių, apibūdinančių darbo rinkos situaciją, joje vykstančius pokyčius, susijusius su darbo paklausos ir darbo pasiūlos pokyčiais darbo rinkoje, t. y. apibūdina darbo rinkos konjunktūrą. Taigi, Lietuvos kontekste darbo rinkos konjunktūros, jos pokyčių bei ją lemiančių veiksnių analizė taip pat yra svarbi ir aktuali.

Tyrimo naujumas grindžiamas makroekonometrinio modelio sudarymu ir pritaikymu 28 Europos Sąjungos šalims. Šiame straipsnyje pateikiamas darbo rinkos konjunktūros ekonometrinis modelis, sudarytas atsižvelgiant į ankstesnius mokslinius tyrimus, plėtojant ekonominę logiką, naudojant naujausius prieinamus statistinius duomenis (t. y. 2003–2012 m.) bei įvertinant darbo rinkos konjunktūrą lemiančių veiksnių poveikį darbo rinkos konjunktūrai, galimus vėlinimus. Tyrimo analizei atlikti sudaromas ekonometrinis FD modelis, atsižvelgiant į šalies išsivystymo lygį. Remiantis šiais aspektais, suformuotas modelis sudaro sąlygas pateikti argumentuotas išvadas apie darbo rinkos konjunktūrą ir jos pokyčius Europos Sąjungos šalyse.

Problema – kokie veiksniai lemia darbo rinkos konjunktūros pokyčius Europos Sąjungos šalyse.

Tyrimo objektas – darbo rinkos konjunktūros pokyčiai.

Tyrimo tikslas – išsiaiškinti darbo rinkos konjunktūros pokyčius lemiančius veiksnius Europos Sąjungos šalyse ir analizuojamų veiksnių poveikį darbo rinkos konjunktūrai. Tikslui pasiekti taikomi mokslinės literatūros sisteminimo, ekonometrinė, lyginamoji analizė. Tyrimo analizė atliekama naudojantis GRETL statistiniu paketu. Tyrimas atliekamas makrolygiu, analizuojant 28 Europos Sąjungos valstybes. Statistinė informacija surinkta iš Eurostat [7] duomenų bazės.

Analizuojamas 2003–2012 m. laikotarpis, atsižvelgiant į statistinių duomenų kiekį ir prieinamumą pasirinktų rodiklių atžvilgiu. Tyrimui naudojami paneliniai duomenys.

2. Darbo rinkos konjunktūros samprata ir ją lemiantys veiksniai

Darbo rinkos konjunktūra yra suprantama, kaip darbo paklausos ir pasiūlos santykis darbo rinkoje [22], [32], [35], [36]. Tikslesnė darbo rinkos konjunktūros koncepcija: tai tam tikra situacija darbo rinkoje, kuri susiformuoja veikiant tam tikriems veiksniams bei sąlygoms ir išreiškiama, kaip atitinkamas darbo pasiūlos ir paklausos santykis darbo rinkoje [33]. Darbo rinkai arba darbo rinkos konjunktūrai yra būdingos trijų tipų situacijos: **perteklinė**, **deficitinė** arba **subalansuota** (pusiausvyros situacija). *Perteklinė darbo rinka*, tai tokia rinka, kurioje darbo pasiūla nesutampa su darbo paklausa, kadangi darbo pasiūla yra didesnė už darbo paklausą [16]. Vadinasi, darbo užmokestis mažėja, o nedarbo lygis – didėja. Šiuo atveju darbo rinkos konjunktūros pokyčiai rodo blogėjančią situaciją. *Deficitinė darbo rinka* egzistuoja tuomet, kai darbo paklausa yra didesnė už pasiūlą [36]. Šiuo atveju darbo užmokestis didėja, o nedarbo lygis mažėja, ir darbo rinkos konjunktūros pokyčiai nurodo gerėjančią situaciją darbo rinkoje. Kaip idealią situaciją darbo rinkoje galima įvardyti *subalansuotą darbo rinkos konjunktūros situaciją*, kuri pasiekama retai [36].

Darbo rinkos konjunktūros pokyčius lemiančius veiksnius galima suskirstyti į penkias grupes: darbo paklausą, darbo pasiūlą, ekonominės situacijos pokyčius, darbo rinkos politikos pokyčius bei mokslo ir technologijų pažangą (žr. 1 lentelę).

1 lentelė. Darbo rinkos konjunktūros pokyčius lemiantys veiksniai bei jų poveikis darbo rinkos konjunktūrai

Veiksny	Autoriai	Poveikis
Darbo paklausos pokyčiai	B. Martinkus, D. Beržinskienė (2007), D. Raškinis (2008), L. Žiogelytė (2010), M. Kvirkvaia (2013), K. Liptak (2012), R. Barlett, H. Lao (2014) ir kiti	+
Darbo pasiūlos pokyčiai	D. Raškinis (2008), R. Rudžinskienė (2008), L. Okunevičiūtė Neverauskienė, A. Pocius (2010), L. Žiogelytė (2010), M. Kvirkvaia (2013), K. Liptak (2012) ir kiti	–
Ekonominės situacijos pokyčiai	K. Liptak (2012), International Labour Office (2009), R. Barlett, H. Lao (2014), R. Euwals, M. Hogerbrugge (2006), V. Navickas (2013), T. E. Daniel-Kagbare (2014) ir kiti.	+
Darbo rinkos politikos pokyčiai	I. Vetlov, E. Virbickas (2006), V. Navickas (2013), J. Babecky, K. Dybczak (2012), G. Carone ir kt. (2004) ir kiti.	+
Mokslo ir technologinė pažanga	J. Meriküll (2004), G. Nausėda, A. Budrytė, V. Tauraitė (2006), Y. Zhang (2011) ir kiti.	+
Kiti veiksniai (pvz.: darbo jėgos kvalifikacija; ekonomikos (verslo) ciklo fazės; darbo našumas ir pan.)	H. Roxana, B. Adriana (2014), V. Navickas (2013), M. Upender, M. Sujana (2008) ir kiti.	+ / –

Šaltinis: lentelė sudaryta autorės, remiantis mokslininkų tyrimais [1], [3], [5], [6], [8], [9], [11], [14], [17], [18], [21], [22], [23], [26], [28], [29], [35], [37], [39], [40]; „+“ – tiesioginė priklausomybė, „–“ – atvirkštinė priklausomybė.

Analizuojant darbo rinkos konjunktūros pokyčius lemiančius veiksnius, tikslinga analizę atlikti lyginant pokyčius tarp išsivysčiusių ir mažiau išsivysčiusių šalių. Darbo rinkos konjunktūros pokyčių skirtingas poveikis išsivysčiusiose ir mažiau išsivysčiusiose šalyse akcentuojamas kituose moksliniuose tyrimuose (plačiau žr. šaltiniuose [27], [31]).

Darbo paklausos pokyčiai – didėjant darbo paklausai, šalyje egzistuoja didėjantis skaičius laisvų darbo vietų potencialiems darbuotojams. Tai rodo, kad bendrosios paklausos didėjimas turi teigiamą poveikį darbo rinkos konjunktūrai, kadangi darbo užmokestis didėja, o nedarbo lygis mažėja [15]. Pasak mokslininkų [15], tai yra susiję su bedarbių mažėjimu ir darbo jėgos aktyvumo didėjimu. Gali egzistuoti ir priešinga situacija, kai bendrosios paklausos mažėjimas turės neigiamą poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams. Darbo paklausos pokyčiai didesnį poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams turėtų turėti mažiau išsivysčiusiose šalyse nei išsivysčiusiose. Vadinasi, pastebimas **tiesioginis ryšys** tarp darbo paklausos ir darbo rinkos konjunktūros.

Darbo pasiūlos pokyčiai – jei darbo paklausa yra fiksuota, o darbo pasiūla didėja, darbo užmokestis sumažėja, nedarbo lygis padidėja, tai darbo rinkos konjunktūros situacija blogėja, nes susiformuoja perteklinė darbo rinka. Kita vertus, pasak mokslininkų [15], [26], [27], [37], kai kitiems veiksniams nekintant darbo rinkoje mažėja aktyvios darbo jėgos kiekis, atitinkamai mažėja ir pasiūla, o tai turėtų įtakos darbo užmokesčio didėjimui ir nedarbo lygio mažėjimui,

vadinasi, turėtų neigiamą įtaką darbo rinkos konjunktūrai. Manytina, kad darbo pasiūlos pokyčių poveikis darbo rinkos konjunktūrai turėtų būti didesnis išsivysčiusiose nei mažiau išsivysčiusiose šalyse. Taigi tarp darbo rinkos konjunktūros pokyčių ir darbo pasiūlos pokyčių yra **atvirkštinė priklausomybė**. Šis veiksnys analizuojant darbo rinkos konjunktūros ir darbo pasiūlos pokyčių priklausomybę gali būti tiek priežastis, tiek pasekmė [24].

Ekonominės situacijos pokyčiai – tai gali būti tiek priežastis, tiek pasekmė [27]. Neigiami ekonominės situacijos pokyčiai turi neigiamos įtakos darbo rinkos konjunktūros pokyčiams: gali susiformuoti perteklinė darbo rinka, kas turės įtakos nedarbo lygio didėjimui [15], [27], [31], [37]. Kiti mokslininkai [26] taip pat akcentuoja tiesioginę priklausomybę ir pažymi, kad gerėjant ekonominei situacijai, sukuriama didesnis naujų darbo vietų skaičius, o tai rodo didesnę darbo rinkos pajėgumą bei efektyvumą. Mokslininkai (pvz.: [15]) dažnai nedetalizuoja minėtų veiksnių poveikių tarp skirtingo išsivystymo šalių, todėl ir šiame tyrime analizuojamas bendras ekonominės situacijos pokyčių poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams, neišskiriant išsivysčiusių ir mažiau išsivysčiusių šalių. Vadinasi, tarp ekonominės situacijos pokyčių ir darbo rinkos konjunktūros pokyčių yra **tiesioginė priklausomybė**. Teigiama, kad minėtų veiksnių reakcija gali būti pakankamai greita [27]. Kita vertus, mokslininkai [27], [41] pastebi, kad ekonominei situacijai gerėjant, situacija darbo rinkoje gali pradėti gerėti tik po tam tikro laiko. Atsilikimas tarp ekonominės situacijos pokyčių įtakos darbo rinkos konjunktūros pokyčiams pastebimas apie 1,5–2 metų [41].

Darbo rinkos politikos pokyčiai – šiame tyrime darbo rinkos politikos pokyčiai siejami su vyriausybės vykdomais darbo santykių apribojimais, dėl kurių mažėja darbo rinkos lankstumas ir darbo rinka lėčiau reaguoja į ekonomikos pokyčius. Kita vertus, negalima teigti, kad darbo rinkos politikos pokyčiai yra pripažįstami, kaip neigiamas reiškinys, tačiau šie pasikeitimai neturėtų papildomai apriboti darbo rinkos dalyvių santykių. Lanksti darbo rinka suprantama, kaip darbo jėgos gebėjimas greitai reaguoti į ekonominės situacijos pasikeitimus [37]. Darbo santykių reguliavimas (minimalaus mėnesinio darbo užmokesčio nustatymas, darbo laiko reguliavimas ir pan.) sumažina darbo rinkos lankstumą [30]. Taigi, šiame straipsnyje daroma prielaida, kad jeigu vyriausybės priimami sprendimai bus teigiami darbo rinkos lankstumo atžvilgiu, tai darbo rinkos konjunktūros pokyčiai turėtų gerėti. Vadinasi, šiuo atveju yra **tiesioginė priklausomybė** tarp darbo rinkos politikos pokyčių ir darbo rinkos. Mokslininkai (pvz.: [30]) dažnai neakcentuoja skirtingo egzistuojančio poveikio tarp darbo rinkos politikos pokyčių ir darbo rinkos konjunktūros pokyčių, todėl ir šiame tyrime neanalizuojamas poveikio stiprumas tarp išsivysčiusių ir mažiau išsivysčiusių šalių.

Mokslo ir technologijų pažanga – remiantis mokslininku [39], inovacijų sparta ir technologijų pažanga formuoja darbo rinkoje sąlygas, dėl kurių didėja darbdavių keliami reikalavimai, kurie yra susiję su aukštesnės kvalifikacijos, geresnių gebėjimų darbuotojų poreikiais. Kitaip sakant, dėl mokslo ir technologijos pažangos formuojasi tobulesnė darbo rinka, su aukštesniais gebėjimais, kompetencija ir pan. Taigi akivaizdu, kad esant technologiniam progresui darbo rinkos konjunktūros situacija turėtų gerėti [18]. Manytina, kad mokslo ir technologinės pažangos poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams turėtų būti didesnis mažiau išsivysčiusiose nei išsivysčiusiose šalyse. Vadinasi, tarp mokslo ir technologijų pažangos bei darbo rinkos konjunktūros yra **tiesioginė priklausomybė**.

Apibendrinant darbo rinkos konjunktūrą lemiančius veiksnus, galima teigti, kad vieni veiksniai turi teigiamą įtaką darbo rinkos konjunktūrai, o kiti (pvz., darbo pasiūla) – neigiamą.

Tyrimui atlikti yra suformuluojamos dvi hipotezės, atsižvelgiant į mokslinėje literatūroje išskiriamų veiksnių poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams bei į analizuojamų šalių išsivystymo lygį.

Pirma hipotezė (H1): darbo paklausos pokyčių teigiamas poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra mažesnis išsivysčiusiose šalyse nei mažiau išsivysčiusiose šalyse.

Antra hipotezė (H2): darbo pasiūlos pokyčių neigiamas poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra didesnis išsivysčiusiose šalyse nei mažiau išsivysčiusiose.

Taigi darbo rinkos konjunktūra yra suprantama, kaip darbo paklausos ir darbo pasiūlos santykis darbo rinkoje, kuris atitinkamai gali suformuoti perteklinę, deficitinę arba subalansuotą darbo rinkos konjunktūros situaciją. Perteklinės darbo rinkos formavimasis pablogina darbo rinkos konjunktūros situaciją, o deficitinės – pagerina. Konkreti darbo rinkos konjunktūros situacija susiformuoja, veikiant tam tikriems veiksniams, kurie yra išskiriami ir analizuojami ankstesniuose moksliniuose tyrimuose. Taigi, siekiant atlikti darbo rinkos konjunktūros vertinimą, suformuluotos dvi hipotezės.

3. Tyrimo metodika

Darbo rinkos konjunktūra, ją lemiantys veiksniai gali būti matuojami skirtingais rodikliais (žr. 2 lentelę). Tyrime siekiama naudoti absoliučius dydžius, kurių pokyčius būtų galima interpretuoti kaip atitinkamo rodiklio pasikeitimus.

2 lentelė. Darbo rinkos konjunktūros ir jos pokyčius lemiančių veiksnių matavimo alternatyvos (rodikliai)

Tiriamas reiškinys / veiksnys	Autoriai	Matavimo alternatyvos
Darbo rinkos konjunktūra	J. Meriküll (2004), D. Tendziagolskytė, R. Rudzkis (2014), K. Beokovskis, D. Stikuts (2006), A. Pocius, L. Okunevičiūtė-Neveauskienė (2005), K. Liptak (2012) ir kiti.	Nedarbo lygis; užimtųjų skaičius; ekonominio nuostolio dėl nedarbo rodiklis (lyginami faktiniai ir natūralaus nedarbo rodikliai) ir pan.
Darbo paklausa	D. Raškinis (2008), M. Kvirkaiva (2013), R. Barlett, H. Lao (2014), R. Balvočiūtė (2011), R. D. Williams (2004) ir kiti.	Užimtųjų skaičius; užimtumo lygis (santykinis rodiklis, nurodantis atitinkamo amžiaus užimtų gyventojų skaičiaus ir to paties amžiaus visų gyventojų skaičiaus santykį); laisvų darbo vietų skaičius; laisvų darbo vietų lygis (santykinis rodiklis, išreiškiamas, kaip laisvų ir visų darbo vietų skaičiaus santykis); užimtų gyventojų darbo valandų skaičius ir pan.
Darbo pasiūla	J. Meriküll (2004), D. Raškinis (2008), R. Balvočiūtė (2011), D. Tendziagolskytė, R. Rudzkis (2014) ir kiti.	Darbingo amžiaus gyventojai (gyventojai nuo 16 metų ir vyresni, išskyrus pensinio amžiaus asmenis); darbo jėga; darbo jėgos aktyvumo lygis (santykinis rodiklis, nurodantis atitinkamo amžiaus darbo jėgos ir to paties amžiaus visų gyventojų skaičiaus santykį) ir pan.
Ekonominė situacija	A. Lydienė, J. Karalevičienė (2013), S. Jakštienė (2013), K. Liptak (2012), D. Tendziagolskytė, R. Rudzkis (2014), R. Balvočiūtė (2011) ir kiti.	BVP vienam gyventojui; darbo produktyvumas; vidutinis darbo valandų skaičius vienam darbuotojui; BVP; eksporto apimtis; tiesioginės užsienio investicijos; darbo užmokestis ir pan.
Darbo rinkos politika	I. Vetlov, E. Virbickas (2006), J. Moskvina, L. Okunevičiūtė-Neveauskienė (2011), J. Babecky, K. Dybczak (2012), G. Carone ir kt. (2004), R. Balvočiūtė (2011) ir kiti.	Darbo užmokesčio lankstumas (darbo užmokesčio jautrumas, reaguojant į užimtumo nuokrypius nuo pusiausvyros); darbo jėgos lankstumas (darbo jėga, kuriai būdingas funkcinis lankstumas ir geografinis judrumas, reaguojant į besikeičiančias aplinkos sąlygas); nedarbo spąstai (santykinis rodiklis, nurodantis bruto darbo užmokesčio dalį, kurią sudaro darbuotojo pajamų mokesčiai ir socialinio draudimo įmoka, kai asmens statusas darbo rinkoje pasikeičia iš bedarbio į dirbantį asmenį); mažo darbo užmokesčio spąstai (santykinis rodiklis, apibūdinantis bruto darbo užmokesčio dalį, kurią sudaro darbuotojo pajamų mokesčiai ir socialinio draudimo įmoka, kai asmuo uždirba nuo 33 % iki 66 % vidutinio darbo užmokesčio); bedarbio pašalpos; darbo laiko lankstumas (darbo laiko ir vietos lankstumo užtikrinimas darbuotojams) ir pan.
Mokslo ir technologinė pažanga	J. Meriküll (2004), S. Jakštienė (2013) ir kiti.	IT diegimas; mokslo pasiekimai; inovacinė veikla ir pan.

Šaltinis: lentelė sudaryta autorės, remiantis mokslininkų tyrimais [1], [2], [3], [4], [5], [10], [11], [14], [15], [18], [20], [24], [26], [34], [37], [38].

Atsižvelgiant į tai, kad nedarbo lygis nurodo procentinį santykį tarp bedarbių ir ekonomiškai aktyvių gyventojų, tikslinga darbo rinkos konjunktūros matavimui pasirinkti bedarbių skaičiaus rodiklį. Tiksliau sakant, analizuoti bedarbių skaičiaus pokyčius, kurie aproksimuoja bedarbystės pokyčius. Kitaip sakant, kuo didesnis teigiamas bedarbių skaičiaus pokytis analizuojamu laikotarpiu, tuo daugiau žmonių tampa bedarbiais, vadinasi, atitinkamai didėja ir nedarbo lygio pokyčiai [36]. Taigi, remiantis prieinama statistine informacija ir mokslininkų (pvz.: [18], [36]) argumentais, jog nedarbo lygis, kitaip sakant, bedarbių skaičiaus pokyčiai, vienas tiksliausių rodiklių identifikuojančių darbo rinkos konjunktūros pokyčius, priklausomojo kintamojo matavimui pasirenkami bedarbių skaičiaus pokyčiai. Siekiant gauti neiškreiptus darbo rinkos konjunktūros pokyčius atspindintį absoliutinį rodiklį, tikslinga eliminuoti ilgalaikius bedarbius, kurie, pasak mokslininkės [29], yra viena pagrindinė nedarbo priežastis, tačiau jie yra nusivylę darbo rinka ir tikėtina, kad jų pokyčiai ilgai nei drastiškai nepasikeis. Vadinasi, **darbo rinkos konjunktūros pokyčiai matuojami bedarbių skaičiaus (eliminavus ilgalaikius bedarbius) pokyčiais.**

Logiška, kad didėjantis užimtųjų skaičiaus pokytis identifikuoja gerėjančią darbo rinkos konjunktūros situaciją, kurioje nedarbo lygis mažėja, kitaip sakant, mažėja bedarbių skaičiaus pokyčiai (tarp rodiklių *atvirkštinė priklausomybė*; [26]). Taigi, **darbo paklausos pokyčiai matuojami užimtųjų skaičiaus pokyčiais.**

Šiame tyrime pasirenkamas absoliutus darbo pasiūlos pokyčius atspindintis rodiklis – darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus pokyčiai. Didėjant darbingo amžiaus gyventojų skaičiui (kai darbo paklausa netinka), situacija darbo rinkoje blogėja, vadinasi, nedarbo lygis bei bedarbių skaičius didėja (*tiesioginė priklausomybė*). Pasirinktas rodiklis suteikia galimybę identifikuoti darbo rinkos potencialą, darbo pasiūlos dydį. Vadinasi, **darbo pasiūlos pokyčiai matuojami darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus pokyčiais**.

Vienas pagrindinių rodiklių, kuris nurodo šalies taip pat ir darbo rinkos pajėgumą yra bendrasis vidaus produktas (toliau – BVP). Šio rodiklio pokyčių analizė suteikia galimybę palyginti darbo rinkos sukuriamą vertę absoliučiu dydžiu, identifikuojant sukuriamos vertės pokyčius, analizuojamu laikotarpiu. Didėjant šalies BVP, nedarbo lygis mažėja, o situacija darbo rinkoje gerėja. Ši *atvirkštinį ryšį* tarp nedarbo lygio ir BVP nurodo Okuno dėsnis [12]. Pabrėžtina, kad gali egzistuoti 1,5–2 metų atsilikimas tarp BVP poveikio nedarbo lygiui ar atvirkščiai [41]. Taigi **ekonominės situacijos pokyčiai matuojami BVP pokyčiais** (rinkos kainomis).

Darbo rinkos politikos matavimui pasirenkamas paprastesnis, bet santykinai patikimas absoliutinis rodiklis – socialinės apsaugos išmokų, kurios priskiriamos ir bedarbiams skiriamos pašalpos, pokytis. Socialinės apsaugos išmokos priskiriamas prie pasyvios darbo rinkos politikos [37]. Šio rodiklio pokyčių didėjimas identifikuoja blogėjančią situaciją darbo rinkos politiką darbo lankstumo atžvilgiu. Vadinasi, didėjant socialinės apsaugos išmokoms, nedarbo lygis turėtų didėti (*tiesioginė priklausomybė*). Darbo rinkos politikos poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra vėluojantis. Mokslininkė J. Rakalovič [25], analizuodama nedarbo lygio pokyčius po konkrečių politinių sprendimų, pastebi, kad poveikis tarp minėtų kintamųjų pastebimas praėjus vieniems metams. Vadinasi, **darbo rinkos politika matuojama socialinės apsaugos išmokų pokyčiais**.

Mokslo ir technologinę pažangą galima išmatuoti įvairiais rodikliais (žr. 2 lentelę), tačiau dėl statistinių duomenų trūkumo tyrime pasirenkamas alternatyvus mokslo ir technologinės pažangos matavimo būdas, t. y. išlaidos skiriamos mokslinių tyrimų ir technologijų plėtrai (toliau – MTTP). Suprantama, kad didėjant skiriamoms išlaidoms MTTP veiklai šalyje, mokslo ir technologijų pažanga didėja, vadinasi, mažėja nedarbo lygis bei gerėja darbo rinkos konjunktūros situacija (*tarp rodiklių atvirkštinė priklausomybė*; [18]). Mokslo ir technologijų poveikį darbo rinkos pokyčiams galima įvardyti, kaip vėluojantį veiksni. Akivaizdus poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams pastebimas po 5–6 metų, įvykus technologiniams pokyčiams [19]. Taigi, **mokslo ir technologijų pažanga matuojama MTTP skaičiaus pokyčiais**.

Norint Europos Sąjungos (toliau – ES) šalis klasifikuoti į išsivysčiusias ir mažiau išsivysčiusias, galima taikyti mokslininkų [13] naudojamą šalių *išsivystymo lygio identifikavimo metodą*: šalys, kurių BVP vienam gyventojui yra lygus arba didesnis nei ES vidurkis, galima vadinti išsivysčiusiomis šalimis, priešingu atveju – mažiau išsivysčiusiomis šalimis, kurioms reikalingas spartesnis ekonomikos augimas. Šiame tyrime į modelį yra įtraukiamas pseudokintamasis. Norint išmatuoti šio kintamojo reikšmę, visų pirma, apskaičiuojama kiekvienos šalies per analizuojamą laikotarpį (2003–2012 m.) vidutinė BVP / gyventojui reikšmė. Antra, apskaičiuojamas ES (bendrai) BVP / gyventojui vidurkis (analizuojamu laikotarpiu), kuris atitinkamai yra lyginamas su kiekvienos šalies vidutiniu BVP / gyventojui dydžiu, analizuojamu laikotarpiu.

Apibendrinant tiriamojo reiškinio ir veiksnių matavimo būdus (rodiklius), pastebima, kad autoriai (plačiau žr. 2 lentelę) išskiria skirtingus rodiklius, galimus naudoti tam tikram veiksmui išmatuoti. Ne visų jų statistinė informacija yra prieinama. Šiame tyrime pasirinkti rodikliai, remiantis prieinama statistine informacija ir rodiklio svarba, analizuojamo veiksnio kontekste (žr. 2 lentelę).

Teorinis FD modelis, aprašantys darbo rinkos konjunktūros pokyčius:

$$\begin{aligned} \Delta \ln(unem_{i,t}) = & \alpha + \delta_9 2011 + \delta_{10} 2012 + \beta_1 \Delta \ln(em_{i,t}) \\ & + \beta_2 \Delta \ln(em_{i,t}) * develop + \beta_3 \Delta \ln(workpop_{i,t}) + \beta_4 \Delta \ln(workpop_{i,t}) * develop \\ & + \beta_5 \Delta \ln(gdp_{i,t}) + \beta_6 \Delta \ln(gdp_{i,t-1}) + \beta_7 \Delta \ln(gdp_{i,t-2}) + \beta_8 \Delta \ln(spen_{i,t}) \\ & + \beta_9 \Delta \ln(spen_{i,t-1}) + \beta_{10} \Delta \ln(R\&D_{i,t}) + \beta_{11} \Delta \ln(R\&D_{i,t-1}) \\ & + \beta_{12} \Delta \ln(R\&D_{i,t-2}) + \beta_{13} \Delta \ln(R\&D_{i,t-3}) + \beta_{14} \Delta \ln(R\&D_{i,t-4}) + \beta_{15} \Delta \ln(R\&D_{i,t-5}) \\ & + \beta_{16} \Delta \ln(R\&D_{i,t-6}) \\ & + \beta_{17} \Delta \ln(R\&D_{i,t}) * develop + \beta_{18} \Delta \ln(R\&D_{i,t-1}) * develop + \beta_{19} \Delta \ln(R\&D_{i,t-2}) * develop \\ & + \beta_{20} \Delta \ln(R\&D_{i,t-3}) * develop + \beta_{21} \Delta \ln(R\&D_{i,t-4}) \\ & * develop + \beta_{22} \Delta \ln(R\&D_{i,t-5}) * develop + \beta_{23} \Delta \ln(R\&D_{i,t-6}) * develop + u_{i,t} \end{aligned}$$

čia α – modelio konstanta; i – šalies indikatorius; t – laikas, matuojamas metais; Δ prieš rodiklį žymi jo pokytį; $u_{i,t}$ – atsitiktinė paklaida i -ajai šaliai laiko momentu t .

Nepriklausomų kintamųjų ankstiniai ir jų kiekis modelyje yra pasirinkti remiantis kitų mokslininkų darbais, ekonomine logika bei ekonometriniais argumentais (plačiau žr. 3 skyrių „Tyrimo metodika“).

Kiti priklausomojo kintamojo (*Unem*) ir nepriklausomų kintamųjų pavadinimai, trumpiniai ir matavimo vienetai paaiškinti 3 lentelėje:

3 lentelė. Tyrime naudojamų duomenų pavadinimai, trumpiniai, matavimo vienetai

Tiriamas reiškinys / veiksnys	Rodiklis	Trumpinys	Matavimo vnt.
Darbo rinkos konjunktūros pokyčiai	Bedarbių (eliminavus ilgalaikius bedarbius) skaičiaus pokyčiai	$\Delta unem$	1 000 žmonių
Darbo paklausos pokyčiai	Užimtųjų skaičiaus pokyčiai	Δem	100 žmonių
Darbo pasiūlos pokyčiai	Darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus pokyčiai	$\Delta workpop$	1 000 žmonių
Ekonominės situacijos pokyčiai	BVP pokyčiai	Δgdp	1 000 000 eurų
Darbo rinkos politika	Socialinės apsaugos išmokos pokyčiai	$\Delta spben$	1 000 000 eurų
Mokslo ir technologinė pažanga	Išlaidų skiriamų mokslinių tyrimų ir technologijų plėtrai pokyčiai (MTTP skaičiaus pokyčiai)	$\Delta R\&D$	1 000 000 eurų
Šalies išsivystymo lygis (pseudokintamasis)	Šalies BVP / gyventojui (2003–2012 m.) lyginimas su ES vidurkiu (2003–2012 m.).	<i>Develop</i>	0 – mažai išsivysčiusi šalis; 1 – išsivysčiusi šalis

Šaltinis: lentelė sudaryta autorės.

Remiantis išskirtų veiksnių rodikliais, pateikiamos dvi tyrimo hipotezės ir jų atmetimo sąlygos. Hipotezėms tikrinti pasirenkamas 5 proc. reikšmingumo lygmuo.

Pirma hipotezė (H1): darbo paklausos pokyčių teigiamas poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra mažesnis išsivysčiusiose šalyse nei mažiau išsivysčiusiose šalyse. Šią hipotezę norima paneigti. Taigi, H1 bus atmesta, jeigu β_2 bus statistiškai reikšmingas ir $\beta_2 < 0$ arba $\beta_1 + \beta_2$ bus statistiškai reikšmingas ir $\beta_1 + \beta_2 > 0$.

Antra hipotezė (H2): darbo pasiūlos pokyčių neigiamas poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra didesnis išsivysčiusiose šalyse nei mažiau išsivysčiusiose. Šią hipotezę taip pat norima paneigti. Šiuo atveju H2 bus atmesta, jeigu β_4 bus statistiškai reikšmingas ir $\beta_4 > 0$ arba $\beta_3 + \beta_4$ bus statistiškai reikšmingas ir $\beta_3 + \beta_4 < 0$.

4. Modelio tobulinimas

Kadangi FD modelyje naudojami aukštos eilės vėliniai (pvz., nepriklausomo kintamojo $\Delta \ln(R\&D_{i,t})$ vėlinių eilė lygi 6), tai labai sutrumpėja laikotarpis, kuriame visi modelio FD kintamieji neturi praleistų reikšmių. Dėl šios priežasties tikrinama jungtinė nepriklausomų kintamųjų $\Delta \ln(R\&D_{i,t-5})$, $\Delta \ln(R\&D_{i,t-6})$ hipotezė, nes atskirai šie kintamieji yra statistiškai nereikšmingi (*p-reikšmės* atitinkamai: 0,5833; 0,2900). Patikrinus jungtinę hipotezę, išsiaiškinta, kad kartu $\Delta \ln(R\&D_{i,t-5})$, $\Delta \ln(R\&D_{i,t-6})$ yra statistiškai nereikšmingi (*p-reikšmė* 0,4161), todėl nuspręsta šiuos kintamuosius pašalinti iš modelio. Remiantis analogiškais argumentais taip pat pašalinti šie kintamieji: $\Delta \ln(R\&D_{i,t-5}) * develop$, $\Delta \ln(R\&D_{i,t-6}) * develop$ (*p-reikšmės* atitinkamai: 0,0841; 0,6521; jungtinės hipotezės *p-reikšmė* 0,0657); $\Delta \ln(R\&D_{i,t-3})$, $\Delta \ln(R\&D_{i,t-4})$ (*p-reikšmės* atitinkamai: 0,7026; 0,2904; jungtinės hipotezės *p-reikšmė* 0,5667); $\Delta \ln(R\&D_{i,t-3}) * develop$, $\Delta \ln(R\&D_{i,t-4}) * develop$ (*p-reikšmės* atitinkamai: 0,8209; 0,4997; jungtinės hipotezės *p-reikšmė* 0,6802). Išsiaiškinta, kad toliau šalinti statistiškai nereikšmingų nepriklausomų kintamųjų nėra prasmės, nes nepavyktų padidinti tyrimo imties. Be to, $\Delta \ln(R\&D_{i,t-2})$ yra statistiškai reikšmingas. Akcentuotina tai, kad kiekvienu atveju, kai sumažėdavo vėlinių eilė modelyje, būdavo papildomai į modelį įtraukiami atitinkamai reikalingi laiko pseudokintamieji, t. y. $\delta_5 2007$, $\delta_6 2008$, $\delta_7 2009$, $\delta_8 2010$. Toliau pateikiamas naujasis teorinis FD darbo rinkos konjunktūros pokyčius aprašantis modelis:

$$\begin{aligned} \Delta \ln(unem_{i,t}) = & \alpha + \delta_5 2007 + \delta_6 2008 + \delta_7 2009 + \delta_8 2010 + \delta_9 2011 + \delta_{10} 2012 + \beta_1 \Delta \ln(em_{i,t}) \\ & + \beta_2 \Delta \ln(em_{i,t}) * develop + \beta_3 \Delta \ln(workpop_{i,t}) + \beta_4 \Delta \ln(workpop_{i,t}) * develop \\ & + \beta_5 \Delta \ln(gdp_{i,t}) + \beta_6 \Delta \ln(gdp_{i,t-1}) + \beta_7 \Delta \ln(gdp_{i,t-2}) + \beta_8 \Delta \ln(spben_{i,t}) \\ & + \beta_9 \Delta \ln(spben_{i,t-1}) + \beta_{10} \Delta \ln(R\&D_{i,t}) + \beta_{11} \Delta \ln(R\&D_{i,t-1}) + \beta_{12} \Delta \ln(R\&D_{i,t-2}) \\ & + \beta_{13} \Delta \ln(R\&D_{i,t}) * develop + \beta_{14} \Delta \ln(R\&D_{i,t-1}) + \beta_{15} \Delta \ln(R\&D_{i,t-2}) * develop + u_{i,t} \end{aligned}$$

Darbo rinkos konjunktūros pokyčiams analizuoti pasirenkamas FD modelis, kuris koreguotas, siekiant gauti tikslesnius rezultatus. Naujai sudaryto modelio paklaidas galima laikyti homoskedastiškomis, Vaito testo (angl. *White test*) *p*-reikšmė $0,1638 > 0,05$. Taigi, galima daryti išvadą, kad naujasis modelis yra tinkamas ekonometriniam tyrimui ir hipotezių tikrinimui.

5. Empirinio tyrimo hipotezių tikrinimas ir nepriklausomų kintamųjų interpretacija

Pirma hipotezė atmetama, nes mažiau išsivysčiusiose ir išsivysčiusiose šalyse darbo paklausos pokyčių poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra statistiškai nereikšmingas (0,144) ir teigiamas (3,556). Taip pat išsiaiškinta, kad išsivysčiusiose šalyse darbo paklausos pokyčių poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra neigiamas (–2,154; žr. 4 lentelę).

4 lentelė. Koreguoto modelio, taikant FD metodą, nepriklausomų kintamųjų poveikio mastas

<i>Kintamasis</i>	<i>Koeficientas</i>	<i>Standartinė paklaida</i>	<i>p-reikšmė</i>	
α	–0,0879785	0,0281497	0,0021	***
δ_5	0,010989	0,0289663	0,7049	
δ_6	0,0655974	0,0301493	0,0309	**
δ_7	0,255437	0,0414316	< 0,0001	***
δ_8	0,0545565	0,0387466	0,1609	
δ_9	0,0182468	0,0379127	0,6309	
δ_{10}	0,106055	0,0321546	0,0012	***
$\Delta \ln(\text{em})$	–3,3658	0,550177	< 0,0001	***
$\Delta \ln(\text{em}) * \text{develop}$	1,21147	0,824621	0,1436	
$\Delta \ln(\text{workpop})$	3,55619	0,889679	< 0,0001	***
$\Delta \ln(\text{workpop}) * \text{develop}$	2,70937	1,74525	0,1224	
$\Delta \ln(\text{gdp})$	–0,530406	0,217239	0,0156	**
$\Delta \ln(\text{gdp}_{t-1})$	0,705748	0,208505	0,0009	***
$\Delta \ln(\text{gdp}_{t-2})$	–0,0941202	0,18938	0,6198	
$\Delta \ln(\text{spben})$	0,215866	0,0454601	< 0,0001	***
$\Delta \ln(\text{spben}_{t-1})$	0,0206696	0,0454182	0,6496	
$\Delta \ln(\text{R\&D})$	0,149521	0,0998212	0,1360	
$\Delta \ln(\text{R\&D}_{t-1})$	–0,114529	0,100207	0,2546	
$\Delta \ln(\text{R\&D}_{t-2})$	0,207076	0,0876283	0,0192	**
$\Delta \ln(\text{R\&D}) * \text{develop}$	0,162594	0,23013	0,4808	
$\Delta \ln(\text{R\&D}_{t-1}) * \text{develop}$	0,0403562	0,238667	0,8659	
$\Delta \ln(\text{R\&D}_{t-2}) * \text{develop}$	–0,122094	0,24627	0,6207	

Pastaba: * reikšmingumas – 90 %; ** reikšmingumas – 95 %; *** reikšmingumas – 99 %. Paryškinti kintamieji, kurie yra statistiškai reikšmingi, kai *p*-reikšmė mažesnė 0,05.

Antra hipotezė yra atmetama, nes mažiau išsivysčiusiose ir išsivysčiusiose šalyse darbo pasiūlos pokyčių poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra teigiamas (2,709), tačiau poveikio skirtumas tarp mažiau išsivysčiusių ir išsivysčiusių šalių yra statistiškai nereikšmingas (0,1224 > 0,05). Taip pat nustatyta, kad išsivysčiusiose šalyse darbo pasiūlos pokyčių poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra teigiamas (6,266).

Apibendrinant galima daryti išvadą, kad tyrimo hipotezės buvo atmetos. Tai lemti galėjo santykinai per maža tyrimo imtis, ekonominės krizės laikotarpiu sąlygotos ekonominių rodiklių anomalijos ir pan. Suprantama, kad norint gauti tikslesnes priežastis, kurios galimai lėmė tokius tyrimo rezultatus, reikėtų atlikti išsamesnę ekonometrinę analizę. Kita vertus, pastebima, kad penki modelyje įtraukti nepriklausomi kintamieji (be sąveikų) tam tikru laikotarpiu yra statistiškai reikšmingi. Vadinas, įtrauktų nepriklausomų kintamųjų pokyčių statistiškai reikšmingas poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams yra identifikuojamas, tačiau nelyginant išsivysčiusių ir mažiau išsivysčiusių šalių.

Koreguotas FD empirinis modelis, aprašantis darbo rinkos konjunktūros pokyčius:

$$\begin{aligned} \Delta \ln(unem_{i,t}) = & -0,088 + 0,011 * 2007 + 0,066 * 2008 + 0,255 * 2009 + 0,055 * 2010 + 0,018 * 2011 + 0,106 \\ & * 2012 - 3,36\Delta \ln(em_{i,t}) + \\ & + 1,211\Delta \ln(em_{i,t}) * develop + 3,556\Delta \ln(workpop_{i,t}) + 2,709\Delta \ln(workpop_{i,t}) * develop \\ & - 0,530\Delta \ln(gdp_{i,t}) + 0,706\Delta \ln(gdp_{i,t-1}) - 0,094\Delta \ln(gdp_{i,t-2}) + 0,216\Delta \ln(spben_{i,t}) \\ & + 0,021\Delta \ln(spben_{i,t-1}) + 0,150\Delta \ln(R\&D_{i,t}) + 0,115\Delta \ln(R\&D_{i,t-1}) + 0,207\Delta \ln(R\&D_{i,t-2}) \\ & + 0,163\Delta \ln(R\&D_{i,t}) * develop + 0,040\Delta \ln(R\&D_{i,t-1}) * develop - 0,122\Delta \ln(R\&D_{i,t-2}) \\ & * develop \end{aligned}$$

Atsižvelgiant į gautus rezultatus, galima daryti tokias išvadas:

1) Analizuojant laiko pseudokintamuosius, būtina akcentuoti 2008 m. (δ_6), 2009 m. (δ_7) ir 2012 m. (δ_{10}). Lyginant 2003 m. (δ_1) ir 2008 m., 2003 m. ir 2009 m., 2003 m. ir 2012 m. pastebimi statistiškai reikšmingi bedarbių skaičiaus pokyčių skirtumai ($\Delta \ln(unem_{i,t})$), tai rodo ir darbo rinkos konjunktūros pokyčių skirtumus. Kitaip sakant, bedarbių skaičiaus pokyčiai 2008 m. buvo vidutiniškai 6,78 proc., 2009 m. – 29,10 proc., 2012 m. – 11,19 proc. didesni nei 2003 m. Tai nurodo blogėjančią darbo rinkos konjunktūros situaciją 2008 m., 2009 m. ir 2012 m., nes didesni teigiami bedarbių skaičiaus pokyčiai nurodo tai, kad didėja bedarbių skaičius darbo rinkoje, o tai susiję ir su tuo, kad nedarbo lygis tokiu atveju turi tendenciją didėti. Gauti rezultatai nurodo pasaulinės finansų krizės pradžią, kuri yra įvardijama 2008 m.

2) Užimtųjų skaičiui ($\Delta \ln(em_{i,t})$) didėjant, bedarbių skaičius ($\Delta \ln(unem_{i,t})$) mažėja, o tai rodo darbo paklausos didėjimą ir gerėjančią darbo rinkos konjunktūros situaciją. Kitaip sakant, užimtųjų skaičiui padidėjus 1 proc., bedarbių skaičius vidutiniškai sumažėja 3,37 proc. Tarp kintamųjų yra statistiškai reikšmingas ryšys. Gauta išvada neprieštarauja mokslinėje literatūroje pateikiamiems faktams apie egzistuojančią atvirkštinę priklausomybę tarp užimtųjų skaičiaus pokyčių ir bedarbių skaičiaus pokyčių. Kita vertus, statistiškai reikšmingas ryšys, lyginant išsivysčiusias ir mažias išsivysčiusias šalis, nepastebimas ($\Delta \ln(em_{i,t}) * develop$). Viena iš tolimesnių tyrimo kryptių galėtų būti susijusi su išsamesne analize apie užimtųjų ir bedarbių skaičiaus pokyčius ir jų sąsajas su darbo rinkos konjunktūra kriziniais laikotarpiais skirtingose šalyse (šiam tyrimui realizuoti reikia įvertinti duomenų prieinamumo aspektą).

3) Didėjant darbingo amžiaus gyventojų skaičiui ($\Delta \ln(workpop_{i,t})$), bedarbių skaičius ($\Delta \ln(unem_{i,t})$) didėja ir tai rodo darbo pasiūlos didėjimą ir blogėjančią darbo rinkos konjunktūros situaciją. Kitaip sakant, darbingo amžiaus gyventojų skaičiui padidėjus 1 proc., bedarbių skaičius vidutiniškai padidėja 3,56 proc. Tarp kintamųjų yra statistiškai reikšmingas ryšys. Gauta išvada neprieštarauja mokslinėje literatūroje pateikiamiems faktams apie egzistuojančią tiesioginę priklausomybę tarp darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus pokyčių ir bedarbių skaičiaus pokyčių. Kita vertus, statistiškai reikšmingas ryšys, lyginant išsivysčiusias ir mažias išsivysčiusias šalis, nepastebimas ($\Delta \ln(workpop_{i,t}) * develop$). Šiuo atveju išsiaiškinta, kad darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus teigiami pokyčiai darbo rinkoje nebūtinai turi lemti ekonominės situacijos gerėjimą. Jeigu bedarbių skaičius didėja greičiau nei darbingo amžiaus gyventojų skaičius, tai tokią situaciją galima interpretuoti, kaip neigiamą ne tik darbo rinkoje, bet ir šalies (pasaulio) ekonomikai.

4) BVP didėjant ($\Delta \ln(gdp_{i,t})$), bedarbių skaičius mažėja ($\Delta \ln(unem_{i,t})$), o tai rodo ekonominės situacijos gerėjimą bei darbo rinkos konjunktūros situacijos gerėjimą. Kitaip sakant, BVP padidėjus 1 %, bedarbių skaičius vidutiniškai sumažėja 0,53 proc. Kita vertus, praėjus vieniems metams po BVP pagerėjimo ($\Delta \ln(gdp_{i,t-1})$), poveikio kryptis tarp kintamųjų pasikeičia: BVP padidėjus 1 proc., bedarbių skaičius padidėja 0,71 proc. Manytina, kad viena iš priežasčių gali būti ekonominės krizės laikotarpis, kuris turėjo įtakos ekonominių rodiklių anomalijoms. Tarp kintamųjų tiek tais pačiais metais, tiek esant poveikiui po metų, tarp kintamųjų nustatomas statistiškai reikšmingas ryšys. Antra vertus, praėjus dvejiems metams po BVP pagerėjimo ($\Delta \ln(gdp_{i,t-2})$), bedarbių skaičius sumažėja, darbo rinkos konjunktūros situacija pagerėja, tačiau tarp kintamųjų yra statistiškai nereikšmingas ryšys. Gauta išvada prieštarauja V. Žukausko [41] teiginiui, kad tarp BVP ir nedarbo lygio (bedarbių skaičiui) egzistuoja 1,5–2 metų atsiliekantis ryšys. Šiame tyrime statistiškai reikšmingo ryšio po dviejų metų nėra pastebima. Poveikio kryptis su mokslinėje literatūroje nurodoma kryptimi nesutampa praėjus vieniems metams po BVP pokyčių. Siekiant gauti tikslesnius rezultatus apie ekonominės situacijos pokyčių poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams, reikėtų atlikti detalesnį tyrimą. Šiuo atveju būtų galima sudaryti ekonometrinių modelių, į kurių būtų įtraukta ilgesnio laikotarpio BVP ankstiniai.

5) Mažėjant socialinėms apsaugos išmokoms $\Delta \ln(spben_{i,t})$, bedarbių skaičius iškart sumažėja ($\Delta \ln(unem_{i,t})$). Tai rodo, kad darbo rinkos politikai pasikeitus (darbo rinkos lankstumo atžvilgiu), pagerėja darbo rinkos konjunktūros situacija. Kitaip sakant, socialinės apsaugos išmokoms sumažėjus 1 proc., bedarbių skaičius vidutiniškai sumažėja 0,22 proc. Šiuo atveju, socialinės apsaugos išmokų poveikis bedarbių skaičiui yra statistiškai reikšmingas. Gauti tyrimo rezultatai gali būti pritaikyti darbo rinkos politikos pokyčiams formuoti: reikėtų nustatyti optimalų socialinių apsaugos išmokų dydį gyventojams atitinkamoje šalyje, kuriam esant būtų užtikrinamas darbo rinkos saugumas, tačiau nebūtų sudarytos sąlygos manipuliuoti gaunamomis išmokomis. Praėjus vieniems metams po sumažėjusių socialinės apsaugos išmokų $\Delta \ln(spben_{i,t-1})$, bedarbių skaičius taip pat sumažėja, tačiau nepriklausomo kintamojo poveikis bedarbių skaičiui nėra statistiškai reikšmingas. Gauta išvada nesutampa su J. Rakalovič [25] teiginiu, kad politinių sprendimų poveikis darbo rinkos konjunktūros pokyčiams pastebimas praėjus vieniems metams (nepastebimas statistiškai reikšmingas poveikis). Kita vertus, poveikio kryptis (tiesioginė) sutampa su mokslinėje literatūroje nurodomais faktais. Siekiant gauti tikslesnius tyrimo rezultatus apie politinių sprendimų poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams, reikėtų atlikti detalesnį tyrimą į ekonometrinį modelį įtraukiant ilgesnio laikotarpio socialinių apsaugos išmokų ankštinių.

6) Didėjant MTTP ($\Delta \ln(R\&D_{i,t})$), bedarbių skaičius didėja ($\Delta \ln(unem_{i,t})$) iškart ir praėjus dvejiems metams, o tai rodo, kad didėjant mokslo ir technologinės pažangai, darbo rinkos konjunktūros situacija blogėja. Kitaip sakant, MTTP padidėjus 1 proc., bedarbių skaičius vidutiniškai padidėja iškart 0,15 proc., o praėjus dvejiems metams – 0,21 proc. ($\Delta \ln(R\&D_{i,t-2})$). Galimai tokia situacija yra dėl to, kad egzistuoja vėluojantis poveikis tarp kintamųjų, didėjantys emigracijos / imigracijos srautai ir pan. (tikslėnėms išvadoms išsiaiškinti, reikėtų atlikti platesnį tyrimą). Statistiškai reikšmingas poveikis tarp kintamųjų pasireiškia praėjus dvejiems metams, nors poveikio kryptis ir skiriasi nuo mokslinėje literatūroje nurodomos krypties. Be to, galima teigti, kad mokslo ir technologijų pokyčiai turi statistiškai reikšmingą poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams anksčiau nei nurodo S. Mikėnė [19] (autorė nurodo, kad poveikis pastebimas po 5–6 metų). Kita vertus, statistiškai reikšmingas ryšys, lyginant išsivysčiusias ir mažiau išsivysčiusias šalis, nepastebimas. Siekiant gauti tikslesnius tyrimo rezultatus apie mokslo ir technologinių pokyčių poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams, reikėtų atlikti detalesnį tyrimą, analizuojant ilgesnį tyrimo laikotarpį, įvertinant vėlesnį galimą mokslo ir technologijų pokyčių poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams ir pan.

Siekiant pateikti korektišką FD empirinį modelį, toliau iš modelio pašalinami statistiškai nereikšmingi kintamieji (išskyrus laiko pseudokintamuosius). *Galutinis FD empirinis modelis, aprašantis darbo rinkos konjunktūros pokyčius:*

$$\begin{aligned} \Delta \ln(unem_{i,t}) = & -0,070 + 0,003 * 2007 + 0,060 * 2008 + 0,221 * 2009 + 0,044 * 2010 + 0,020 * 2011 + 0,088 * \\ & \quad \quad \quad (0,9105) \quad \quad \quad (0,0413) \quad \quad \quad (< 0,0001) \quad \quad \quad (0,2320) \quad \quad \quad (0,5235) \\ & * 2012 - 3,057 \Delta \ln(em_{i,t}) + 3,156 \Delta \ln(workpop_{i,t}) + 3,967 \Delta \ln(workpop_{i,t}) * develop - \\ & \quad \quad \quad (0,0048) \quad \quad \quad (< 0,0001) \quad \quad \quad (0,0002) \quad \quad \quad (0,0048) \\ & - 0,488 \Delta \ln(gdp_{i,t}) + 0,567 \Delta \ln(gdp_{i,t-1}) + 0,206 \Delta \ln(spben_{i,t}) + 0,180 \Delta \ln(R\&D_{i,t-2}) \\ & \quad \quad \quad (0,0081) \quad \quad \quad (0,0007) \quad \quad \quad (< 0,0001) \quad \quad \quad (0,0230) \end{aligned}$$

Pastaba: skliausteliuose pateikiamos nepriklausomų kintamųjų *p-reikšmės*.

Kaip matoma, galutiniame FD modelyje yra septyni nepriklausomi kintamieji, kurie yra statistiškai reikšmingi ($\Delta \ln(em_{i,t})$; $\Delta \ln(workpop_{i,t})$; $\Delta \ln(workpop_{i,t}) * develop$; $\Delta \ln(gdp_{i,t})$; $\Delta \ln(gdp_{i,t-1})$; $\Delta \ln(spben_{i,t})$; $\Delta \ln(R\&D_{i,t})$) ir 2008 m., 2009 m. bei 2012 m. laiko pseudokintamieji (2007 m., 2010 m., 2011 m. laiko pseudokintamieji yra statistiškai nereikšmingi). Šiuo atveju, lyginant statistiškai reikšmingų kintamųjų įverčius su prieš tai buvusiais (žr. „Koreguotas FD empirinis modelis“), pastebima, kad nepriklausomų kintamųjų statistinis reikšmingumas nepasikeitė (išskyrus nepriklausomą kintamąjį $\Delta \ln(workpop_{i,t}) * develop$, kurį reikėtų atsargiai interpretuoti, įvardijant šį sąveikos kintamąjį kaip statistiškai reikšmingą). Lyginant koreguoto FD modelio ir galutinio FD modelio nepriklausomus kintamuosius, matosi, kad nepriklausomų kintamųjų poveikio kryptys išliko nepakitusios tik pasikeitė poveikio mastas (tam tikrais atvejais sumažėjo, o kitais – padidėjo).

Apibendrinant darbo rinkos konjunktūros analizę, galima daryti išvadą, kad vertinant darbo rinkos konjunktūros pokyčius tarp ES šalių, nepastebimi statistiškai reikšmingi skirtumai tarp išsivysčiusių ir mažiau išsivysčiusių šalių (išskyrus $\Delta \ln(workpop_{i,t}) * develop$). Dėl šios priežasties kad klasifikuoti šalis į dvi grupes pagal išsivystymo lygį, analizuojant darbo rinkos konjunktūros pokyčius, nėra prasmės, nebent klasifikavimas būtų atliekamas, remiantis kitais (papildytais) duomenimis arba kita ekonomine logika nei šiame tyrime. Kadangi tyrimo rezultatai nesutampa su ankstesniais moksliniais tyrimais, viena iš to priežasčių galėtų būti vėluojantis kai kurių nepriklausomų kintamųjų

poveikis priklausomam kintamajam. Šiuos skirtumus gali lemti skirtingi veiksnių ir tiriamo reiškinių pasirinkti matavimo rodikliai. Penkių analizuojamų veiksnių (darbo paklausos, darbo pasiūlos, ekonominės situacijos, darbo rinkos politikos, mokslo ir technologinės pažangos) pokyčiai, kurie išmatuoti mokslinė literatūra pagrįstais matavimo rodikliais, turi statistiškai reikšmingą poveikį darbo rinkos konjunktūros pokyčiams, tačiau skirtingu laikotarpiu. Bedarbių skaičiaus pokyčiams poveikis iškart pasireiškia analizuojant užimtųjų skaičiaus pokyčius, darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus pokyčius, BVP pokyčius, socialinės apsaugos išmokų pokyčius. Bedarbių skaičiaus pokyčiams poveikis po vieno metų pasireiškia nagrinėjant BVP pokyčius, o po dvejų metų – MTTP pokyčius. Atlikus ekonometrinį tyrimą ir pristačius svarbiausius rezultatus, akcentuotina tai, kad šis darbo rinkos konjunktūros vertinimą pristatantis straipsnis papildoma mokslinių tyrimų įvairovę Europos Sąjungos šalių kontekste bei yra svarbus ir Lietuvos atveju. Pažymėtina tai, kad šio tyrimo darbo rinkos konjunktūros vertinimo ES išvados skiriasi nuo ankstesniuose darbuose įprastai gaunamų rezultatų. Viena iš to priežasčių galėtų būti vėluojantis kai kurių nepriklausomų kintamųjų poveikis priklausomam kintamajam. Apibendrinant galima daryti išvadą, kad atliekamas tyrimas pasižymi naujumo ir originalumo aspektais, nagrinėjamos temos aktualumu, svarbumu ir taikomo ekonometrinio modelio atžvilgiais.

6. Išvados

Darbo rinkos konjunktūra yra suprantama, kaip darbo paklausos ir darbo pasiūlos santykis darbo rinkoje, kuris atitinkamai gali suformuoti perteklinę, deficitinę arba subalansuotą darbo rinkos konjunktūros situaciją. Perteklinės darbo rinkos formavimasis pablogina darbo rinkos konjunktūros situaciją, o deficitinės – pagerina. Analizuojant mokslinę literatūrą, pastebėta, kad darbo rinkos konjunktūrą lemiančius veiksnius, galima suskirstyti į penkias grupes: darbo paklausą, darbo pasiūlą, ekonominės situacijos pokyčius, darbo rinkos politikos pokyčius bei mokslo ir technologijų pažangą. Išsiaiškinta, kad vieni darbo rinkos konjunktūrą lemiantys veiksniai (pvz.: darbo paklausa, ekonominės situacijos pokyčiai, darbo rinkos politikos pokyčiai, mokslo ir technologijų pažanga) turi teigiamą įtaką darbo rinkos konjunktūrai, o kiti (pvz., darbo pasiūla) – neigiamą. Tyrime dėmesys yra skiriamas ir išsivysčiusių, ir mažiau išsivysčiusių šalių grupėms. Straipsnyje suformuluotos dvi hipotezės.

Tyrime pasirinkti rodikliai, kurie yra svarbūs ir yra pakankamas kiekis prieinamų statistinių duomenų. Darbo rinkos konjunktūros pokyčiai matuojami bedarbių skaičiaus (eliminavus ilgalaikius bedarbius) pokyčiais. Darbo paklausos pokyčiai matuojami užimtųjų skaičiaus pokyčiais, darbo pasiūlos pokyčiai – darbingo amžiaus gyventojų skaičiaus pokyčiais, ekonominės situacijos pokyčiai – BVP pokyčiais, darbo rinkos politika – socialinės apsaugos išmokų pokyčiais, mokslo ir technologijų pažanga – MTTP skaičiaus pokyčiais. Tyrime pateikiamas teorinis FD darbo rinkos konjunktūros pokyčius aprašantis modelis. Empiriniam tyrimui atlikti taikomas koreguotas FD modelis.

Suformuluotos dvi tyrimo hipotezės buvo atmestos. Tai galėjo lemti santykinai per maža tyrimo imtis, ekonominės krizės laikotarpiu sąlygotos ekonominių rodiklių anomalijos ir pan. Suprantama, kad norint gauti tikslesnes priežastis, kurios galimai lėmė tokius tyrimo rezultatus, reikėtų atlikti išsamesnę ekonometrinę analizę (tai galėtų būti vienas iš tyrimo tęstinumo aspektų). Kita vertus, pastebima, kad penki modelyje įtraukti nepriklausomi kintamieji (darbo paklausos, darbo pasiūlos, ekonominės situacijos, darbo rinkos politikos, mokslo ir technologinės pažangos pokyčiai be sąveikų) tam tikru laikotarpiu yra statistiškai reikšmingi.

Apibendrinant galima daryti išvadą, kad vertinant darbo rinkos konjunktūros pokyčius tarp ES šalių, nepastebimi statistiškai reikšmingi skirtumai tarp išsivysčiusių ir mažiau išsivysčiusių šalių (išskyrus $\Delta \ln(\text{workpop}_{i,t}) * \text{develop}$). Nustatyta, kad tyrimo rezultatai dažniausiai nesutampa su ankstesniais moksliniais tyrimais. Viena priežasčių galėtų būti vėluojantis kai kurių nepriklausomų kintamųjų poveikis priklausomam kintamajam. Taip pat šiuos skirtumus gali lemti skirtingi veiksnių, tiriamo reiškinių pasirinkti matavimo rodikliai.

Padėka

Autorė dėkoja anoniminiams recenzentams už naudingus patarimus ir įžvalgas.

Literatūra

1. Babecky, J., Dycszak, K. 2012: Real Wage Flexibility in the European Union: New Evidence from the Labour Cost Data, *Working paper series*. Czech: Czech National Bank, No1, p. 1–44.
2. Balvočiūtė, R. 2011: Šiaulių miesto darbo rinkos situacijos 2004–2009 m. lyginamoji analizė Lietuvos ekonominių pokyčių kontekste, *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. T. 22, Nr. 2, p. 55–67.
3. Bartlett, R., Lao, H. 2014: *Labour market assessment 2014*. Canada: Office of the parliamentary budget officer.
4. Beōkovskis, K., Stikuts, D. 2006: *Latvia's macroeconomic model*. Working paper. Latvijas Banka.
5. Carone, G., Immervoll, H., Paturot, D., Salomāki, A. 2004: Indicators of Unemployment and Low-Wage Traps: Marginal Effective Tax Rates On Employment Incomes, *OECD Social, Employment and Migration Working Papers*, No. 18, OECD Publishing.
6. Daniel-Kagbare, T. E. 2014: *A Dictionary of Economics and Commerce*. Bloomington: AuthorHouse.
7. Eurostat, (2017). Tyrimui naudoti statistiniai duomenys. [interaktyvus]. Prieiga per internetą: <<http://ec.europa.eu/eurostat>>, [žiūrėta 2017-01-18].
8. Euwals, R., Hogerbrugge, M. 2006: Explaining the Growth of Part-time Employment: Factors of Supply and Demand, *LABOUR: Review of Labour Economics & Industrial Relations*. Vol. 20, No. 3, p.533–557.
9. International Labour Office 2009: *Millennium Development Goals Employment Indicators including the full set of Decent Work Indicators*. Geneva: International Labour Organization. [interaktyvus]. Prieiga per internetą: <http://www.ilo.org/public/english/employment/download/mdg_en.pdf>, [žiūrėta 2017-03-12].
10. Jakštienė, S. 2013: Užimtumą lemiančių mikroekonominių ir makroekonominių veiksnių modelis, *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. T. 31, Nr. 3, p. 160–168.
11. Kvirkaia, M. 2013: The impact of labour market on the human resource management in Georgia, *European Scientific Journal*. Special edition. Vol. 1, p. 481–487.
12. Laskienė, D. 2009: Nedarbo lygio ir gamybos augimo ryšys: Lietuvos atvejis, *Ekonomika ir vadyba*. Nr. 14, p. 857–862.
13. Levišauskaitė, K., Samys, E. 2012: Pinigų sąjungos poveikis euro zonos šalių ekonomikai, *Taikomoji ekonomika: sisteminiai tyrimai*. T. 6, Nr. 2., p. 29–48.
14. Liptak, K. 2012: Labour market situation in central-eastern european countries – is there any hope for a better position? *Paper presented to special session C03A: Labour market – Migration, Housing and Labour Markets, Networked Cities and Regions in times of fragmentation: developing smart, sustainable and inclusive places, Annual European Conference of the Regional Studies Association*, 14th-16th May 2012, Delft, Netherlands.
15. Lydienė A., Karalevičienė J. 2013: Ciklinio ekonomikos svyravimo poveikio Šiaulių apskrities darbo rinkos rodikliams vertinimas, *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. T. 29, Nr. 1, p. 62–70.
16. Mai, Y., Peng, X. 2012: Estimating China's Rural Labor Surplus, *The Chinese Economy*. Vol. 45, No. 6, p. 38–59.
17. Martinkus, B., Beržinskienė, D. 2007: Darbo rinkos rodiklių pokyčių identifikavimas, *Taikomoji ekonomika: sisteminiai tyrimai*. Nr. 2, p. 41–48.
18. Meriküll J. 2004: Macroeconometric modelling of the Estonian economy (chapter 5), *Modelling the Economies of the Baltic Sea Region*. (ed. T. Paas, E. Tafenau). Estonia: University of Tartu, p. 138–166.
19. Mikėnė, S. 2007: Darbo organizavimo modelio pokyčių tendencijos Lietuvoje ir Europos Sąjungoje, *Socialinis darbas*. T. 1, Nr.6, p. 5–14.
20. Moskvina, J., Okunevičiūtė Neverauskienė L. 2011: *Aktyvi darbo rinkos politika: teorija ir praktika*. Monografija. Vilnius: „Technika“.
21. Nausėda, G., Budrytė, A., Tauraitė, V. 2006: Darbo našumo ir darbo užmokesčio priklausomybė: teoriniai ir praktiniai aspektai, *Lietuvos makroekonomikos apžvalga*. Nr. 26.
22. Navickas, V. 2013: *Ekonomikos konkurencingumo valdymas*. Mokslo darbų apžvalga. Vilnius: Edukologija.
23. Okunevičiūtė-Neverauskienė L., Pocius, A. 2010: Aukštąjį išsilavinimą turinčių specialistų poreikio vertinimas, *Verslas: teorija ir praktika*. T. 11, Nr. 1, p. 20–29.
24. Pocius, A. Okunevičiūtė-Neverauskienė, L. 2005. Ekonominio nuostolio dėl Lietuvos darbo rinkos pokyčių įvertinimas, *Pinigų studijos. Ekonomikos teorija ir praktika*. Nr. 1, p. 30–46.
25. Rakalovič, J. 2013: *Situacijos Lietuvos darbo rinkoje 2008 – 2012 metais analizė, vystymosi tendencijų vertinimas*. Magistro darbas. Vilnius: Mykolo Romerio universitetas. [interaktyvus]. Prieiga per internetą: <http://vddb.laba.lt/obj/LT-eLABA-0001:E.02~2013~D_20130625_181556-69765>, [žiūrėta 2017-03-12].
26. Raškiniš, D. 2008: Lietuvos darbo rinka: problemos ir galimi sprendimo būdai, *Taikomoji ekonomika: sisteminiai tyrimai*. Nr. 1, p. 55–71.
27. Reizgevičienė, R., Beržinskienė, D. 2013: Ekonominių ciklų poveikis Europos Sąjungos darbo rinkos rodikliams, *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. T. 32, Nr. 4, p. 61–72.
28. Roxana, H., Adriana, B. 2014: Labour market integration of the university of Oradea students. Explorative study, *Annals of the University of Oradea: Economic Science*. Vol. 23, No. 1, p. 473–481.
29. Rudžinskienė, R. 2008: Darbo jėgos užimtumo tendencijos Šiaulių darbo biržos pavyzdžiu, *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. T. 10, Nr. 1, p. 144–152.

30. Šimaitytė, R. 2004: Nedarbas. Jo priežastys ir pasekmės Lietuvoje. [interaktyvus]. Prieiga per internetą: <http://elibrary.lt/resursai/Konferencijos/KTU_PI/KNYGA2005%20PDF/straipsniai/Socialis/Simaityte.pdf> , [žiūrėta 2017-03-12].
31. Simanavičienė, A., Užkurytė, L. 2009: Pokyčiai darbo rinkoje ekonominio nuosmukio metu: Lietuvos atvejis, *Ekonomika ir vadyba*. Nr. 14, p. 940–946.
32. Stulgienė, A., Daunorienė, A. 2009: Migracijos poveikis darbo jėgos rinkos pusiausvyrai, *Ekonomika ir vadyba*. Nr. 14, p. 984–992.
33. Sūdžius, V., Mackevičius, V. 2003: Integruotos į ES darbo rinkos konjunktūros išskirtiniai bruožai ir tyrimo ypatumai, *Ekonomika*. Nr. 63, p. 119–127.
34. Tendziagolskytė, D., Rudzki, R. 2014: Lietuvos darbo rinkos ekonometrinis modelis, *Lietuvos statistikos darbai*. T. 53, Nr. 1, p. 40–52.
35. Upender, M., Sujan, M. 2008: Cointegration Between Labor Productivity and Wage Rates: Empirical Evidence from the Indian Industries, *The ICFAI Journal of Industrial Economics*. Vol. 5, No. 1, p. 39–50.
36. Vainienė, R. 2005: *Ekonomikos terminų žodynas*. Vilnius: Tyto alba.
37. Vetlov, I., Virbickas, E. 2006: Lietuvos darbo rinkos lankstumas, *Pinigų studijos. Ekonomikos teorija ir praktika*. Nr. 1, p. 5–22.
38. Williams, R. D. 2004: The demand for labour in the UK, *Labour Market trends*, August, p. 321–330.
39. Zhang, Y. 2011: Financial Factors and Labour Market Fluctuations. *Working Paper*. [interaktyvus]. Prieiga per internetą: <<http://www.bankofcanada.ca/wp-content/uploads/2011/05/wp11-12.pdf>>, [žiūrėta 2017-03-12].
40. Žiogelytė, L. 2010: Darbo užmokesčio pokyčio vertinimas Lietuvos darbo rinkoje, *Mokslas – Lietuvos ateitis*. T. 2, Nr. 2, p. 119–125.
41. Žukauskas, V. 2010: *Darbo rinka – ar istorija pasikartos?* [interaktyvus]. Prieiga per internetą: <<http://www.llri.lt/naujienos/ekonomine-politika/bendroji-ekonomine-politika/v-zukauskas-darbo-rinka-ar-istorija-pasikartos/vytautas-zukauskas>>, [žiūrėta 2017-03-12].

THE ASSESSMENT OF THE CONJUNCTURE OF LABOUR MARKET IN THE EUROPEAN UNION COUNTRIES

Viktorija Tauraitė

Abstract. The aim of this article is to find out the factors that influence the conjuncture of labour market in the European Union countries. The aspect of the developed and developing countries is also important in this econometric analysis. The conception of the conjuncture of labour market is described in this article. Moreover, the factors and measuring indicators of these factors are presented in this analysis, too. The first difference (FD) model is used for econometric analysis of the conjuncture of labour market in the European Union countries. Two hypotheses are formulated in this article, but both are rejected.

Keywords: conjuncture of labour market, labour market demand, labour market supply, first difference model, European Union countries.

NELSON-SIEGEL MODEL APPROACH TO THE EURO AREA YIELD CURVES

Akvilė Mazanauskaitė

Vilnius University, Faculty of Mathematics and Informatics.
Address: 24 Naugarduko Street, Vilnius, 03225, Lithuania.

E-mail: akvilma@gmail.com

Received: June 2017 Revised: November 2017 Published: December 2016

Abstract. In this paper Nelson-Siegel model has been examined. The main purpose of this paper is to fit the best Nelson-Siegel model to the Euro Area yield curves and to compare with Lithuanian yields in order to draw conclusions about readiness of Lithuania to join the Euro Area. In order to succeed in achieving the goal, Euro Area zero coupon bonds have been examined and various static Nelson-Siegel models were developed. Also, the mean of absolute error of the Lithuanian government treasury bills was calculated using the best-fitting Nelson-Siegel model of the Euro Area yields. The results have shown that if the static model is calculated for each year, the yield are described precisely in the model.

Key words : spot rate, forward rate, zero coupon yield curve, Euro Area, Nelson-Siegel model.

1. Introduction

Due to a very low risk of country bankruptcy, the investment in government bonds and treasury bills are one of the safest ways to get positive interests. One of the most profitable ways to invest in government bonds and treasury bills is investment in zero coupon bonds. These are long term bonds, in which interest is paid just one time during the bonds period.

In the present economy there is a large need to have a quick and simple way to be in charge of a large amount of information and forecast future investments, such as share and bonds ratio, interest rates, changes in unemployment and a lot of other processes. Yield curves, that graphically show us the relationship between yield and maturity, are one of the simplest ways to abstract the financial market and to analyse different risks. The innovators who fulfilled this expectation were Charles R. Nelson and Andrew F. Siegel. They have created a model¹, that includes few variables, but has good prognoses and characteristics about yields having information on maturity.

For the large part of world economists the yield curves are widely researched. This fact encourages us to examine the Nelson-Siegel model fitted to the Euro Area more in depth. Lithuania became a member of the European Union on May 1, 2004. Since then it took more than 10 years to become a part of the united currency area. One of the main purposes of the current paper is to evaluate whether the Lithuanian yield curve shape has had an impact on joining the Euro Area.

Another purpose of this paper is to find the best Euro Area discount interest rate, corresponding to the fitted Nelson-Siegel model, and to evaluate Lithuanian interest rates, to compare them with the Euro Area, and determine the past preparation to enter the Euro Area in 2007 or 2015.

In the first section of the paper, a theoretical background of the topic concerned is presented. It was used as the basis on which a further research was performed. Available empirical data are presented in the second section. In its subsection, the total static and yearly static Nelson-Siegel models as well as their curves are presented, and the Lithuanian absolute mean error of the best fitting model is given. Finally, in the last part of the paper, conclusions are presented.

2. Nelson-Siegel model

2.1. Static model

In 1977, Milton Friedman [2] acknowledged the usefulness of a simple model by modelling an interest rate curve. He has noticed that, using the statistical density function, the analysis process becomes

¹Nelson-Siegel model was published in 1987 in "The Journal of business" Vol 60, Issue 4

much more effective when all the structural income conditions are described by a few simple parameters. M. Friedman has also observed that it is useful to analyse the density function using a long-term interest rate structure.

While modelling yield curves using yield/maturity data, a novel idea of David Durand [1] offered to approximate the present value function by a piecewise polynomial spline fitted to price data. Gary Shea [5] has noted that the resulting estimate of the function had sudden changes at the beginning and ending of the maturity range. Hence, this model is not valid when attempting to model curves outside the acquired sample data. In 1982, Vasicek and Fong [7] offered an alternative way of modelling interest rates: to use exponential curves instead of polynomial ones as the former need a lesser amount of parameters.

The future stock price can be expressed via current price and yields in the differential equation form. For example, if $r(m)$ denotes stock selling price at the selling time m and is a solution of the second order differential equation with real and not equal roots, the result would be as follows:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau_1}\right) + \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau_2}\right), \quad (1)$$

where τ_1 and τ_2 are the time constants that describe when the first and second hump appear, respectively, in the monotonic curve, whereas β_1 and β_2 are defined by primary conditions and have the asymptote β_0 . For the last day of payment the yield curve is a selling price mean calculated as follows:

$$R(m) = \frac{1}{m} \int_0^m r(x) dx. \quad (2)$$

It keeps the same shape as it is seen in zero-coupon bond model (1).

While applying this model to treasury bill yields, it has been noticed that quite often, for different values of τ_1 and τ_2 , respective fitted values of β 's are approximately the same. So the model could be simplified using one range τ instead of two.

While generating an equal-range curves, much simpler model is as follows:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_2 \frac{m}{\tau} \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right). \quad (3)$$

This model can be treated as an approximation of the original model, where the differential order is increased even when the roots are not equal. The last model allows us to summarize the functions of a higher level. While dealing with a yield curve as a function of the selling day for the equal roots, we need to integrate equation (3) from 0 to m and divide by m (see (2)):

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left[1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right] \frac{\tau}{m} - \beta_2 \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right). \quad (4)$$

If m approaches the infinity, then the function becomes equal to β_0 , however if m goes to 0, then the function becomes $\beta_0 + \beta_1$.

The curve can acquire many shapes: sinusoidal, cubic, piecewise and monotonic. The main hypothesis is that there is a relationship between maturity without any additional variables involved. Another way to make sure that curves are flexible in the second stage models is to divide the curve into three components: the short-term curve $\psi_1(m) = e^{-m}$, the middle-term curve $\psi_2(m) = me^{-m}$, and the long-term curve $\psi_3(m) \equiv 1$ (see Fig. 1)².

²The picture is taken from [4].

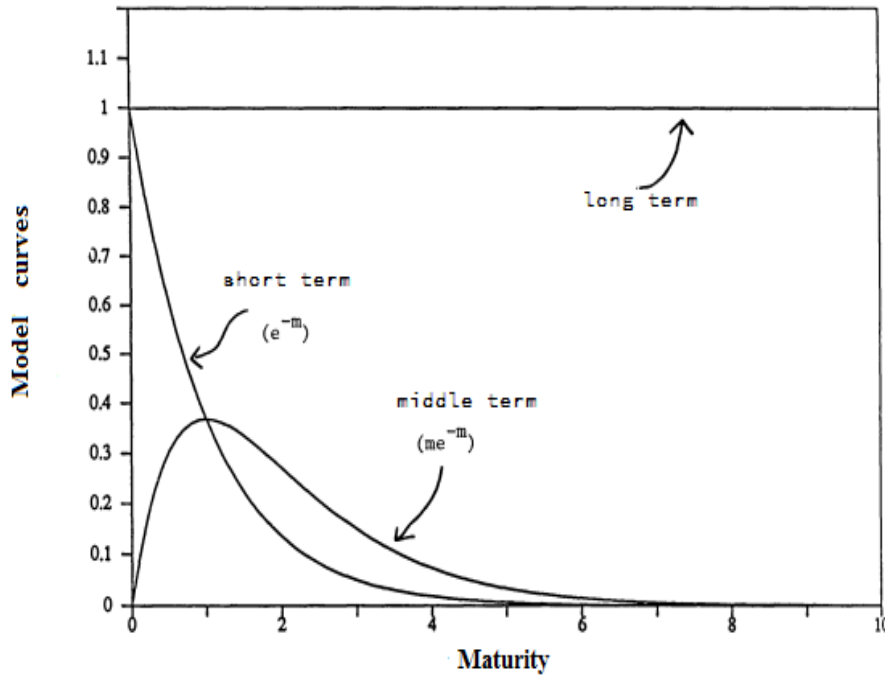


Figure 1: Components of the yield curve

The middle-term curve is the only one which starts at zero and approaches zero, while the short-term curve monotonically approaches zero.

2.2. Dynamic model

In 2006, Diebold and Li [6] proposed the dynamic version of the Nelson-Siegel model. First of all, they changed the interpretation of coefficients and introduced new indicators: l_t indicates a level, s_t is a slope, and c_t indicates curvature at the time period t . They have also noticed that since the model itself is dependent on time, the same factors can define the time. The model is as follows (cf. (4)):

$$R_t(m) = l_t + s_t \frac{1 - e^{-\lambda_t m}}{\lambda_t m} + c_t \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t m}}{\lambda_t m} - e^{-\lambda_t m} \right). \quad (5)$$

The parameter $\lambda = \lambda_t$ gives our model non-linearity and that is why Nelson and Siegel declined this parameter, so that they could evaluate the coefficients in a simpler way, using the ordinary least squares method. However, Diebold and Li [6] offered to evaluate these coefficients in two steps: 1) to calculate the value of parameter λ ; 2) to evaluate parameters l_t, s_t, c_t by vector autoregression (VAR) model or using another similar form.

2.3. Evaluation of the model

In order to evaluate the Nelson-Siegel model first of all prognostic properties of the model are taken into account. It is important for the model to be as specific as possible when describing and depicting the true yield, i.e. the errors of the model should be minimal. When a proper parameter λ is acquired, the model errors are minimal and R^2 is quite high. Prognostic features of the model only slightly depend on correlations between regressors in (5).

2.4. Maastricht criteria and the Nelson-Siegel model

Maastricht criteria are criteria according to which it is determined when European Union (EU) nations can enter the third European Economic and money union (EMU) stage and change the local currency

to euro. Four main criteria are dictated by the EU contract 121 (1) article. The purpose of these criteria is to keep the prices in Euro zone stable when new members of EU enter this zone and adapt the euro currency.

Maastricht criteria:

- inflation cannot exceed more than 1,5 percentile of three EU nations whose inflation rate is the lowest one in relation to the inflation mean;
- the common country budget's deficit cannot exceed 3 % GDP;
- the country's debt cannot exceed 60 % GDP;
- the long-term interest rate cannot be more than that of 3 EU countries in which the inflation rate is lowest, and the last year's long-term interest rate mean more than 2 percentage points;
- the national currency of the country must be stable and at least for two years it cannot cross the required fluctuation boundaries (EU country has to participate in the Currency Exchange mechanism (CEM) II at least for two years, where the allowed currency rate fluctuation boundaries are $\pm 15\%$.

Lithuania joined ECM II in 2004 while committing itself to hold the fixed currency rate regimen as well as litas and the euro currency rate without any fluctuations.

Interest rate depicts all of the given criteria because using it investors can estimate the risk that depends on these criteria. Therefore, this paper will not analyse certain criteria such as inflation, county's debt, and budget deficit. As far as Lithuania's readiness to introduce the euro currency is concerned, the interest rate evaluated using the fitted Nelson-Siegel model will be taken as the criterion.

3. Euro Area yield curves

The Central bank of Europe is regularly collecting data about the Eurozone interest rate of obligation. Each day, at 12 am in the Central Europe time zone data are transmitted to the data base of the Central bank of Europe. We shall attempt to analyse the obligations, for which the interest is paid when redemption is due to maturity. The data set taken from Eurostat data base covers the period from September 9, 2004 to May 5, 2017. All obligations have maturities from 1 to 30 years.

3.1. Static model

Under the assumption that the curve shape is unaffected by time, the model is static. It is defined by the following formula:

$$R(h) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\lambda h}}{\lambda h} + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda h}}{\lambda h} - e^{-\lambda h} \right). \quad (6)$$

In the data set taken from Eurostat, the maturity h and yield of obligation are presented, thus the only parameter λ is missing. Equation (6) is nonlinear in λ , therefore it cannot be evaluated using the ordinary least squares method.

In 1987, Nelson and Siegel [4] offered to fix λ since, in such a case, the equation acquires linear shape and allows the evaluation using a simple ordinary least squares method. In 2006, Diebold and Li [6] noticed that more accurate estimates could be obtained if the equation were analysed in a two steps. Firstly, the best value of λ should be determined and later the coefficients would be evaluated using VAR model or in a similar way.

In this paper, we use the method offered by Nelson and Siegel:

- Values of λ are randomly generated from the interval (0,1), 50 values in total.

- For the each value of λ , two auxiliary variables (functions of the maturity h) are created (cf. (6)):

$$a = a_\lambda(h) = \frac{1 - e^{-\lambda h}}{\lambda h},$$

$$b = b_\lambda(h) = \frac{1 - e^{-\lambda h}}{\lambda h} - e^{-\lambda h}.$$

Then the optimal value of λ is chosen using the ordinary least squares method while searching for the least error approximation of the available data by a linear combination of a and b .

Thus, for the each of 50 λ values, the model

$$R(h) = \beta_0 + \beta_1 a_\lambda(h) + \beta_2 b_\lambda(h) \quad (7)$$

is fitted to the Eurostat data for the redemption durations (maturities) h ranging from 1 to 30 years. The resulting mean absolute errors are depicted in Fig. 2.

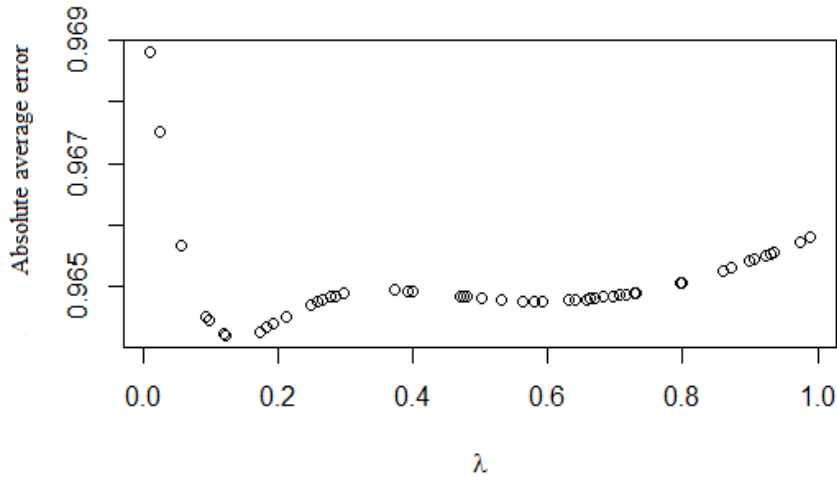


Figure 2: Mean absolute errors of fitted model (7) for different values of λ

It is seen that the errors of the model are high reaching nearly up to 1. The least mean absolute error was obtained in the 50th model with $\lambda = 0.121$:

$$R(h) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-0.121h}}{0.121h} + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-0.121h}}{0.121h} - e^{-0.121h} \right). \quad (8)$$

The least squares estimates of the parameters of the model are given in Table 1, its root-mean-square error $RMSE = 1.189$, $R^2 = 0.2565$.

	β_0	β_1	β_2
Coefficient	3.901	2.811	3.236
Standard Error	0.036	0.029	0.096

Table 1: Regression coefficients of the static model

All the parameters are significant. According to R^2 , the fitted model explains only 26% of the response variance. Therefore one can suspect that such a result is due to variability of the model parameters in time and thus the model is not applicable for a long period.

To check whether it is true, three models were created for the data of the September 9, 2004, December 22, 2010, and May 5, 2017, respectively. The parameter estimates and their standard errors of these models are shown in Table 2. The standard errors are given in parentheses.

Day	β_0	β_1	β_2	R^2
2004-09-06	5.27 (0.02)	-3.30 (0.04)	3.30 (0.04)	1.00
2010-12-22	5.60 (0.05)	-4.58 (0.09)	4.58 (0.09)	0.9969
2017-05-05	1.82 (0.07)	-2.83 (0.11)	2.83 (0.11)	1.00

Table 2: Parameter estimates and their standard errors (in parentheses) of model (8) for the daily data

A graphical illustration of the results is presented in Fig. 3–5.

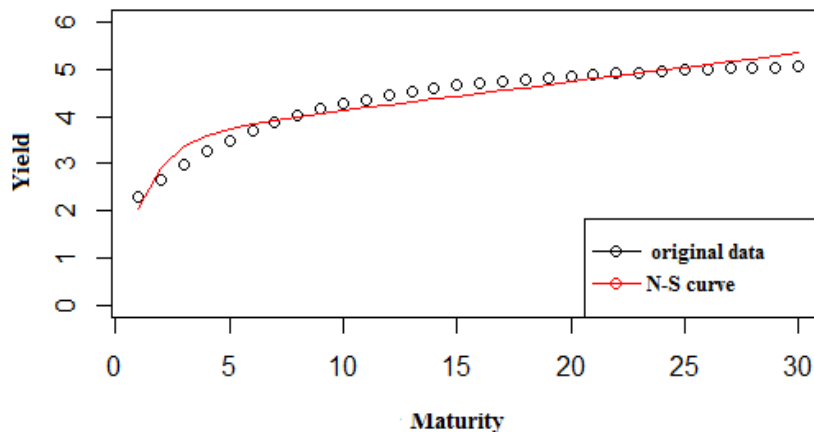


Figure 3: Daily static NS model (2004-09-06)

The results suggest that model (8) can describe the observed yields quite accurately. There are, however, great fluctuations in the model parameters between different periods. It confirms that the static model is not suitable when trying to forecast yield in the long term. Hence, the analysis of the every year static model will be looked further, where the optimal values of λ are searched for each year separately.

3.2. Yearly static models

The data covers 14 years. For each year, a separate model have been developed in the same way as for the whole period. The most relevant values of λ and the respective fitted model parameters are given in Table 3.

Notice that, for all fitted models, R^2 is much higher than 50%. Consequently, yield curve predictions based on the yearly-fitted models are much better than yield curve predictions using the model fitted to the whole data. Also note that, for the years 2004, 2015 and 2016, the values of λ are close to zero. This suggests that some of the years should be split more densely.

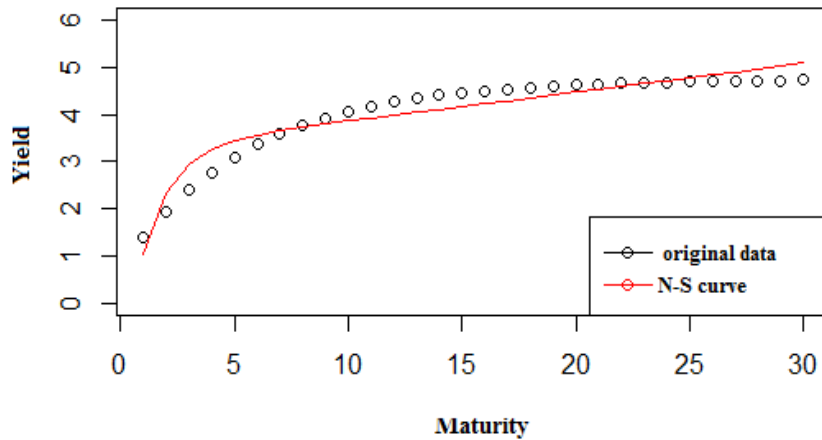


Figure 4: Daily static NS model (2010-12-22)

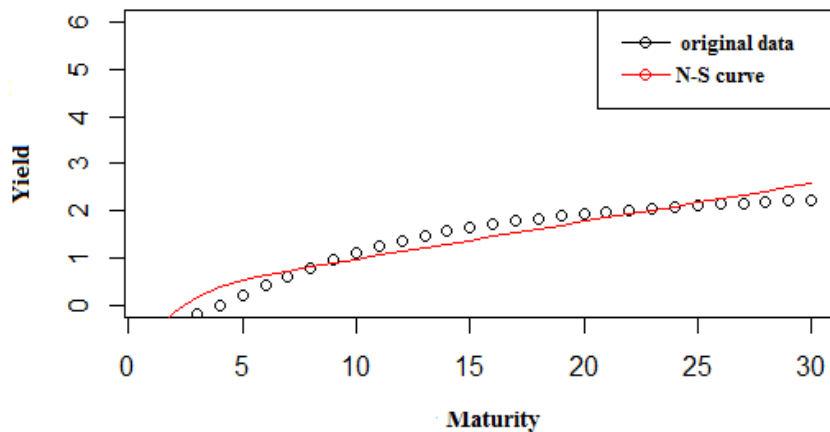


Figure 5: Daily static NS model (2017-05-05)

The smaller values of R^2 in 2006 and 2007 are related to greater changes in the data. In 2006 the slope of the yield curve has changed. The slope is represented by the parameter β_1 . In 2007 the curvature of the curve also changed. The curvature is under control of the parameter λ .

Therefore, if we wish to obtain more accurate results, the fluctuation in parameters β_0 , β_1 , β_2 should be allowed. One of the ways to do so is to model them as an autoregressive process. However, using fixated parameters, it is possible to get rather good estimates for periods during which there are no significant changes in the curve shapes, e.g. in 2009. The fitted Nelson-Siegel curves of 2006, 2007 and 2009 years are presented in Fig. 6, 7 and 8, respectively.

3.3. Comparison with Lithuania's yield curves

After analysing the general Euro Area yield curves, there arose a need to compare how Lithuania's looks in the general Eurozone context. Lithuania has not entered the Eurozone directly after joining

Year	λ	β_0	β_1	β_2	R^2
2004	0.01	24.79 (0.19)	-22.63 (0.20)	22.63 (0.20)	0.93
2005	0.99	2.84 (0.01)	-2.15 (0.05)	2.19 (0.05)	0.81
2006	0.99	3.52(0.01)	-0.91 (0.04)	0.93 (0.04)	0.53
2007	0.28	4.14 (0.01)	-0.23 (0.02)	0.23 (0.02)	0.44
2008	0.28	4.17 (0.01)	-0.87 (0.03)	0.88 (0.03)	0.60
2009	0.18	4.94 (0.01)	-4.75 (0.02)	4.75 (0.02)	0.97
2010	0.99	2.77 (0.01)	-6.04 (0.08)	6.11 (0.08)	0.78
2011	0.19	4.61 (0.01)	-3.26 (0.02)	3.26 (0.02)	0.92
2012	0.12	4.98 (0.02)	-4.24 (0.03)	4.24 (0.03)	0.89
2013	0.37	2.43 (0.01)	-3.24 (0.02)	3.26 (0.02)	0.85
2014	0.29	1.55 (0.02)	-2.32 (0.04)	2.34 (0.04)	0.81
2015	0.01	20.31 (0.17)	-20.74 (0.18)	20.74 (0.18)	0.86
2016	0.01	17.91 (0.15)	-18.61 (0.16)	18.60 (0.16)	0.88
2017	0.01	23.85 (0.11)	-24.65 (0.12)	24.65 (0.12)	0.98

Table 3: The parameter estimates of the fitted yearly models

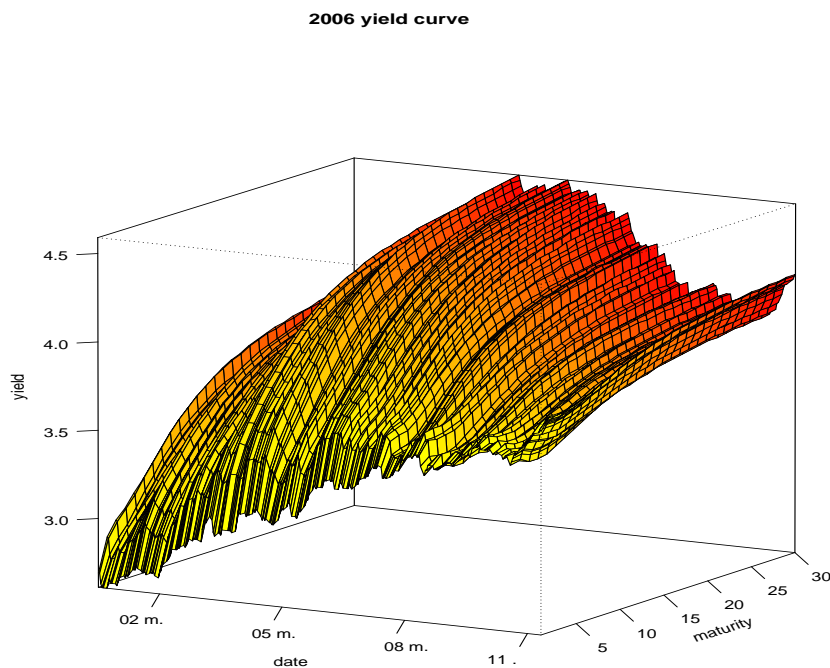


Figure 6: Nelson-Siegel model of 2006

the European Union, thus it is interesting to compare how much Lithuanian yield curve differs from the Euro Area yield curve during the whole period.

Since the duration of the Euro Area yield ranges from one to thirty years, while Lithuania's obligation duration varies a lot (from 10 months to 11 years), the possible yield of the Euro Area is calculated according to Lithuania's obligation durations. Later on, Lithuania's yield deviations are calculated when considering the Eurozone yield. The deviations from the curve are shown in Fig. 9.

The mean absolute error of Lithuania's yield with respect to the Eurozone curve reaches up to

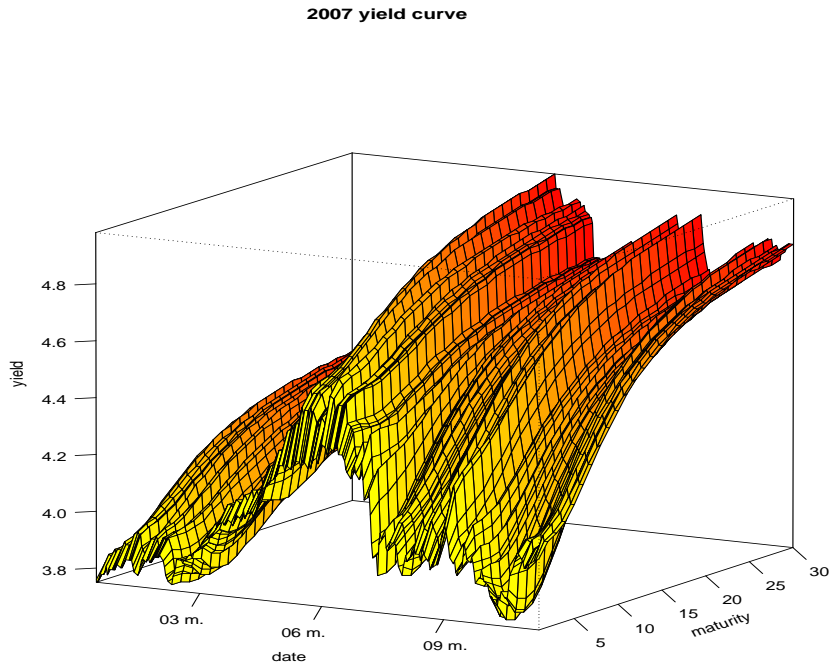


Figure 7: Nelson-Siegel model of 2007

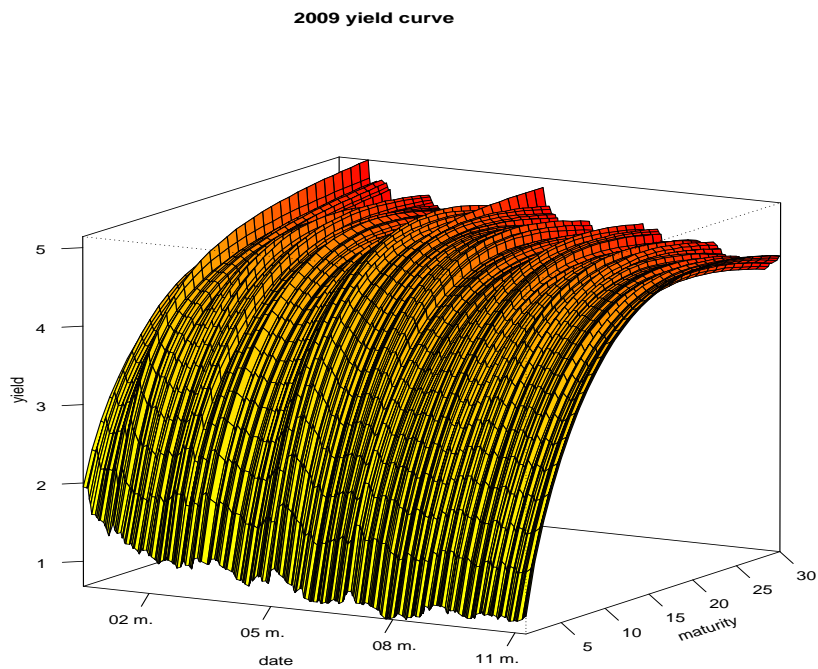


Figure 8: Nelson-Siegel model of 2009

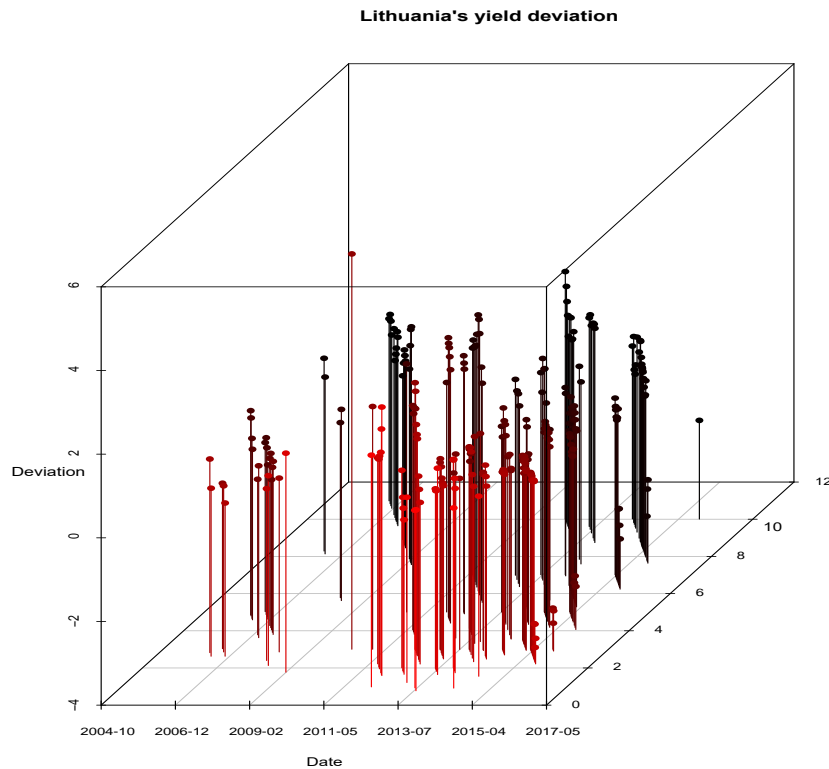


Figure 9: Lithuania's yield curve deviation from the Euro Area curve presented in 3D

0.78% during the whole period. Lithuania's yield was closest to that of the Euro Area around the year of 2006, however, it began to grow after half an year passed. Before 2013 Lithuania's yield went back to the total Eurozone yield curve and until this year it was relatively close.

From the graphical data view it cannot be expected, that in 2007 Lithuania was not ready to introduce the euro currency. However, in the years 2008 - 2013, one can notice the growth of yield above the average of the Eurozone. This result is the one that implies it was still too early for Lithuania to acquire euro in the year 2007. However, in the year 2015 when euro was finally introduced, Lithuania's yield dropped which identifies Lithuania as a reliable borrower for investors. Summing up everything, in the year 2015 Lithuania was ready to introduce the euro currency.

4. Concluding remarks

In the present paper we attempt to analyse zero coupon bond yield curves of the Euro Area and try to identify which Nelson-Siegel model would be best to describe yield curves.

After fitting the Nelson-Siegel model to the Eurozone yield our main purpose was to evaluate Lithuania's yield curve differences from that of the Eurozone and to examine the readiness of Lithuania to introduce the euro in the years 2007 and 2015.

After making the analysis, it has been found that the static Nelson-Siegel model fits quite well in describing yield curves when the model parameters including λ are fitted for each year separately. The same λ could be used for several years in turn, yet sometimes it varies more frequently. It depends on how rapidly the curve curvature is changing.

Lithuania was not ready to introduce euro in 2007 because this year Lithuania's yield peaked rapidly. However, in 2015 Lithuania was already quite ready to enter the Eurozone. This is due to the stability of Lithuania's yield in the period from mid-year of 2014 to 2016. Lithuania's yield was held stable around the Eurozone average which identifies Lithuania as a reliable investment object for the investors.

References

- [1] Durand, D. 1942: *Basic Yields of Corporate Bonds 1900-1942*, NBER. Retrieved 8 May 2017, from <http://nber.org/books/dura42-1>
- [2] Friedman, M. 1977: Time perspective in demand for money, unpublished paper.
- [3] McCulloch, J. H. 2017: *Measurements the term structure of interest rates*. Retrieved 8 May 2017, from <http://www.econ.ohio-state.edu/jhm/papers/MTTSOIR.pdf>
- [4] Nelson, Ch. R., Siegel, A. F. 1987: Parsimonious Modelling of Yield Curves. *Journal of business*, 60(4), p. 473-489.
- [5] Shea, G. S. 1985: Interest Rate Term Structure Estimation with Exponential Splines: A Note. *Journal of finance*, 40(1), p. 319-325.
- [6] Diebold, F.X., Li, C. 2006: Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130, p. 337-364.
- [7] Vasicek, O. A., Fong, H. G. 1982: Term structure modeling using exponential splines. *Journal of finance*, 37(2), p. 339-348.
- [8] *Official site of Ministry of Finance of the Republic of Lithuania*. Retrieved 8 May 2017, from <http://www.euro.lt/lt/apie-eura/mastrichto-kriterijai>

NELSON-SIEGEL MODELIO PRITAIKYMAS EURO ZONOS PALŪKANŲ KREIVĖMS

Akvilė Mazanauskaitė

Santrauka. Darbe nagrinėjamas Nelson-Siegel palūkanų kreivės modelis. Šio darbo tikslas – parinkti geriausią Nelson-Siegel modelį euro zonai, palyginti Lietuvos palūkanų normas su sumodeliuotomis euro zonos palūkanų normomis ir tuo vadovaujantis, įvertinti Lietuvos pasirengimą įstoti į euro zoną 2007 ir 2015 m. Remiantis euro zonos nulinės atkarpos obligacijų palūkanų normų 2004–2017 m. duomenimis buvo sudaryti statiniai modeliai: viso laikotarpio ir kiekvieniems metams atskirai. Naudojantis parinktu geriausiu euro zonos palūkanų normų modeliu buvo apskaičiuotos vidutinės absoliučios Lietuvos palūkanų normų paklaidos. Gauti rezultatai rodo, kad statinis Nelson-Siegel modelis gana tiksliai aprašo palūkanų normas, jeigu jis sudaromas kiekvieniems metams atskirai.

Reikšminiai žodžiai: trumpalaikė palūkanų norma, ilgalaikė palūkanų norma, nulinės atkarpos pajamingumo kreivė, euro zona, Nelson-Siegel modelis.

OPTIMAL DESIGNS FOR THE RESTRICTED MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATORS IN A RANDOM SPLIT-PLOT MODEL

Oluwole Nuga¹, G.N. Amahia², Fatai Salami¹

¹Dept. of Physical Sciences, Bells University of Technology, Nigeria.

²Dept. of Statistics, University of Ibadan, Nigeria.

E-mail: ¹oluwoleluga1@gmail.com, ²gnamahia@@ui.edu.ng.

Received: August 2017

Revised: September 2017

Published: December 2017

Abstract. The design effect for the restricted maximum likelihood estimators of variance components in a completely randomized split-plot model is studied. The model was used to represent the response generated from an experimental scenario where the whole-plot and split-plot factors are random. The work generated groups of balanced designs from same number of experimental runs and compared them for optimality using the derived Fisher Information matrix of the restricted maximum likelihood (REML) estimators. The measure for optimality is the D-optimality criterion; the resulting optimal designs depend on the relative magnitudes of the true values of the variance components. The results show that when the factor variances are larger than the error variances, designs where the absolute difference between the number of whole-plots and the number of levels of the split-plot factor is relatively small show substantial gain in statistical efficiency over other designs.

Keywords: Whole-plot, Split-plot, asymptotic covariance, variance components, optimality criteria.

1. Introduction

The importance of split-plot designs in industrial experiments has been long recognized. This is because it's typically infeasible to perform a complete randomization of experimental runs. Split-plot designs are used if one or more experimental factor is hard to change and the other experimental factors are easy to change. These factors are distinguished by the ease in which they can be changed from one experimental run to the other: Box *et al* (2005) described an experiment to study the corrosion resistance of steel bars treated with four coatings at three furnace temperatures. Furnace temperature is the hard-to-change factor because of the time it takes to reset the furnace and reach a new equilibrium temperature. Many works in literature for designing split-plot experiments assume fixed experimental factor effects. Bingham and Sitter (2001) use a split-plot model for experiments in the wood industry. Goos and Vandebroek (2001) computed D-optimal split-plot designs for an autonomously determined number and size of whole-plot. Goos and Vandebroek (2003) later extended the work by developing an algorithm to construct D-optimal designs for the number and size of whole-plot. Goos and Donev (2007) presented an algorithmic approach to construct tailor made split-plot experiments without having to specify a candidate set. The results of these works cannot be applied to situations where the levels of one or more experimental factors are random variables.

This article is devoted to obtaining an optimal design for a balanced completely randomized split-plot experiment with random whole-plot and split-plot factors where the ANOVA sums of squares are orthogonal. The main aim is to allocate experimental resources for a fixed number of runs. Consider an experiment to study the variation in the intensity of radiation from a furnace at different temperatures and locations. Because of the time it would take to reset the furnace temperature for each run, the hard to change factor or the whole-plot factor is temperature and the easy to change factor or the split-plot factor is location. The levels of temperature and the locations were randomly chosen from well-defined ranges and the sizes of their variances indicate variability in the intensity of radiation across locations and temperature. In the next section we describe the split-plot model used to represent response from the experiments, the variance structure and the steps to derive the fisher information matrix of the restricted maximum likelihood (REML) estimators of variance components accordingly. In section 3 we describe the procedure that will enable us generate the design space, we also present the computer algorithm written in the context of the described methodology. In section 4

generated designs are compared for D-optimality with the aid of the written computer algorithm using selected configurations. Conclusions are presented in section 5.

2. Split-plot model

The model equation for the split-plot design with one whole-plot factor (Factor A) and one split-plot factor (Factor B) can be written as

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \gamma_{ik} + e_{ijk}, \quad (1)$$

$$j = 1, 2, \dots, b, \quad k = 1, 2, \dots, r_i.$$

Here

$a =$ the number of levels of the whole-plot factor,

$b =$ the number of levels of the split-plot factor,

$r_i =$ the number of whole-plot within each level of the whole-plot factor A,

$$R = \sum_{i=1}^a r_i, \quad R = \text{total number of whole-plots},$$

y_{ijk} is the response at the k^{th} replicate of the i^{th} level of the random factor A and the j^{th} level of the random factor B, μ is the general mean, α_i is the effect of the i^{th} level of random factor A, β_j is the effect of the j^{th} level of random factor B, $(\alpha\beta)_{ij}$ is the random interaction effect of the i^{th} level of factor A and the j^{th} level of factor B, γ_{ik} is the error term of the k^{th} replicate of the i^{th} level of factor A (Whole-Plot error term), e_{ijk} is the error term corresponding to individual y_{ijk} (Split-Plot error term).

2.1. Matrix Formulation of the Random Effects Model

In matrix notations, the full random model can be written as

$$Y1_N = \mu 1_N + Z_0 e + Z_1 \gamma_{ik} + Z_2 (\alpha\beta)_{ij} + Z_3 \beta_j + Z_4 \alpha_i, \quad (2)$$

Y is a vector of N observations, $\mu 1_N$ is a vector of means, the Z 's are indicator matrix associated with individual random effects and the two error terms. The Z 's are matrices of 0 and 1, Z_4 is a $N \times a$ matrix, Z_3 is a $N \times b$ matrix, Z_2 is a $N \times ab$ matrix, Z_1 is a $N \times R$ matrix, Z_0 is an identity of order N . It is assumed that

$$E(\alpha_i) = 0, \quad E(\beta_j) = 0, \quad E(\alpha\beta)_{ij} = 0, \quad E(\gamma_{ik}) = 0, \quad E(e) = 0,$$

$$\text{cov}(\alpha_i) = \sigma_\alpha^2 I_a, \quad \text{cov}(\beta_j) = \sigma_\beta^2 I_b, \quad \text{cov}(\alpha\beta)_{ij} = \sigma_{\alpha\beta}^2 I_{ab}, \quad \text{cov}(\gamma_{ik}) = \sigma_\gamma^2 I_R, \quad \text{cov}(e) = \sigma_e^2 I_N.$$

The random effects are assumed to be mutually and completely uncorrelated i.e.

$$\text{cov}(\alpha_i \beta_j) = 0_{a \times b}, \quad \text{cov}(\alpha_i \gamma_{ik}) = 0_{a \times R} \text{ etc.}$$

Under these assumptions, the variance covariance matrix of the observation $\text{var}(y)$ can be written as

$$V = \sigma_e^2 I_N + \sigma_\gamma^2 Z_1 Z_1' + \sigma_{\alpha\beta}^2 Z_2 Z_2' + \sigma_\beta^2 Z_3 Z_3' + \sigma_\alpha^2 Z_4 Z_4', \quad (3)$$

The structure of the covariance matrix depends on the design.

The inverse of V can be obtained by following the general procedure given by Searle (1979). The general form for V given by Searle (1979) is

$$V = \sum_{i,j,k,l=0}^1 \phi_{ijkl} (J_a^i \otimes J_b^j \otimes J_r^k \otimes J_n^l), \quad (4)$$

The inverse is

$$V^{-1} = \sum_{i,j,k,l=0}^1 \tau_{ijkl} (J_a^i \otimes J_b^j \otimes J_r^k \otimes J_n^l), \quad (5)$$

Following the procedure, (5) is obtained explicitly as

$$V^{-1} = (I_a \otimes J_b \otimes J_r \otimes J_n)\tau_{0111} + (J_a \otimes I_b \otimes J_r \otimes J_n)\tau_{1011} + (I_a \otimes I_b \otimes J_r \otimes J_n)\tau_{0011} \\ + (I_a \otimes J_b \otimes I_r \otimes J_n)\tau_{0101} + (I_a \otimes I_b \otimes I_r \otimes I_n)\tau_{0000} + (J_a \otimes J_b \otimes J_r \otimes J_n)\tau_{1111}, \quad (6)$$

where

J_a : matrix of order 'a' with all element unity,

I_a : Identity matrix of order 'a',

$$\tau_{0000} = \frac{1}{\theta_0}, \tau_{0011} = \frac{1}{rn} \left[\frac{1}{\theta_2} - \frac{1}{\theta_0} \right], \tau_{0101} = \frac{1}{bn} \left[\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_0} \right], \tau_{0111} = \frac{1}{brn} \left[\frac{1}{\theta_0} - \frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_2} - \frac{1}{\theta_4} \right], \\ \tau_{1011} = \frac{1}{arn} \left[\frac{1}{\theta_3} - \frac{1}{\theta_1} \right], \tau_{1111} = \frac{1}{abrn} \left[\frac{1}{\theta_2} - \frac{1}{\theta_3} - \frac{1}{\theta_4} - \frac{1}{\theta_5} \right].$$

Simplifying (5) by joining similar terms and carrying out the Kronecker product results in

$$V^{-1} = (I_a \otimes I_b \otimes I_r \otimes C_n)\theta_0^{-1} + (I_a \otimes \bar{J}_b \otimes C_r \otimes \bar{J}_n)\theta_1^{-1} + (C_a \otimes C_b \otimes \bar{J}_r \otimes \bar{J}_n)\theta_2^{-1} \\ + (\bar{J}_a \otimes C_b \otimes \bar{J}_r \otimes \bar{J}_n)\theta_3^{-1} + (C_a \otimes \bar{J}_b \otimes \bar{J}_r \otimes \bar{J}_n)\theta_4^{-1} + (\bar{J}_a \otimes \bar{J}_b \otimes \bar{J}_r \otimes \bar{J}_n)\theta_5^{-1} \quad (7)$$

Where centering matrix $C_a = I_a - \bar{J}_a$, $\bar{J}_a = \frac{1}{a}J_a$.

$$\theta_0 = \sigma_e^2, \theta_1 = \sigma_e^2 + bn\sigma_\gamma^2, \theta_2 = \sigma_e^2 + rn\sigma_{\alpha\beta}^2, \theta_3 = \sigma_e^2 + rn\sigma_{\alpha\beta}^2 + arn\sigma_\beta^2$$

$$\theta_4 = \sigma_e^2 + bn\sigma_\gamma^2 + rn\sigma_{\alpha\beta}^2 + brn\sigma_\alpha^2, \theta_5 = \sigma_e^2 + bn\sigma_\gamma^2 + rn\sigma_{\alpha\beta}^2 + arn\sigma_\beta^2 + brn\sigma_\alpha^2.$$

2.2. Method of Estimation

In estimating variance components, the restricted maximum likelihood (REML) estimators are derived by maximizing that part of the likelihood function which is location invariant. It is a useful property which allows the estimation of variance components by taking into account the degrees of freedom that are involved in estimating fixed effects. The resultant estimators are the same as the ANOVA estimators that are minimum variance unbiased estimators. The Fisher Information (FI) matrix of the REML estimators as given by Searle et al. (1992) is

$$FI_{REML} (= 1/2\{tr(PZ_i Z_i' PZ_j Z_j')\}_{i,j=0,1,\dots,4}), \quad (8)$$

where $tr(PZ_i Z_i' PZ_j Z_j')$ represents the trace of the matrix $(PZ_i Z_i' PZ_j Z_j')$. For the calculation task at hand,

$$tr(PZ_i Z_i' PZ_j Z_j') = SS(Z_i' PZ_j), \quad (9)$$

where $SS(Z_i' PZ_j)$ is the sum of squares of the elements of the matrix $(Z_i' PZ_j)$,

$$P = V^{-1} - V^{-1}X(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1} \text{ and } X = 1_a \otimes 1_b \otimes 1_r \otimes 1_n = \mu 1_N$$

as in (2). Upon derivation explicitly

$$P = \theta_0^{-1}(I_a \otimes C_b \otimes C_r \otimes \bar{J}_n) + \theta_1^{-1}(I_a \otimes \bar{J}_b \otimes C_r \otimes \bar{J}_n) + \\ \theta_2^{-1}(C_a \otimes C_b \otimes \bar{J}_r \otimes \bar{J}_n) + \theta_3^{-1}(\bar{J}_a \otimes C_b \otimes \bar{J}_r \otimes \bar{J}_n) + \\ \theta_5^{-1}(C_a \otimes \bar{J}_b \otimes \bar{J}_r \otimes \bar{J}_n), \quad (10)$$

the derivation of two of the fifteen elements of (8)

$$SS(Z_0' PZ_1) = SS[P(I_a \otimes 1_b \otimes I_r \otimes 1_n)] \\ = SS\left[\theta_1^{-1}(I_a \otimes 1_b \otimes C_r \otimes 1_n) + \theta_4^{-1}(C_a \otimes 1_b \otimes \bar{J}_r \otimes 1_n)\right] = bn\left[\frac{(r-1)}{\theta_1^2} + \frac{(a-1)}{\theta_4^2}\right], \quad (11)$$

$$SS(Z_0' PZ_2) = SS[P(I_a \otimes I_b \otimes 1_r \otimes 1_n)] \\ = SS\left[\theta_2^{-1}(C_a \otimes C_b \otimes 1_r \otimes 1_n) + \theta_3^{-1}(\bar{J}_a \otimes C_b \otimes 1_r \otimes 1_n) + \theta_4^{-1}(C_a \otimes \bar{J}_b \otimes 1_r \otimes 1_n)\right]$$

$$= m \left[\frac{(a-1)(b-1)}{\theta_2^2} + \frac{(a-1)}{\theta_3^2} + \frac{(b-1)}{\theta_4^2} \right], \tag{12}$$

In this work, we seek the design that maximizes the determinant of the derived Fisher Information matrix.

3. Design Space Generation

The steps to generate candidate designs corresponding to a number of experimental runs for the random effect will be discussed in this section.

For a fixed number of experimental runs $N = arb = Rb$ where $R = ar$, the total number of designs that can be generated (Design Space) includes all distinct combination a, b, r satisfying the following conditions:

- (i) R includes all non-prime numbers between this range $4 \leq R \leq N/2$ that are factors of N .
- (ii) b includes all values $b = N/R$ for each R generated in (i).
- (iii) $2 \leq a < R$ i.e. ‘a’ is a multiplier of R .

Where a = the number of levels of the whole-plot factor,

b = the number of levels of the split-plot factor.

r_i = the number of whole-plot within each level of the whole-plot factor A .

The number of possible designs equals the total number of ways of distributing R equally into a , i.e. the total number of ways of distributing whole-plots into levels of the whole-plot factor in such ways that form a balanced one-way design.

$$ar = R = \sum_{i=1}^a r_i, \quad \text{subject to } r_1 = r_2 = \dots = r_a.$$

Example.

$N = 30$,

$R = 6, 10, 15$ (non-prime numbers between 4 and 15 that are factors of N).

When $R=6$, $b=5$, $\{a=2, r=3, b=5\}$, $\{a=3, r=2, b=5\}$.

When $R=10$, $b=3$, $\{a=2, r=5, b=3\}$, $\{a=5, r=2, b=3\}$,

When $R=15$, $b=2$, $\{a=3, r=5, b=2\}$, $\{a=5, r=3, b=2\}$.

3.1. The Algorithm

A computer program was written in the R programming language to reflect the methodology that has been presented. The general algorithm is presented:

Step 1: Choose the number of experimental runs e.g. $N=30$ (design space is generated)

Step 2: Specify the available information about each variance component

Step 3: Calculate the criterion of optimality for all candidate designs in the design space, i.e. the determinant (D-value) for each design is shown and optimal designs depending on the criterion of optimality are identified.

The R program implementing this algorithm will be made available upon request.

4.0. Comparison and Optimality

In this section comparisons were made using selected configurations of the magnitudes of variances. In many studies on variance components, the factor variance components are usually larger than the error variance components. Goos (2002) recommended that whenever there is no prior information about the ratio of the error variances, then we can set this ratio to be equal to one. The work therefore compares the design based on the configurations.

- (i) $\sigma_\alpha^2 > \sigma_\beta^2 > \sigma_{\alpha\beta}^2 > \sigma_\gamma^2 = \sigma_e^2$, (ii) $\sigma_\alpha^2 > \sigma_{\alpha\beta}^2 > \sigma_\beta^2 > \sigma_\gamma^2 = \sigma_e^2$,
- (iii) $\sigma_\beta^2 > \sigma_\alpha^2 > \sigma_{\alpha\beta}^2 > \sigma_\gamma^2 = \sigma_e^2$, (iv) $\sigma_\beta^2 > \sigma_{\alpha\beta}^2 > \sigma_\alpha^2 > \sigma_\gamma^2 = \sigma_e^2$,
- (v) $\sigma_{\alpha\beta}^2 > \sigma_\alpha^2 > \sigma_\beta^2 > \sigma_\gamma^2 = \sigma_e^2$, (vi) $\sigma_{\alpha\beta}^2 > \sigma_\beta^2 > \sigma_\alpha^2 > \sigma_\gamma^2 = \sigma_e^2$.

The idea is to allow each factor variance components to be the dominating variance components.

4.1. Results when the whole-plot variance is largest

Two configurations {(i) and (ii) above} and three preliminary vectors were used to compare designs when the whole-plots variance is the largest variance. The three preliminary vectors are [2.8, 2.7, 2.5, 1, 1], [6.5, 1, 0.9, 0.8, 0.8] and [3.8, 0.9, 3.7, 0.8, 0.8]. Tables 1, 2 and 3 show the D-optimal designs (designs that have the largest determinant of the derived fisher information matrix), the D-worst designs (designs that have the lowest determinant of the derived information matrix) and the D-efficiency corresponding to $N=24, 30, 36$ for each of the three preliminary vectors. The D-efficiency of a given design compares the determinant of that design with the determinant of another comparable design, where D in the terms D-optimal, D-worst, D-value and D-efficiency stands for determinant.

The relative D-efficiency of design 1 compared to design 2 is given as D-efficiency = $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{1/v}$.

Where D_1 is the determinant of the Fisher information matrix of design 1 and D_2 the determinant of the fisher information matrix of design 2, and v is the number of parameters corresponding to the factors and interaction effect. For the random effect model $v=3$. D-efficiency is used to evaluate the performance of D-optimal designs over the D-worst designs.

Table 1: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using

$$\sigma_\alpha^2 = 2.8, \sigma_\beta^2 = 2.7, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 2.5, \sigma_\gamma^2 = 1, \sigma_e^2 = 1$$

No of Experimental Runs (N)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	$R=6, b=4$	$a=3, r=2$	0.05	$R=12, b=2$	$a=2, r=6$	0.002	34.2
30	$R=6, b=5$	$a=3, r=2$	0.16	$R=15, b=2$	$a=3, r=5$	0.014	44.4
36	$R=6, b=6$	$a=3, r=2$	0.41	$R=18, b=2$	$a=2, r=9$	0.010	29.0

Table 2: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using

$$\sigma_\alpha^2 = 6.5, \sigma_\beta^2 = 1, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 0.9, \sigma_\gamma^2 = 0.8, \sigma_e^2 = 0.8$$

No of Experimental Runs (N)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	$R=6, b=4$	$a=3, r=2$	1.06	$R=12, b=2$	$a=2, r=6$	0.07	40.4
30	$R=6, b=5$	$a=3, r=2$	3.31	$R=15, b=2$	$a=3, r=5$	0.47	52.2
36	$R=6, b=6$	$a=3, r=2$	8.06	$R=18, b=2$	$a=2, r=9$	0.20	29.2

Table 3: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using

$$\sigma_\alpha^2 = 3.8, \sigma_\beta^2 = 0.9, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 3.7, \sigma_\gamma^2 = 0.8, \sigma_e^2 = 0.8$$

No of Experimental Runs (N)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	$R=8, b=3$	$a=4, r=2$	0.084	$R=12, b=2$	$a=2, r=6$	0.002	28.8
30	$R=10, b=3$	$a=5, r=2$	0.290	$R=15, b=2$	$a=3, r=5$	0.020	41.0
36	$R=12, b=3$	$a=6, r=2$	0.770	$R=18, b=2$	$a=2, r=9$	0.006	19.8

4.2. Results when the split-plot variance is largest

Two configurations {(iii) and (iv) above} and three preliminary vectors were used to compare designs when the whole-plots variance is the largest variance. The three preliminary vectors are [2.7, 2.8, 2.5, 1, 1], [1, 6.5, 0.9, 0.8, 0.8] and [0.9, 3.8, 3.7, 0.8, 0.8]. Tables 4, 5, and 6 show the optimal designs, the designs with the worst D-values and D-efficiency values corresponding to $N=24, 30, 36$ for each of the three preliminary vectors.

Table 4: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using $\sigma_\alpha^2 = 2.7, \sigma_\beta^2 = 2.8, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 2.5, \sigma_\gamma^2 = 1, \sigma_e^2 = 1$

No of Experimental Runs (<i>N</i>)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	<i>R</i> =6, <i>b</i> =4	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.058	<i>R</i> =12, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =6	0.002	32.5
30	<i>R</i> =6, <i>b</i> =5	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.160	<i>R</i> =15, <i>b</i> =2	<i>a</i> =3, <i>r</i> =5	0.014	44.4
36	<i>R</i> =6, <i>b</i> =6	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.410	<i>R</i> =18, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =9	0.006	24.5

Table 5: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using $\sigma_\alpha^2 = 1, \sigma_\beta^2 = 6.5, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 0.9, \sigma_\gamma^2 = 0.8, \sigma_e^2 = 0.8$

No of Experimental Runs (<i>N</i>)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	<i>R</i> =6, <i>b</i> =4	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.79	<i>R</i> =12, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =6	0.06	42.3
30	<i>R</i> =6, <i>b</i> =5	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	2.63	<i>R</i> =15, <i>b</i> =2	<i>a</i> =3, <i>r</i> =5	0.33	50.1
36	<i>R</i> =6, <i>b</i> =6	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	6.67	<i>R</i> =18, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =9	0.18	30.0

Table 6: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using $\sigma_\alpha^2 = 3.7, \sigma_\beta^2 = 3.8, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 0.9, \sigma_\gamma^2 = 0.8, \sigma_e^2 = 0.8$

No of Experimental Runs (<i>N</i>)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	<i>R</i> =6, <i>b</i> =4	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.32	<i>R</i> =12, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =6	0.02	39.7
30	<i>R</i> =6, <i>b</i> =5	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	1.02	<i>R</i> =15, <i>b</i> =2	<i>a</i> =3, <i>r</i> =5	0.13	50.3
36	<i>R</i> =6, <i>b</i> =6	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	2.51	<i>R</i> =18, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =9	0.07	30.3

4.3. Results when the interaction variance is largest

Two configurations {(v) and (vi) above} and three preliminary vectors were used to compare designs when the whole-plots variance is the largest variance. The three preliminary vectors are [2.5, 2.7, 2.8, 1, 1], [0.9, 1, 6.5, 0.8, 0.8] and [3.7, 0.9, 3.8, 0.8, 0.8]. Tables 7, 8, and 9 show the optimal designs, the designs with the worst D-values and D-efficiency values corresponding to *N*=24, 30, 36 for each of the three preliminary vectors.

Table 7: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using $\sigma_\alpha^2 = 2.7, \sigma_\beta^2 = 2.5, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 2.8, \sigma_\gamma^2 = 1, \sigma_e^2 = 1$

No of Experimental Runs (<i>N</i>)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	<i>R</i> =6, <i>b</i> =4	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.043	<i>R</i> =12, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =6	0.002	36.0
30	<i>R</i> =6, <i>b</i> =5	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.140	<i>R</i> =15, <i>b</i> =2	<i>a</i> =3, <i>r</i> =5	0.012	44.1
36	<i>R</i> =6, <i>b</i> =6	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.370	<i>R</i> =18, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =9	0.005	23.8

Table 8: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using $\sigma_\alpha^2 = 1, \sigma_\beta^2 = 0.9, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 6.5, \sigma_\gamma^2 = 0.8, \sigma_e^2 = 0.8$

No of Experimental Runs (<i>N</i>)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	<i>R</i> =6, <i>b</i> =4	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.04	<i>R</i> =12, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =6	0.001	29.2
30	<i>R</i> =6, <i>b</i> =5	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.16	<i>R</i> =15, <i>b</i> =2	<i>a</i> =3, <i>r</i> =5	0.010	39.7
36	<i>R</i> =6, <i>b</i> =6	<i>a</i> =3, <i>r</i> =2	0.45	<i>R</i> =18, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =9	0.002	16.4

Table 9: D-optimal designs and D-worst designs for different number of experimental runs using $\sigma_\alpha^2 = 3.7, \sigma_\beta^2 = 0.9, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 3.8, \sigma_\gamma^2 = 0.8, \sigma_e^2 = 0.8$

No of Experimental Runs (<i>N</i>)	Optimal Designs	Master Designs	D-value (Optimal Designs)	Worst Design	Master Design	D-value (Worst Designs)	D-efficiency %
24	<i>R</i> =8, <i>b</i> =3	<i>a</i> =4, <i>r</i> =2	0.08	<i>R</i> =12, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =6	0.002	29.2
30	<i>R</i> =10, <i>b</i> =3	<i>a</i> =5, <i>r</i> =2	0.28	<i>R</i> =15, <i>b</i> =2	<i>a</i> =3, <i>r</i> =5	0.020	41.5
36	<i>R</i> =12, <i>b</i> =3	<i>a</i> =6, <i>r</i> =2	0.74	<i>R</i> =18, <i>b</i> =2	<i>a</i> =2, <i>r</i> =9	0.010	23.8

4.4. Discussion of Results

The optimal designs and the worst designs corresponding to each N are unchanged in seven of the nine preliminary vectors used. The changes are observed in the last configuration of sub-section 4.1 and 4.3. In general designs where the absolute difference between the number of whole-plots and the number of levels of the split-plot factor is relatively small $|R - b|$ are the D-optimal designs while designs where this difference is large are the worst designs

If we classify the designs generated for every N using the structure of its master designs (design at the first level of randomization); designs with $a \geq r$ and $a < r$ are classified as Group-A and Group-B respectively. It is observed that many designs in Group-A have higher efficiency values than Group-B. For example Table 10 below shows the efficiency values for all candidate designs corresponding to $N=56$ using [2.5, 2.7, 2.8, 1, 1]. Figure 1 also shows the efficiency value for all candidate designs corresponding to $N=30$ using [2.8, 2.5, 2.7, 1, 1].

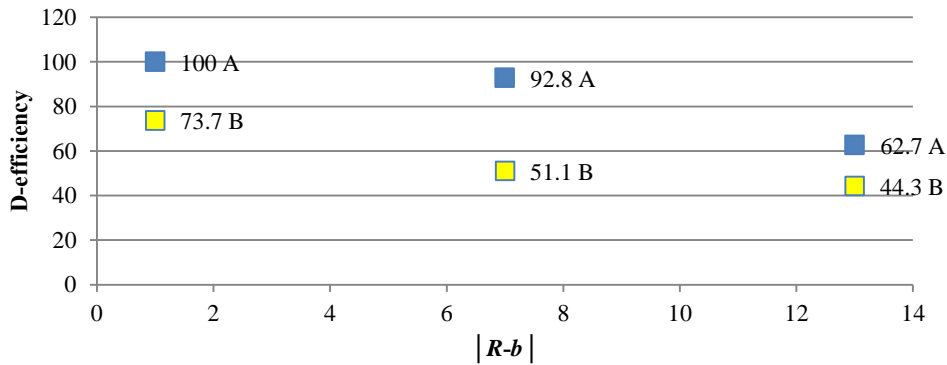
Table 10: D-efficiency REML of candidates designs for $N=56$ using

$$\sigma_\alpha^2 = 2.7, \sigma_\beta^2 = 2.5, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 2.8, \sigma_\gamma^2 = 1, \sigma_e^2 = 1$$

Candidates Designs	Class of Designs Groups A: if $a \geq r$ or Group B: if $a < r$	D-efficiency REML
$a=2, r=2, b=14$	A	76.1
$a=4, r=2, b=7$	A	100
$a=7, r=2, b=4$	A	94.4
$a=7, r=4, b=2$	A	49.3
$a=14, r=2, b=2$	A	59.4
$a=2, r=4, b=7$	B	61.6
$a=2, r=7, b=4$	B	39.1
$a=2, r=14, b=2$	B	15.3
$a=4, r=7, b=2$	B	33.4

Figure 1: D-efficiencies of REML for candidates' designs ($N=30$), against $|R - b|$ and the class of design using

$$\sigma_\alpha^2 = 2.8, \sigma_\beta^2 = 2.5, \sigma_{\alpha\beta}^2 = 2.7, \sigma_\gamma^2 = 1, \sigma_e^2 = 1$$



5. Summary and Conclusions

This work embarks on a search for D-optimal designs in a completely randomized split-plot experiment. The whole-plot factor and split-plot factor are assumed to be random factors. A design construction algorithm was written to generate a group of balanced designs and to compare them for D-optimality using the derived asymptotic variances of the REML estimators. The designs generated were classified based on the structure of their master design. Comparisons were made using 9 different preliminary vectors of magnitude of variance components where the factor variances are larger than the error variances. The results show that designs in Group-A with relatively small $|R - b|$ show a substantial gain in statistical efficiency than other designs. Although three preliminary vectors were used, in each case for comparisons in this work, the results of several other preliminary vectors where the factor variances were larger than

the error variances show largely the same choice of optimal designs as those presented in this paper. In general, the experimenter should choose a design where the number of whole-plots and the level it is sub-divided into is relatively small and should also ensure that the number of levels of the factor used at the first level of randomization be at least as large as the number of whole-plots within each level.

References

- [1] Bingham, D. R. and Sitter, R. R. 2001. Design Issues in Fractional Factorial Split-Plot Experiments. *Journal of Quality Technology* 33:2–15.
- [2] Box, G.; Hunter, W.; and Hunter, S. 2005. *Statistics for Experimenters: Design, Innovation, and Discovery*, 2nd edition. New York, NY: Wiley-Interscience.
- [3] Goos, P. and Vandebroek, M. 2001. Optimal Split-Plot Designs. *Journal of Quality Technology* 33: 436-450.
- [4] Goos, P. and Vandebroek, M. 2003. D-optimal Split-Plot Designs with Given Numbers and Sizes of Whole- Plots. *Technometrics* 45: 235-245.
- [5] Goos P and Donev A.N 2007. Tailor-made split-plot designs with mixture and process variables. *Journal of Quality Technology*, 39 326-339
- [6] Searle, S.R. and Harold, V. A 1979. Dispersion matrices for Variance Components Models, *Journal of American Statistical Association*. Vol. 74, No 366: 465-470.
- [7] Searle, S. R. Casella, G. and McCulloch, C. E. 1992. Variance Components. Wiley, New York

OPTIMALIEJI PLANAI APRIBOTIESIEMS DIDŽIAUSIOJO TIKĖTINUMO ĮVERTINIAMS ATSITIKTINIAME PADALYTŲJŲ SKLYPŲ MODELyje

Oluwole Nuga, G. N Amahia, Fatai Salami

Santrauka. Straipsnyje nagrinėjamas eksperimento plano efektas (poveikis, įtaka) dispersijos komponentių didžiausio tikėtinumo įvertiniui visiškai randomizuotame padalytųjų sklypų modelyje. Modelis naudojamas aprašyti atsaką, kai eksperimente ištisinio ir padalytojo sklypo faktoriai yra atsitiktiniai. Darbe sudarytos subalansuotų planų su vienodu eksperimentų skaičiumi grupės ir palygintas jų optimalumas naudojant išvestą Fisherio informacijos matricą bei apribotuosius didžiausiojo tikėtinumo įvertinius. Optimalumas matuojamas D-optimalumo kriterijumi; gaunami optimalieji planai priklauso nuo dispersijos komponentių santykinų dydžių. Rezultatai rodo, kad tuomet, kai faktorių dispersijos yra didesnės už paklaidų dispersijas, planų, kuriuose absoliutinis skirtumas tarp ištisinių sklypų skaičiaus ir padalintųjų sklypų faktoriaus lygių kiekio yra santykinai mažas, statistinis efektyvumas, palyginti su kitais planais, gerokai išauga.

Reikšminiai žodžiai: ištisinis sklypas, padalytasis sklypas, asimptotinė dispersija, dispersinės komponentės, optimalumo kriterijai

PREDICTION OF THE GEOMETRIC RENEWAL PROCESS

Vaidotas Kanišauskas¹, Karolina Piaseckienė²

Faculty of Technology, Physical and Biomedical Sciences, Šiauliai University.

Address: Vilniaus St. 141, Šiauliai, Lithuania.

E-mail: ¹vaidotaska@yahoo.com, ²k.piaseckiene@gmail.com

Received: August 2017

Revised: October 2017

Published: December 2017

Abstract. The first part of the paper presents major concepts and theoretical statements on prediction of processes. The second part presents the obtained results on the geometric renewal process by indicating its distribution which has a binomial distribution and is a process with independent and stationary increments. Further, having applied the theory introduced in the first part to the geometric renewal process, the sufficient and unbiased prediction with the minimum-variance has been found.

Keywords: renewal process, binomial distribution, prediction, unbiased prediction.

1. Introduction

The concept of prediction sufficiency was introduced by K. Takeuchi and M. Akahira (1975). The primary application of prediction sufficiency was demonstrated by E. N. Torgersen (1977). More comprehensive applications of this concept were demonstrated by B. Johansson (1990).

It is shown that much of the classical theory of unbiased parameter estimation can be transferred to a predictive setting. The main object of the present papers [7, 3] is to develop these ideas further and, in particular, to study a close connection which exists between unbiased prediction and time reversal of Markov processes (Björk & Johansson, 1992). Johansson (1990) replaced the usual sufficiency concept by that of prediction sufficiency, so the Rao-Blackwell and Lehmann-Scheffé theorem can be rephrased to suit the above context.

The return from prediction to the parameter estimation theory, enriching the latter by the new findings obtained after prediction, was demonstrated by T. Björk and B. Johansson (1996). These studies investigated Poisson processes, the Yule model, a Wiener process with the unknown drift, diffusion with the unknown drift, and the geometric Brownian motion.

The aim of this research is to find the minimum variance unbiased predictor of the geometric renewal process N_t , $t > s$, based on observations $\{N_u, 0 \leq u \leq s\}$.

Major concepts and results of prediction of processes introduced in the second section of the paper have been mostly based on the research study [3]. This is displayed in a similar manner in [1], too. In the third section, using paper [6], we introduce a definition of the geometric renewal process, demonstrate that it has a binomial distribution and is a process with independent and stationary increments. The geometric renewal process is called by some authors the discrete Poisson process [9] which, together with the continuous Poisson process, is considered to be classical in the theory of renewal processes. Therefore they are often investigated in monographs dealing with this theory. At the end of the section, the form of the process of local density (Radon-Nikodym derivative) of the geometric renewal process, taken from [5], is presented. Basic concepts of renewal processes are presented in [4]. The fourth section displays the found UMSEUP (“Uniformly Minimum Squared Error Unbiased Predictor”) predictions of the renewal process, both when a parameter is unknown and when it is known.

2. Unbiased prediction

We now recall the definitions of a prediction sufficient statistic and main theorems (see e. g. [3, 7]). We consider some sample space Ω and two σ -algebras \mathcal{F}_1 and \mathcal{F}_2 , where \mathcal{F}_1 is generated by some set of random variables which we observe, and \mathcal{F}_2 is generated by a set of (yet) unobserved variables. We also have a family \mathcal{P} of probability measures on

$(\Omega, \mathcal{F}_1 \vee \mathcal{F}_2)$. The objective is to predict some square integrable, \mathcal{F}_2 -measurable random variable (r.v.) W . A predictor is any square-integrable, \mathcal{F}_1 -measurable r.v. X . The performance of the predictor X is evaluated by its quadratic loss function $P \rightarrow \mathbb{E}_\theta[(X - W)^2]$, $P \in \mathcal{P}$. The predictor X is called unbiased, if $\mathbb{E}_P[X] = \mathbb{E}_P[W]$, $\forall P \in \mathcal{P}$. The predictor X is said to be complete for \mathcal{P} if, for every fixed Borel-function g , the condition

$$\mathbb{E}_P[g(X)] = 0, P \in \mathcal{P}$$

implies

$$g(X) = 0, P - \text{almost surely (a.s.).}$$

Definition 1. An \mathcal{F}_1 -measurable statistic Y is said to be prediction-sufficient with respect to (w.r.t.) $(\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{P})$, if Y is sufficient w.r.t. \mathcal{P} restricted on \mathcal{F}_1 , i.e. for every bounded \mathcal{F}_1 -measurable r.v. Z , there exists a common version of $\mathbb{E}_P[Z|Y]$, $P \in \mathcal{P}$; and for every $P \in \mathcal{P}$, \mathcal{F}_1 and \mathcal{F}_2 are conditionally independent given Y .

Theorem 1. (Rao–Blackwell) [3]. Suppose that Y is prediction-sufficient w.r.t. $(\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{P})$. Let X be an \mathcal{F}_1 -measurable predictor of the \mathcal{F}_2 -measurable variable W . Then the predictor $\varphi(Y) = \mathbb{E}_P[X|Y] = \mathbb{E}[X|Y]$ satisfies

$$\mathbb{E}_P[(\varphi(Y) - W)^2] \leq \mathbb{E}_P[(X - W)^2], \forall P \in \mathcal{P}.$$

Theorem 2. (Lehmann–Scheffé) [3]. Assume that the statistic Y is prediction-sufficient w.r.t. $(\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{P})$ and complete w.r.t. \mathcal{P} . Also assume that there exists some \mathcal{F}_1 -measurable unbiased predictor X of W . The predictor $\varphi(Y) = \mathbb{E}[X|Y]$ then satisfies

$$\mathbb{E}_P[(\varphi(Y) - W)^2] \leq \mathbb{E}_P[(Z - W)^2], \forall P \in \mathcal{P},$$

for every \mathcal{F}_1 -measurable unbiased predictor Z . It is also unique, P -a.s. unique with this property.

Definition 2. An unbiased predictor X of W is UMSEUP if, for every other unbiased predictor Z ,

$$\mathbb{E}_P[(X - W)^2] \leq \mathbb{E}_P[(Z - W)^2], \forall P \in \mathcal{P}.$$

Corollary (Theorem 2). If we have a complete and prediction sufficient statistic (prediction) Y and can find the function $f(Y)$ such that $\mathbb{E}_P[f(Y)] = \mathbb{E}_P[W]$, $\forall P \in \mathcal{P}$, then $f(Y)$ is UMSEUP.

3. Geometric renewal process

On a stochastic basis $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, P_\theta, \theta \in \Theta)$, where Θ is an abstract space, let there be given a counting process $N_t = \sum_{n=1}^\infty \mathbf{1}(T_n \leq t)$, $t \geq 0$, such that the random moments $X_i = T_i - T_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots$ ($T_0 = 0$) are independent and identically distributed. Such a process is called a renewal process.

We consider a geometric renewal process $N_t = \sum_{n=1}^\infty \mathbf{1}(T_n \leq t)$, $t \geq 0$, with random variables $X_i = T_i - T_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots$, having the geometric distribution $P_\theta(X_i = k) = \theta(1 - \theta)^{k-1}$, $\theta \in \Theta = (0, 1)$, $k = 1, 2, \dots$.

We can note that by the renewal process definition

$$P_\theta\{N_t = 0\} = P\{t < X_1\}$$

and

$$P_\theta\{N_t = k\} = P\{X_1 + \dots + X_k \leq t < X_1 + \dots + X_k + X_{k+1}\}, k = 1, 2, \dots.$$

Theorem 3. [6]. Suppose $T_n = \sum_{i=1}^n X_i$ for $n \geq 1$, $T_0 = 0$ and $F_n(t) = P_\theta(T_n \leq t)$. Then

$$F_n(x) = 1 - (1 - \theta)^x \sum_{i=0}^{n-1} C_x^i \left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)^i, x = n, n + 1, \dots,$$

and

$$P_\theta\{N_t = n\} = C_{[t]}^n \theta^n (1 - \theta)^{[t]-n}, n = 0, 1, 2, \dots, [t].$$

It is a formula of binomial distribution with parameters $([t], \theta)$. We shall characterize this renewal process.

Now, let N_t be a renewal process, determined by successive interarrival times X_1, X_2, \dots that are independent and identically distributed (i.i.d.) nonnegative integer r.v.s.

Condition A.

For each ω , $N_t(\omega)$ is a nonnegative integer as $t \geq 0$, $N_0(\omega) = 0$ and $\lim_{t \rightarrow \infty} N_t(\omega) = \infty$. Further, for each ω , $N_t(\omega)$ as a function of t is non-decreasing and right-continuous and the point of discontinuity $N_t(\omega) - \sup_{s < t} N_s(\omega)$ is exactly 1.

Condition B.

X_1, X_2, \dots are independent, having the geometric distribution with the parameter θ .

Condition C.

(a) For $0 < t_0 < t_1 < \dots < t_k$ increments $N_{t_1}, N_{t_2} - N_{t_1}, \dots, N_{t_k} - N_{t_{k-1}}$ are independent and

$$P_\theta\{N_{t_i} - N_{t_{i-1}} = n_i, 1 \leq i \leq k\} = \prod_{i=1}^k P_\theta\{N_{t_i - t_{i-1}} = n_i\}.$$

(b) The increments have the binomial distribution, i. e.

$$P_\theta\{N_t - N_s = k\} = C_{[t]-[s]}^k \theta^k (1 - \theta)^{[t]-[s]-k}, \quad \theta \in \Theta, \quad 0 \leq [s] < [t], \quad k = 0, 1, \dots, [t] - [s].$$

Theorem 4. [6]. Conditions B and C are equivalent in the presence of condition A.

By [9] the simplest example of the renewal process is the discrete Poisson process with a shifted geometric renewal distribution

$$p_k = P_\theta(X_i = k) = \theta(1 - \theta)^{k-1}, \quad \theta \in \Theta = (0, 1), \quad k = 1, 2, \dots$$

However, by [9] the simplest way to define the discrete Poisson process is by introducing an i.i.d. sequence Y_1, Y_2, \dots of $\{0; 1\}$ r.v.s

$$Y_i = \begin{cases} 1, & \text{with probability } \theta, \\ 0, & \text{with probability } 1 - \theta, \end{cases}$$

and assuming $N_0 = 0$ and $N_t = \sum_{j=1}^{[t]} Y_j, t \geq 0$.

It follows that N_t is binomially distributed and, therefore, the discrete Poisson process is also called a binomial process.

We denote $\mathcal{F}_t^N = \sigma(N_s, s \leq t)$ and suppose that $\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t^N)_{t \geq 0}$. Let $\theta, \theta_0 \in \Theta = (0, 1)$ and $\theta \neq \theta_0$. Then [5] $P_\theta^t \sim P_{\theta_0}^t$, where $P_\theta^t = P_\theta | \mathcal{F}_t^N$, and Radon-Nikodym derivative is

$$\frac{dP_\theta^t}{dP_{\theta_0}^t} = \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^{N_t} \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0}\right)^{[t]-N_t}. \quad (1)$$

It is easy to prove that this formula is correct grounding on the equality

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_{\theta_0} \frac{dP_\theta^t}{dP_{\theta_0}^t} &= \int \frac{dP_\theta^t}{dP_{\theta_0}^t}(\cdot) dP_{\theta_0}^t = \sum_{k=0}^{[t]} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^k \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0}\right)^{[t]-k} P_{\theta_0}(N_t = k) = \sum_{k=0}^{[t]} \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^k \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0}\right)^{[t]-k} C_{[t]}^k \theta_0^k (1-\theta_0)^{[t]-k} \\ &= \sum_{k=0}^{[t]} C_{[t]}^k \theta^k (1-\theta)^{[t]-k} = 1. \end{aligned}$$

4. Model for predicting of the geometric renewal process

Let us observe the period $u \in (0, s)$ of the geometric renewal process N_u . Our aim is to obtain prediction of N_t , $t > s$, according to these observations of the process. To this end, we define a family of probability measures $\mathcal{P} = \{P_\theta, \theta \in \Theta =]0, 1[\}$ and σ -algebra $\mathcal{F}_{(s,t)} = \sigma\{N_u, s < u < t\}$. We shall obtain the prediction model $(\mathcal{F}_{[0,s]}, \mathcal{F}_{(s,t)}, \mathcal{P})$.

1. Finding of a sufficient statistic.

Since the likelihood ratio of the process N_s , given observations $\{N_u, 0 \leq u \leq s\}$, is

$$\frac{dP_\theta^s}{dP_{\theta_0}^s} = \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^{N_s} \left(\frac{1-\theta}{1-\theta_0}\right)^{[s]-N_s},$$

according to the factorisation theorem, N_s is a sufficient statistic to estimate the parameter θ .

2. Finding of a complete statistic.

For every fixed Borel function g

$$\mathbb{E}_\theta g(N_s) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) C_{[s]}^k \theta^k (1-\theta)^{[s]-k} = 0, \quad \text{for all } \theta \in \Theta =]0, 1[.$$

This implies that

$$g(0) = g(1) = \dots = g([s]) = 0.$$

Therefore the statistic N_s is complete.

Corollary 1. Statistic N_s is complete and sufficient.

Corollary 2. Since the geometric renewal process N_s has the binomial distribution and is a process with independent increments, that has a valid expression

$$N_s = \sum_{j=1}^{[s]} Y_j, \quad \text{i.i.d. } Y_i = \begin{cases} 1, & \text{with probability } \theta, \\ 0, & \text{with probability } 1 - \theta, \end{cases}$$

$\mathcal{F}_{[0,s]}$ and $\mathcal{F}_{(s,t)}$ are independent w.r.t. \mathcal{P} . Thus, the geometric renewal process N_s is prediction-sufficient w.r.t. $(\mathcal{F}_{[0,s]}, \mathcal{F}_{(s,t)}, \mathcal{P})$ and complete w.r.t. \mathcal{P} . Therefore by Corollary of Theorem 2, the predictor of the process N_t , $t > s$, is $f(N_s)$, where the function f is unknown as yet.

Since the process N_s has the binomial distribution with parameters θ and $[s]$, we obtain

$$\mathbb{E}_\theta N_s = \theta[s], \quad \theta \in \Theta.$$

Consequently, we should find a function f such that

$$\mathbb{E}_\theta f(N_s) = \theta[t], \quad \theta \in \Theta,$$

because $\mathbb{E}_\theta N_t = \theta[t]$, $\theta \in \Theta$.

Case 1. Let the distribution parameter θ , $\theta \in \Theta$ be unknown. Then, the function (predictor) f will be sought for as

$$f(N_s) = \alpha N_s,$$

where α is yet unknown constant.

Hence we obtain that

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_\theta f(N_s) &= \mathbb{E}_\theta \alpha N_s = \alpha \mathbb{E}_\theta N_s = \alpha \theta[s]. \\ \alpha \theta[s] &= \theta[t]. \end{aligned}$$

Next,

$$\alpha = \frac{[t]}{[s]}.$$

Thus, we derive:

$$f(N_s) = \frac{[t]}{[s]} N_s = N_s + \frac{N_s}{[s]} ([t] - [s]).$$

Therefore, according to the theory, we obtain that

$$f(N_s) = N_s + \frac{N_s}{[s]} ([t] - [s])$$

is the unbiased predictor of N_t and then UMSEUP according to Theorem 2.

Case 2. Let the parameter θ , $\theta \in \Theta$ be known.

According to the theory, the best predictor of N_t is a conditional expectation (also see [3], Introduction):

$$\varphi(N_s) = \mathbb{E}_\theta(N_t | N_s).$$

Since the process N_s is a process with independent increments, it follows that

$$\varphi(N_s) = \mathbb{E}_\theta(N_t | N_s) = \mathbb{E}_\theta(N_s + N_t - N_s | N_s) = N_s + \theta([t] - [s])$$

is the prediction of N_t which is unbiased and UMSEUP. When basing on formula (1), it is easy to prove that, according to observations $\{N_u, u \in [0, s]\}$, the maximum likelihood estimator of the parameter θ is $\frac{N_s}{[s]}$. Hence we can understand the relation between optimal estimators and optimal predictors.

5. Conclusions

1. By applying the theorem of factorization and the definition of the complete statistic, we have found out that the statistic N_s is prediction-sufficient w.r.t. $(\mathcal{F}_{[0,s]}, \mathcal{F}_{(s,t]}, \mathcal{P})$ and complete w.r.t. \mathcal{P} , $\mathcal{P} = \{P_\theta, \theta \in \Theta =]0,1[\}$.
2. In case the model's parameter θ is unknown, the best predictor (UMSEUP) of the geometric renewal process N_t is $f(N_s) = N_s + \frac{N_s}{[s]} ([t] - [s])$.
3. In case the model's parameter θ is known, the best predictor (UMSEUP) of the geometric renewal process N_t is $\varphi(N_s) = N_s + \theta([t] - [s])$.

Acknowledgements

The authors are grateful to anonymous referees for their constructive critiques and helpful comments and to the second referee for pointing out our attention to the paper by Samimi and Mohammadi (2013).

References

1. Björk T., and Johansson B. Adaptive Prediction and Reverse Martingales. *Stochastic Processes and their Applications*. 1992, 43: 191–222.
2. Björk T., and Johansson B. Parameter Estimation and Reverse Martingales. *Stochastic Processes and their Applications*. 1996, 63: 235–263.
3. Johansson B. Unbiased Prediction in the Poisson and Yule Processes. *Scandinavian Journal of Statistics*. 1990, 17(2): 135–145.
4. Karr A.F. *Point Processes and Their Statistical Inference*. 1986, New York: Macrel Dekker.
5. Pikturkaitė K. *Atstatymo proceso tikimybinų matų asimptotinis atskiriamumas*. Magistro darbas. 2011, Šiaulių universitetas. gs.elaba.lt/object/elaba:1851549/1851549.pdf.
6. Samimi H., and Mohammad Mohammadi. A new approach on the renewal process with Geometric interarrival times. *International Research Journal of Applied and Basic Sciences*. 2013, 4(6): 1530–1534.
7. Takeuchi K., and Akahira M. Characterizations of Prediction Sufficiency (Adequacy) in Terms of Risk Functions. *The Annals of Statistics*. 1975, 3(4): 1018–1024.

8. Torgersen E.N. Prediction Sufficiency When the Loss Function Does Not Depend on the Unknown Parameter. *The Annals of Statistics*. 1977, 5(1): 155–163.
9. Van der Weide J.A.M., Pandey M.D., van Noortwijk J.M. A conceptual interpretation of the renewal theorem with applications. *Risk, Reliability and Societal Safety*. 2007, 1: 477–484.

GEOMETRINIO ATSTATYMO PROCESO PROGNOZAVIMAS

Vaidotas Kanišauskas, Karolina Piaseckienė

Santrauka. Pirmoje straipsnio dalyje pateiktos pagrindinės sąvokos ir teoriniai teiginiai apie procesų prognozavimą. Antroje darbo dalyje pateikiami žinomi rezultatai apie nagrinėjamą geometrinį atstatymo procesą, nurodant jo skirstinį, kuris, pasirodo, turi binominį skirstinį ir yra procesas su nepriklausomais ir stacionariais pokyčiais. Geometriniui atstatymo procesui pritaikius pirmos dalies teoriją, surandama prognoziškai pakankama ir nepaslinktoji prognozė, turinti tolygiai mažiausią dispersiją.

Reikšminiai žodžiai: atstatymo procesas, binominis skirstinys, prognozė, nepaslinktoji prognozė.

MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION IN THE FRACTIONAL VASICEK MODEL

Stanislav Lohvinenko, Kostiantyn Ralchenko

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Faculty of Mechanics and Mathematics,
Department of Probability, Statistics and Actuarial Mathematics.
Address: 64 Volodymyrs'ka Street, 01601 Kyiv, Ukraine.

E-mail: slavastas119@rambler.ru, k.ralchenko@gmail.com

Received: August 2017 Revised: September 2017 Published: December 2016

Abstract. We consider the fractional Vasicek model of the form $dX_t = (\alpha - \beta X_t)dt + \gamma dB_t^H$, driven by fractional Brownian motion B^H with Hurst parameter $H \in (1/2, 1)$. We construct the maximum likelihood estimators for unknown parameters α and β , and prove their consistency and asymptotic normality.

Keywords: fractional Brownian motion, fractional Vasicek model, maximum likelihood estimation, strong consistency, asymptotic normality.

1. Introduction

The standard Vasicek model was proposed and studied by O. Vasicek [19] in 1977 for the purpose of interest rate modeling. It is described by the following stochastic differential equation

$$dX_t = (\alpha - \beta X_t)dt + \gamma dW_t, \quad (1.1)$$

where $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}_+$, and W is a standard Wiener process. From the financial point of view, β corresponds to the speed of recovery, the ratio α/β is the long-term average interest rate, and γ represents the stochastic volatility. Now the Vasicek model is widely used not only in finance, but also in various scientific areas such as economics, biology, physics, chemistry, medicine and environmental studies.

The present paper deals with the fractional Vasicek model of the form

$$dX_t = (\alpha - \beta X_t)dt + \gamma dB_t^H, \quad (1.2)$$

where the Wiener process W is replaced with B^H , a fractional Brownian motion with Hurst index $H \in (1/2, 1)$. This generalization of the model (1.1) enables one to model processes with long-range dependence. Such processes appear in finance, hydrology, telecommunication, turbulence and image processing. In particular, various financial applications of the fractional Vasicek model (1.2) can be found in the articles [3–9, 21].

The goal of the paper is to construct maximum likelihood estimators (MLEs) for the unknown parameters α and β and to establish their consistency and asymptotic normality. We mention that the least squares and ergodic-type estimators in the fractional Vasicek model have been recently studied in [16] and [20]. In [16] the strong consistency of these estimators was proved for the ergodic case $\beta > 0$, and the discretization of the ergodic-type estimators was considered. Note that in [20] a different parametrization was studied, namely

$$dX_t = \kappa(\mu - X_t)dt + \gamma dB_t^H,$$

and asymptotic theory for estimating only the persistent parameter κ was developed. The authors proved the strong consistency and asymptotic normality of the ergodic-type estimator for $\kappa > 0$. They also investigated the least squares estimator for the non-ergodic case $\kappa < 0$ and proved its convergence to the Cauchy distribution.

This paper is organized as follows. In Section 2 we describe the model and give necessary definitions. In Section 3 we formulate and prove the main results on consistency and asymptotic normality of MLEs. Some auxiliary results are proved in the appendix.

2. Model description

Let $(\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P})$ be a complete probability space. Let $B^H = \{B_t^H, t \geq 0\}$ be a fractional Brownian motion on this probability space, that is, a centered Gaussian process with covariance function

$$\mathbb{E}B_t^H B_s^H = \frac{1}{2}(s^{2H} + t^{2H} - |t-s|^{2H}).$$

Throughout the paper we assume that $H \in (1/2, 1)$. In what follows we consider the continuous (and even Hölder up to order H) modification of B_t^H that exists due to the Kolmogorov theorem.

We study the fractional Vasicek model, described by the stochastic differential equation

$$X_t = x_0 + \int_0^t (\alpha - \beta X_s) ds + \gamma B_t^H, \quad t \geq 0. \quad (2.1)$$

We assume that the parameters $x_0 \in \mathbb{R}$, $\gamma > 0$ and $H \in (1/2, 1)$ are known. The main goal is to estimate parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ and $\beta > 0$ by continuous observations of a trajectory of X on the interval $[0, T]$. We shall consider three problems:

- estimation of α when β is known,
- estimation of β when α is known,
- estimation of unknown vector parameter $\theta = (\alpha, \beta)$.

The equation (2.1) has a unique solution, which is given by

$$X_t = x_0 e^{-\beta t} + \frac{\alpha}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) + \gamma \int_0^t e^{-\beta(t-s)} dB_s^H, \quad t \geq 0. \quad (2.2)$$

where $\int_0^t e^{-\beta(t-s)} dB_s^H$ is a path-wise Riemann–Stieltjes integral. It exists due to [2, Prop. A.1].

Following [11], for $0 < s < t \leq T$ we define

$$\begin{aligned} \kappa_H &= 2H\Gamma(3/2 - H)\Gamma(H + 1/2), & \lambda_H &= \frac{2H\Gamma(3 - 2H)\Gamma(H + 1/2)}{\Gamma(3/2 - H)}, \\ k_H(t, s) &= \kappa_H^{-1} s^{1/2-H} (t-s)^{1/2-H}, & w_t^H &= \lambda_H^{-1} t^{2-2H}, & M_t^H &= \int_0^t k_H(t, s) dB_s^H. \end{aligned}$$

Then the process M^H is a Gaussian martingale, called the fundamental martingale, whose variance function $\langle M^H \rangle$ is the function w^H (see [17]). Moreover, the natural filtration of the martingale M^H coincides with the natural filtration of the fractional Brownian motion B^H .

Define also three stochastic processes

$$P_H(t) = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) X_s ds, \quad Q_H(t) = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) (\alpha - \beta X_s) ds, \quad S_t = \frac{1}{\gamma} \int_0^t k_H(t, s) dX_s.$$

Note that by Lemma 4.1,

$$Q_H(t) = \frac{\alpha}{\gamma} - \beta P_H(t).$$

The process S is called a fundamental semimartingale [11]. It has the following properties.

Lemma 2.1 ([11, Theorem 1]). *For defined processes the following statements hold.*

1. *The process S is an (\mathfrak{F}_t) -semimartingale with the decomposition*

$$S_t = \int_0^t Q_H(s) dw_s^H + M_t^H. \quad (2.3)$$

2. *The process X admits the representation*

$$X_t = \int_0^t K_H(t, s) dS_s,$$

where

$$K_H(t, s) = \gamma H(2H - 1) \int_s^t r^{H-1/2} (r-s)^{H-3/2} dr, \quad H \in (1/2, 1).$$

3. *Natural filtrations of processes S and X coincide.*

3. Main results

Applying the analog of the Girsanov formula for a fractional Brownian motion ([11, Theorem 3], see also [13]) and (2.3), one can obtain the following likelihood ratio

$$\begin{aligned}\Lambda_H(T) &= \exp \left\{ \int_0^T Q_H(t) dM_t^H + \frac{1}{2} \int_0^T (Q_H(t))^2 dw_t^H \right\} = \exp \left\{ \int_0^T Q_H(t) dS_t - \frac{1}{2} \int_0^T (Q_H(t))^2 dw_t^H \right\} \\ &= \exp \left\{ \frac{\alpha}{\gamma} S_T - \beta \int_0^T P_H(t) dS_t - \frac{\alpha^2}{2\gamma^2} w_T^H + \frac{\alpha\beta}{\gamma} \int_0^T P_H(t) dw_t^H - \frac{\beta^2}{2} \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H \right\}.\end{aligned}\quad (3.1)$$

Now we can construct MLEs.

3.1. MLE for α when β is known

Theorem 3.1. *Let $H > 1/2$ and β is known. The MLE for α is*

$$\hat{\alpha}_T = \frac{S_T + \beta \int_0^T P_H(t) dw_t^H}{w_T^H} \gamma. \quad (3.2)$$

It is unbiased, strongly consistent and normal:

$$T^{1-H} (\hat{\alpha}_T - \alpha) \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, \lambda_H \gamma^2).$$

Proof. Let us maximize the likelihood ratio in (3.1) with respect to α . The first and the second partial derivatives are equal to

$$\frac{\partial \Lambda_H(T)}{\partial \alpha} = \frac{1}{\gamma} S_T - \frac{\alpha}{\gamma^2} w_T^H + \frac{\beta}{\gamma} \int_0^T P_H(t) dw_t^H, \quad \frac{\partial^2 \Lambda_H(T)}{\partial \alpha^2} = -\frac{1}{\gamma^2} w_T^H.$$

Hence, the MLE for α is given by (3.2).

By Lemma 2.1, the process S admits the representation:

$$S_T = \frac{\alpha}{\gamma} w_T^H - \beta \int_0^T P_H(t) dw_t^H + M_T^H.$$

Hence

$$\hat{\alpha}_T = \frac{\frac{\alpha}{\gamma} w_T^H - \beta \int_0^T P_H(t) dw_t^H + M_T^H + \beta \int_0^T P_H(t) dw_t^H}{w_T^H} \gamma = \alpha + \gamma \frac{M_T^H}{w_T^H}.$$

Recall that the process M^H is a martingale with quadratic variation w^H . Since $w_T^H \rightarrow \infty$, as $T \rightarrow \infty$, by the strong law of large numbers for martingales [15, Theorem 2.6.10], we have

$$\frac{M_T^H}{w_T^H} \xrightarrow{\text{a.s.}} 0, \quad \text{as } T \rightarrow \infty.$$

Hence, $\hat{\alpha}_T \xrightarrow{\text{a.s.}} \alpha$, as $T \rightarrow \infty$, which confirms the strong consistency of the estimator.

Since M^H is a Gaussian process with variance function w^H , it follows that

$$\frac{M_T^H}{\sqrt{w_T^H}} \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, 1).$$

Hence,

$$T^{1-H} (\hat{\alpha}_T - \alpha) = \gamma T^{1-H} \frac{M_T^H}{w_T^H} = \gamma \sqrt{\lambda_H} \frac{M_T^H}{\sqrt{w_T^H}} \stackrel{d}{=} \mathcal{N}(0, \lambda_H \gamma^2). \quad \square$$

3.2. MLE for β when α is known

Theorem 3.2. *Let $H > 1/2$ and α is known. The maximum likelihood estimator for β is*

$$\widehat{\beta}_T = \frac{\frac{\alpha}{\gamma} \int_0^T P_H(t) dw_t^H - \int_0^T P_H(t) dS_t}{\int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H}. \quad (3.3)$$

It is strongly consistent and asymptotically normal:

$$\sqrt{T} \left(\widehat{\beta}_T - \beta \right) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 2\beta)$$

$$\text{or } \sqrt{\frac{T}{2\beta}} \left(\widehat{\beta}_T - \beta \right) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1).$$

Proof. Let us maximize likelihood ratio in (3.1) with respect to β . We have

$$\frac{\partial \Lambda_H(T)}{\partial \beta} = - \int_0^T P_H(t) dS_t + \frac{\alpha}{\gamma} \int_0^T P_H(t) dw_t^H - \beta \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H, \quad \frac{\partial^2 \Lambda_H(T)}{\partial \beta^2} = - \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H.$$

Hence the MLE for β is given by (3.3).

By Lemma 2.1,

$$dS_t = \frac{\alpha}{\gamma} dw_t^H - \beta P_H(t) dw_t^H + dM_t^H, \quad (3.4)$$

$$\int_0^T P_H(t) dS_t = \frac{\alpha}{\gamma} \int_0^T P_H(t) dw_t^H - \beta \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H + \int_0^T P_H(t) dM_t^H. \quad (3.5)$$

Hence

$$\widehat{\beta}_T = \beta - \frac{\int_0^T P_H(t) dM_t^H}{\int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H}.$$

Since the process M^H is a martingale with quadratic variation w^H , the process $\int_0^T P_H(t) dM_t^H$ is a martingale with quadratic variation $\int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H$. Taking into account the monotonicity of $\int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H$ in upper bound T , we obtain from (4.7) the almost sure convergence

$$\int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H \xrightarrow{\text{a.s.}} \infty, \quad \text{as } T \rightarrow \infty.$$

Therefore, by the strong law of large numbers for martingales [15, Theorem 2.6.10], we get the convergence $\widehat{\beta}_T \xrightarrow{\text{a.s.}} \beta$, as $T \rightarrow \infty$, which confirms the strong consistency of the estimator.

Applying Lemma 4.7, we obtain

$$\sqrt{T} \left(\widehat{\beta}_T - \beta \right) = -\sqrt{T} \frac{\int_0^T P_H(t) dM_t^H}{\int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H} = -\frac{\frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T P_H(t) dM_t^H}{\frac{1}{T} \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 2\beta). \quad \square$$

Remark 3.3. If $\alpha = 0$, then the process X is the fractional Ornstein–Uhlenbeck process. In this case the MLE for β equals $\widehat{\beta}_T = -\frac{\int_0^T P_H(t) dS_t}{\int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H}$. This MLE was first investigated in [12], where its strong consistency was established. Its asymptotic normality was proved in [18].

3.3. MLE for vector parameter (α, β)

Theorem 3.4. *Let $H > 1/2$. The MLEs for α and β equal*

$$\widetilde{\alpha}_T = \frac{\int_0^T P_H(t) dS_t \int_0^T P_H(t) dw_t^H - S_T \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H}{\left(\int_0^T P_H(t) dw_t^H \right)^2 - w_T^H \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H} \gamma, \quad (3.6)$$

$$\widetilde{\beta}_T = \frac{w_T^H \int_0^T P_H(t) dS_t - S_T \int_0^T P_H(t) dw_t^H}{\left(\int_0^T P_H(t) dw_t^H \right)^2 - w_T^H \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H}. \quad (3.7)$$

They are consistent and asymptotically normal:

$$\begin{aligned} T^{1-H} (\tilde{\alpha}_T - \alpha) &\xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, \lambda_H \gamma^2), \\ \sqrt{T} (\tilde{\beta}_T - \beta) &\xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 2\beta), \end{aligned}$$

or $\frac{T^{1-H}}{\sqrt{\lambda_H \gamma}} (\tilde{\alpha}_T - \alpha) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1)$, $\sqrt{\frac{T}{2\beta}} (\tilde{\beta}_T - \beta) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 1)$.

Proof. Let us maximize likelihood ratio in (3.1) with respect to α and β simultaneously. Obviously, the system of equations

$$\begin{cases} \frac{\partial \Lambda_H(T)}{\partial \alpha} = \frac{1}{\gamma} S_T - \frac{\alpha}{\gamma^2} w_T^H + \frac{\beta}{\gamma} \int_0^T P_H(t) dw_t^H = 0 \\ \frac{\partial \Lambda_H(T)}{\partial \beta} = - \int_0^T P_H(t) dS_t + \frac{\alpha}{\gamma} \int_0^T P_H(t) dw_t^H - \beta \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H = 0 \end{cases}$$

has the solution given by (3.6)–(3.7). Now we check the second partial derivatives of $\Lambda_H(T)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Lambda_H(T)}{\partial \alpha^2} &= -\frac{1}{\gamma^2} w_T^H < 0, & \frac{\partial^2 \Lambda_H(T)}{\partial \beta^2} &= - \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H < 0, \\ \frac{\partial^2 \Lambda_H(T)}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 \Lambda_H(T)}{\partial \beta^2} - \left(\frac{\partial^2 \Lambda_H(T)}{\partial \alpha \partial \beta} \right)^2 &= \frac{1}{\gamma^2} w_T^H \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H - \frac{1}{\gamma^2} \left(\int_0^T P_H(t) dw_t^H \right)^2 > 0, \end{aligned}$$

by the Cauchy–Schwarz inequality, which confirms maximization.

Applying the representation of the process S from Lemma 2.1 and formulas (3.4)–(3.5), we obtain

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_T &= \alpha + \frac{\int_0^T P_H(t) dM_t^H \int_0^T P_H(t) dw_t^H - M_T^H \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H}{\left(\int_0^T P_H(t) dw_t^H \right)^2 - w_T^H \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H} \gamma, \\ \tilde{\beta}_T &= \beta + \frac{w_T^H \int_0^T P_H(t) dM_t^H - M_T^H \int_0^T P_H(t) dw_t^H}{\left(\int_0^T P_H(t) dw_t^H \right)^2 - w_T^H \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H}. \end{aligned}$$

Hence due to Lemmas 4.6 and 4.7 and the properties of the martingale M^H we get

$$\begin{aligned} \sqrt{T} (\tilde{\beta}_T - \beta) &= \frac{\frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T P_H(t) dM_t^H - \frac{M_T^H}{\sqrt{T}} \frac{1}{w_T^H} \int_0^T P_H(t) dw_t^H}{\left(\frac{1}{\sqrt{T} w_T^H} \int_0^T P_H(t) dw_t^H \right)^2 - \frac{1}{T} \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H} \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, 2\beta), \\ T^{1-H} (\tilde{\alpha}_T - \alpha) &= \frac{\frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T P_H(t) dM_t^H - \frac{1}{\sqrt{T} w_T^H} \int_0^T P_H(t) dw_t^H - \sqrt{\lambda_H} \frac{M_T^H}{\sqrt{w_T^H}} \frac{1}{T} \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H}{\left(\frac{1}{\sqrt{T} w_T^H} \int_0^T P_H(t) dw_t^H \right)^2 - \frac{1}{T} \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H} \gamma \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, \lambda_H \gamma^2), \end{aligned}$$

which confirms asymptotical normality of the estimators and consequently their (weak) consistency. \square

Remark 3.5. It is worth noting that for $H = 1/2$ the estimators $\hat{\alpha}_T$, $\hat{\beta}_T$ and $(\tilde{\alpha}_T, \tilde{\beta}_T)$ are nothing but the MLEs for classical Vasicek model (1.1), see [14, Example 1.35]. This means that for $H = 1/2$ formulas (3.2)–(3.3) and (3.6)–(3.7) transform to

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_T &= \frac{X_T - X_0 + \beta \int_0^T X_t dt}{T}, & \hat{\beta}_T &= \frac{\alpha \int_0^T X_t dt - \int_0^T X_t dX_t}{\int_0^T X_t^2 dt}, \\ \tilde{\alpha}_T &= \frac{(X_T - X_0) \int_0^T X_t^2 dt - \int_0^T X_t dX_t \int_0^T X_t dt}{T \int_0^T X_t^2 dt - \left(\int_0^T X_t dt \right)^2}, & \tilde{\beta}_T &= \frac{(X_T - X_0) \int_0^T X_t dt - T \int_0^T X_t dX_t}{T \int_0^T X_t^2 dt - \left(\int_0^T X_t dt \right)^2}. \end{aligned}$$

Remark 3.6. The problem of finding the bivariate asymptotic distribution of the estimator $(\tilde{\alpha}_T, \tilde{\beta}_T)$ is more involved and requires different tools. In particular, one should find the joint asymptotic distribution of the statistics S_T , $\int_0^T P_H(t) dS_t$, $\int_0^T P_H(t) dw_t^H$, and $\int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H$. This will be done in our further work.

4. Appendix

We start with the following simple lemma.

Lemma 4.1. *For any $H \in (0, 1)$ the following equation holds:*

$$\int_0^t k_H(t, s) ds = w_t^H.$$

Proof. The proof is carried out by substitution $s = tz$.

$$\begin{aligned} \int_0^t k_H(t, s) ds &= \kappa_H^{-1} \int_0^t s^{1/2-H} (t-s)^{1/2-H} ds = \kappa_H^{-1} t^{2-2H} \int_0^1 z^{1/2-H} (1-z)^{1/2-H} dz \\ &= \kappa_H^{-1} t^{2-2H} \mathbf{B}(3/2-H, 3/2-H) = \lambda_H^{-1} t^{2-2H} = w_t^H \end{aligned} \quad \square$$

Let us introduce the following process

$$U_t = \int_0^t e^{-\beta(t-s)} dB_s^H, \quad t \geq 0.$$

Then U is a fractional Ornstein–Uhlenbeck process (see [2]), which is the solution of

$$dU_t = -\beta U_t dt + dB_t^H, \quad U_0 = 0.$$

Maximum likelihood estimation for this process was widely studied in [12] and [18].

Now from (2.2) one can get

$$X_t = \frac{\alpha}{\beta} + \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta}\right) e^{-\beta t} + \gamma U_t. \quad (4.1)$$

Then applying (4.1) and Lemma 4.1, we get

$$\begin{aligned} P_H(t) &= \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) X_s ds = \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) \left[\frac{\alpha}{\beta} + \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta}\right) e^{-\beta s} + \gamma U_s \right] ds \\ &= \frac{\alpha}{\beta \gamma} \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) ds + \frac{1}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta}\right) \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) e^{-\beta s} ds + \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) U_s ds \\ &= \frac{\alpha}{\beta \gamma} + \frac{1}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta}\right) V_H(t) + \tilde{P}_H(t), \end{aligned} \quad (4.2)$$

where

$$\tilde{P}_H(t) = \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) U_s ds, \quad V_H(t) = \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t, s) e^{-\beta s} ds.$$

Lemma 4.2. *Let $H > 1/2$. Then*

$$\int_0^t k_H(t, s) e^{-\beta s} ds = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(3/2-H)}{\kappa_H \beta^{1-H}} t^{1-H} e^{-\frac{\beta t}{2}} I_{1-H} \left(\frac{\beta t}{2} \right) = \frac{\Gamma(3/2-H)}{\kappa_H \beta^{3/2-H}} t^{1/2-H} + O\left(t^{-1/2-H}\right), \quad \text{as } t \rightarrow \infty,$$

where $I_\nu(z)$ is the modified Bessel function of the first kind.

Proof. By [1, formulas 9.6.18 and 9.7.1],

$$\begin{aligned} I_\nu(z) &= \frac{z^\nu}{\sqrt{\pi} 2^\nu \Gamma(\nu + 1/2)} \int_{-1}^1 (1-u^2)^{\nu-1/2} e^{-zu} du, \\ I_\nu(z) &= \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left(1 + O(z^{-1})\right), \quad \text{as } z \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Therefore, by substitution $s = \frac{t}{2}(u+1)$, we get

$$\begin{aligned} \int_0^t k_H(t, s) e^{-\beta s} ds &= \kappa_H^{-1} \int_0^t s^{1/2-H} (t-s)^{1/2-H} e^{-\beta s} ds = \kappa_H^{-1} \left(\frac{t}{2}\right)^{2-2H} e^{-\frac{\beta t}{2}} \int_{-1}^1 (1-u^2)^{1/2-H} e^{-\frac{\beta t}{2} u} du \\ &= \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(3/2-H)}{\kappa_H \beta^{1-H}} t^{1-H} e^{-\frac{\beta t}{2}} I_{1-H} \left(\frac{\beta t}{2} \right) = \frac{\Gamma(3/2-H)}{\kappa_H \beta^{3/2-H}} t^{1/2-H} \left(1 + O(t^{-1})\right) \\ &= \frac{\Gamma(3/2-H)}{\kappa_H \beta^{3/2-H}} t^{1/2-H} + O\left(t^{-1/2-H}\right) \quad \text{as } t \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad \square$$

Corollary 4.3. *Let $H > 1/2$. Then it is easy to see that*

$$\int_0^T V_H(t) dw_t^H = O\left(T^{1/2-H}\right), \quad \text{as } T \rightarrow \infty.$$

Lemma 4.4. *Let $H > 1/2$. Then*

$$\begin{aligned} V_H(t) &= \frac{\beta^{H-1} \sqrt{\pi} \Gamma(3-2H)}{(2-2H)\Gamma(3/2-H)} \left[(1-H)t^{H-1} e^{-\frac{\beta t}{2}} I_{1-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta}{2} t^H e^{-\frac{\beta t}{2}} \left\{ \frac{1}{2} I_{2-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) + \frac{1}{2} I_{-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) - I_{1-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) \right\} \right] \\ &= \frac{\beta^{H-3/2} \Gamma(2-2H)}{\Gamma(1/2-H)} t^{H-3/2} + O\left(t^{H-5/2}\right), \quad \text{as } t \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Proof. By [1, formulas 9.6.29 and 9.7.1],

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} I_\nu(z) &= \frac{1}{2} (I_{\nu+1}(z) + I_{\nu-1}(z)), \\ I_\nu(z) &= \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left(1 - \frac{4\nu^2 - 1}{8z} + O(z^{-2}) \right), \quad \text{as } z \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Then applying Lemma 4.2 we get:

$$\begin{aligned} V_H(t) &= \frac{d}{dw_t^H} \int_0^t k_H(t,s) e^{-\beta s} ds = \frac{\lambda_H \sqrt{\pi} \Gamma(3/2-H)}{\kappa_H (2-2H) \beta^{1-H} t^{1-2H}} \frac{d}{dt} \left[t^{1-H} e^{-\frac{\beta t}{2}} I_{1-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) \right] \\ &= \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(3-2H)}{(2-2H) \beta^{1-H} \Gamma(3/2-H)} t^{2H-1} \left[(1-H)t^{-H} e^{-\frac{\beta t}{2}} I_{1-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\beta}{2} t^{1-H} e^{-\frac{\beta t}{2}} I_{1-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) + \frac{\beta}{2} t^{1-H} e^{-\frac{\beta t}{2}} \frac{1}{2} \left(I_{2-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) + I_{-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) \right) \right] \\ &= \frac{\beta^{H-1} \sqrt{\pi} \Gamma(3-2H)}{(2-2H) \Gamma(3/2-H)} \left[(1-H)t^{H-1} e^{-\frac{\beta t}{2}} I_{1-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta}{2} t^H e^{-\frac{\beta t}{2}} \left(\frac{1}{2} I_{2-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) + \frac{1}{2} I_{-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) - I_{1-H}\left(\frac{\beta t}{2}\right) \right) \right] \\ &= \frac{\beta^{H-1} \sqrt{\pi} \Gamma(3-2H)}{(2-2H) \Gamma(3/2-H)} \left[\frac{1-H}{\sqrt{\beta \pi}} t^{H-3/2} \left(1 - \frac{4(1-H)^2 - 1}{4\beta t} + O(t^{-2}) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{\beta}}{2\sqrt{\pi}} t^{H-1/2} \left\{ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4(2-H)^2 - 1}{4\beta t} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4H^2 - 1}{4\beta t} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(1 - \frac{4(1-H)^2 - 1}{4\beta t} \right) + O(t^{-2}) \right\} \right] \\ &= \frac{\beta^{H-1} \sqrt{\pi} \Gamma(3-2H)}{(2-2H) \Gamma(3/2-H)} \left[\frac{1-H}{\sqrt{\beta \pi}} t^{H-3/2} - \frac{1}{2\sqrt{\beta \pi}} t^{H-3/2} + O\left(t^{H-5/2}\right) \right] \\ &= \frac{\beta^{H-3/2} \Gamma(2-2H)}{\Gamma(1/2-H)} t^{H-3/2} + O\left(t^{H-5/2}\right), \quad \text{as } t \rightarrow \infty. \quad \square \end{aligned}$$

Lemma 4.5. *For any $\varepsilon > 0$ the following convergence holds:*

$$\frac{1}{(w_T^H)^{1/2+\varepsilon}} \int_0^T \tilde{P}_H(t) dw_t^H \rightarrow 0, \quad \text{as } T \rightarrow \infty,$$

in $\mathbb{L}_2 = \mathbb{L}_2(\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P})$.

Proof. From [10, Lemma 5.4] we have for some $C_{H,\beta} > 0$

$$\mathbb{E}[U_s U_t] \leq C_{H,\beta} |t-s|^{2H-2}.$$

Then

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left(\frac{1}{(w_T^H)^{1/2+\varepsilon}} \int_0^T \tilde{P}_H(t) dw_t^H \right)^2 &= \frac{1}{(w_T^H)^{1+2\varepsilon}} \mathbb{E} \left(\int_0^T k_H(T,t) U_t dt \right)^2 \\ &= \frac{1}{(w_T^H)^{1+2\varepsilon}} \int_0^T \int_0^T k_H(T,t) k_H(T,s) \mathbb{E}[U_s U_t] ds dt \\ &\leq \frac{\lambda_H^{1+2\varepsilon} C_{H,\beta}}{\kappa_H^2 T^{(2-2H)(1+2\varepsilon)}} \int_0^T \int_0^T t^{1/2-H} (T-t)^{1/2-H} s^{1/2-H} (T-s)^{1/2-H} |t-s|^{2H-2} ds dt. \end{aligned}$$

Due to [17, Lemma 2.2 (iv)] it holds that for $\mu \in (0, 1)$ and $x \in (0, 1)$,

$$\int_0^1 t^{-\mu} (1-t)^{-\mu} |x-t|^{2\mu-1} dt = \mathbf{B}(\mu, 1-\mu). \quad (4.3)$$

Substituting $s = uT$, $t = vT$, and applying (4.3) we obtain

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left(\frac{1}{(w_T^H)^{1/2+\varepsilon}} \int_0^T \tilde{P}_H(t) dw_t^H \right)^2 &\leq \frac{\lambda_H^{1+2\varepsilon} C_{H,\beta} T^{2-2H}}{\kappa_H^2 T^{(2-2H)(1+2\varepsilon)}} \int_0^1 \int_0^1 v^{1/2-H} (1-v)^{1/2-H} u^{1/2-H} (1-u)^{1/2-H} |v-u|^{2H-2} du dv \\ &= \frac{\lambda_H^{1+2\varepsilon} C_{H,\beta}}{\kappa_H^2 T^{(2-2H)2\varepsilon}} \int_0^1 v^{1/2-H} (1-v)^{1/2-H} \left(\int_0^1 u^{1/2-H} (1-u)^{1/2-H} |v-u|^{2H-2} du \right) dv \\ &= \frac{\lambda_H^{1+2\varepsilon} C_{H,\beta} \mathbf{B}(H-1/2, 3/2-H)}{\kappa_H^2 T^{(2-2H)2\varepsilon}} \int_0^1 v^{1/2-H} (1-v)^{1/2-H} dv \\ &= \frac{\lambda_H^{1+2\varepsilon} C_{H,\beta} \mathbf{B}(H-1/2, 3/2-H) \mathbf{B}(3/2-H, 3/2-H)}{\kappa_H^2 T^{(2-2H)2\varepsilon}} \rightarrow 0, \quad \text{as } T \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

that concludes the proof of the lemma. \square

By [18, Proof of Th. 3], the next convergences hold:

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T \tilde{P}_H(t) dM_t^H \xrightarrow{d} \mathcal{N} \left(0, \frac{1}{2\beta} \right), \quad \text{as } T \rightarrow \infty, \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(\tilde{P}_H(t) \right)^2 dw_t^H \xrightarrow{\mathbf{P}} \frac{1}{2\beta}, \quad \text{as } T \rightarrow \infty. \quad (4.5)$$

Hence we get the following results.

Lemma 4.6. *Let $H > 1/2$. Then it holds that:*

$$\frac{1}{w_T^H} \int_0^T P_H(t) dw_t^H \xrightarrow{\mathbf{P}} \frac{\alpha}{\beta\gamma}, \quad \text{as } T \rightarrow \infty.$$

Proof. Applying (4.2) we get:

$$\begin{aligned} \frac{1}{w_T^H} \int_0^T P_H(t) dw_t^H &= \frac{1}{w_T^H} \int_0^T \left[\frac{\alpha}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) V_H(t) + \tilde{P}_H(t) \right] dw_t^H \\ &= \frac{\alpha}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \frac{1}{w_T^H} \int_0^T V_H(t) dw_t^H + \frac{1}{w_T^H} \int_0^T \tilde{P}_H(t) dw_t^H \end{aligned}$$

Combining Corollary 4.3 and Lemma 4.5 with $\varepsilon = \frac{1}{2}$ concludes the proof. \square

Lemma 4.7. *Let $H > 1/2$. Then the following convergences hold:*

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T P_H(t) dM_t^H \xrightarrow{d} \mathcal{N}\left(0, \frac{1}{2\beta}\right), \quad \text{as } T \rightarrow \infty, \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H \xrightarrow{\mathbf{P}} \frac{1}{2\beta}, \quad \text{as } T \rightarrow \infty. \quad (4.7)$$

Proof. Due to [1, formula 9.6.7] we have

$$(V_H(t))^2 (2 - 2H)\lambda^{-1}t^{1-2H} = O(t^{1-2H}), \quad \text{as } t \rightarrow 0.$$

By the limit comparison test for improper integrals it follows from $\int_0^1 t^{1-2H} dt < \infty$ that

$$\int_0^1 (V_H(t))^2 dw_t^H < \infty.$$

From Lemma 4.4 we get

$$(V_H(t))^2 (2 - 2H)\lambda^{-1}t^{1-2H} = O(t^{-2}), \quad \text{as } t \rightarrow \infty.$$

Applying the limit comparison test for improper integrals again, we get from $\int_1^\infty t^{-2} dt < \infty$ that

$$\int_1^\infty (V_H(t))^2 dw_t^H < \infty.$$

Now it is easy to see that

$$\frac{1}{T} \int_0^T (V_H(t))^2 dw_t^H = \frac{1}{T} \int_0^1 (V_H(t))^2 dw_t^H + \frac{1}{T} \int_1^T (V_H(t))^2 dw_t^H \rightarrow 0, \quad \text{as } T \rightarrow \infty. \quad (4.8)$$

Hence applying equation (4.5) and the Cauchy–Schwarz inequality we obtain

$$\left| \frac{1}{T} \int_0^T V_H(t) \tilde{P}_H(t) dw_t^H \right| \leq \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_H(t))^2 dw_t^H \frac{1}{T} \int_0^T (\tilde{P}_H(t))^2 dw_t^H} \xrightarrow{\mathbf{P}} 0, \quad \text{as } T \rightarrow \infty. \quad (4.9)$$

Due to (4.8) the following holds:

$$\mathbb{E} \left(\frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T V_H(t) dM_t^H \right)^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (V_H(t))^2 dw_t^H \rightarrow 0, \quad \text{as } T \rightarrow \infty.$$

Hence

$$\frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T V_H(t) dM_t^H \xrightarrow{\mathbf{P}} 0, \quad \text{as } T \rightarrow \infty. \quad (4.10)$$

Then combining equations (4.2), (4.4), (4.10) and properties of the martingale M^H we get

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T P_H(t) dM_t^H &= \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T \left[\frac{\alpha}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) V_H(t) + \tilde{P}_H(t) \right] dM_t^H \\ &= \frac{\alpha}{\beta\gamma} \frac{M_T^H}{\sqrt{T}} + \frac{1}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T V_H(t) dM_t^H + \frac{1}{\sqrt{T}} \int_0^T \tilde{P}_H(t) dM_t^H \xrightarrow{d} \mathcal{N}\left(0, \frac{1}{2\beta}\right), \quad T \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Finally, combining equations (4.2), (4.5), (4.8), (4.9), Corollary 4.3 and Lemma 4.5 we get

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T (P_H(t))^2 dw_t^H &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{\alpha}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) V_H(t) + \tilde{P}_H(t) \right]^2 dw_t^H \\ &= \left(\frac{\alpha}{\beta\gamma} \right)^2 \frac{w_T^H}{T} + \frac{1}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \frac{1}{T} \int_0^T (V_H(t))^2 dw_t^H + \frac{1}{T} \int_0^T (\tilde{P}_H(t))^2 dw_t^H \\ &\quad + \frac{2\alpha}{\beta\gamma^2} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \frac{1}{T} \int_0^T V_H(t) dw_t^H + \frac{2\alpha}{\beta\gamma} \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{P}_H(t) dw_t^H \\ &\quad + \frac{2}{\gamma} \left(x_0 - \frac{\alpha}{\beta} \right) \frac{1}{T} \int_0^T V_H(t) \tilde{P}_H(t) dw_t^H \xrightarrow{\mathbf{P}} \frac{1}{2\beta}, \quad T \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

that concludes the proof of the lemma. \square

References

- [1] Abramovitz M., Stegun I. A., 1965. Handbook of mathematical functions. Dover publications, New York.
- [2] Cheridito P., Kawaguchi H., Maejima M., 2003. Fractional Ornstein–Uhlenbeck processes. *Electron. J. Probab.* 8.
- [3] Chronopoulou A., Viens F. G., 2012. Estimation and pricing under long-memory stochastic volatility. *Annals of Finance*, 8(2-3): p. 379–403.
- [4] Chronopoulou A., Viens F. G., 2012. Stochastic volatility and option pricing with long-memory in discrete and continuous time. *Quantitative Finance*, 12(4): p. 635–649.
- [5] Comte F., Coutin L., Renault E., 2012. Affine fractional stochastic volatility models. *Annals of Finance*, 8(2-3): p. 337–378.
- [6] Comte F., Renault E., 1998. Long memory in continuous-time stochastic volatility models. *Mathematical Finance*, 8(4): p. 291–323.
- [7] Corlay S., Lebovits J., Lévy Véhel J. L., 2014. Multifractional stochastic volatility models. *Mathematical Finance*, 24(2): p. 364–402.
- [8] Fink H., Klüppelberg C., Zähle M., 2013. Conditional distributions of processes related to fractional Brownian motion. *J. Appl. Probab.* 50(1): p. 166–183.
- [9] Hao R., Liu Y., Wang S., 2014. Pricing credit default swap under fractional Vasicek interest rate model. *Journal of Mathematical Finance* 4(1): p. 10–20.
- [10] Hu Y., Nualart D., 2010. Parameter estimation for fractional Ornstein–Uhlenbeck processes. *Stat. Probab. Lett.* 80(11–12): p. 1030–1038.
- [11] Kleptsyna M., Le Breton A., Roubaud M.-C., 2000. Parameter estimation and optimal filtering for fractional type stochastic systems. *Stat. Inference Stoch. Process.* 3: p. 173–182.
- [12] Kleptsyna M., Le Breton A., 2002. Statistical analysis of the fractional Ornstein–Uhlenbeck type process. *Stat. Inference Stoch. Process.* 5(3): p. 229–248.
- [13] Kozachenko Y., Melnikov A., Mishura Y., 2015. On drift parameter estimation in models with fractional Brownian motion. *Statistics* 49(1): p. 35–62.
- [14] Kutoyants Y. A., 2004. Statistical inference for ergodic diffusion processes. Springer, London.
- [15] Liptser R., Shiriyayev A., 1989. Theory of Martingales. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht etc.
- [16] Lohvinenko S., Ralchenko K., Zhuchenko O., 2016. Asymptotic properties of parameter estimators in fractional Vasicek model. *Lithuanian J. Statist.* 55(1): p. 102–111.
- [17] Norros I., Valkeila E., Virtamo J., 1999. An elementary approach to a Girsanov formula and other analytical results on fractional Brownian motions. *Bernoulli* 5(4): p. 571–587.
- [18] Tanaka K., 2013. Distributions of the maximum likelihood and minimum contrast estimators associated with the fractional Ornstein–Uhlenbeck process. *Stat. Inference Stoch. Process.* 16(3): p. 173–192.
- [19] Vasicek O., 1977. An equilibrium characterization of the term structure. *J. Finance Econ.* 5(2): p. 177–188.
- [20] Xiao W., Yu J., 2016. Asymptotic theory for estimating the persistent parameter in the fractional Vasicek model. *CSR for Sustainability and Success: Corporate Social Responsibility in Singapore. Research Collection School Of Economics*: p. 1–27. Available at: http://ink.library.smu.edu.sg/soe_research/1861
- [21] Xiao W., Zhang W., Zhang X., Chen X., 2014. The valuation of equity warrants under the fractional Vasicek process of the short-term interest rate. *Phys. A* 394: p. 320–337.

DIDŽIAUSIOJO TIKĖTINUMO ĮVERTINIMAS TRUPMENINIAME VASICEKO MODELyje

Stanislav Lohvinenko, Kostiantyn Ralchenko

Santrauka. Mes nagrinėjame trupmeninį Vasiceko modelį $dX_t = (\alpha - \beta X_t)dt + \gamma dB_t^H$, valdomą trupmeninio Brauno proceso B^H su Hursto parametru $H \in (1/2, 1)$. Sukonstruojami nežinomų parametrų α ir β didžiausiojo tikėtinumo įvertiniai ir įrodomas jų pagrįstumas bei asimptotinis normalumas.

Reikšminiai žodžiai: trupmeninis Brauno procesas, trupmeninis Vasiceko modelis, didžiausiojo tikėtinumo įvertinimas, stiprusis pagrįstumas, asimptotinis normalumas.

BAYESIAN ESTIMATION OF THE PARAMETER OF THE p -DIMENSIONAL SIZE-BIASED RAYLEIGH DISTRIBUTION

Arun Kumar Rao, Himanshu Pandey, Kusum Lata Singh

Department of Mathematics & Statistics DDU Gorakhpur University, Gorakhpur, INDIA.

E-mail: himanshu_pandey62@yahoo.com

Received: October 2016

Revised: October 2017

Published: December 2017

Abstract. In this paper, we have derived the probability density function of the size-biased p -dimensional Rayleigh distribution and studied its properties. Its suitability as a survival model has been discussed by obtaining its survival and hazard functions. We also discussed Bayesian estimation of the parameter of the size-biased p -dimensional Rayleigh distribution. Bayes estimators have been obtained by taking quasi-prior. The loss functions used are squared error and precautionary.

Key words: Size-biased distribution, Bayes theorem, squared error loss function, precautionary loss function, quasi-prior.

1. Introduction

The Rayleigh distribution is frequently employed by engineers, physicists and other scientists as a model for the analysis of data resulting from investigations involving wave propagation, radiation and related inquiries. It was first derived by Lord Rayleigh [3] in connection with a study of acoustic problems. The p.d.f. of the p -dimensional Rayleigh distribution is given as

$$h(x; p, \theta) = \frac{2^{-\frac{(p-2)}{2}}}{\theta \Gamma(\frac{p}{2})} \left(\frac{x}{\theta}\right)^{p-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\theta}\right)^2\right\}; x > 0, \theta > 0. \quad (1)$$

The r th moment about the origin is

$$\mu_r' = \frac{2^{\frac{r}{2}} \theta^r \Gamma(\frac{r+p}{2})}{\Gamma(\frac{p}{2})}.$$

Therefore

$$E(X) = \frac{\theta \sqrt{2} \Gamma(\frac{1+p}{2})}{\Gamma(\frac{p}{2})} \quad \text{and} \quad V(X) = 2\theta^2 \left[\frac{\Gamma(\frac{2+p}{2})}{\Gamma(\frac{p}{2})} - \left(\frac{\Gamma(\frac{1+p}{2})}{\Gamma(\frac{p}{2})} \right)^2 \right].$$

Although the general form of the Rayleigh distribution with $p > 3$ might have limited applications. The Rayleigh distribution with p.d.f. with $p = 1$ is sometimes called the folded Gaussian, the folded normal, or the half-normal distribution.

In the Bayesian approach it is assumed that the parameter θ is itself a random variable. In this paper, we consider the Bayesian analysis (estimation) problem of the scale parameter of a p -dimensional size-biased Rayleigh distribution using the squared error and precautionary loss functions under quasi-prior.

When observation is selected with probability proportional to its size, the resulting distribution is called size-biased. Statistical analysis based on size-biased samples has been studied in detail since the early 70's. The concept of size-biased sampling was mainly developed by Rao and Zelen & Feinleib [6]. The size-biased distribution occurs naturally for some sampling plans in biometry, wildlife studies and survival analysis, among other.

Consider the p -dimensional Rayleigh distribution [1] whose p.d.f. is given by equation (1). Now using the relationship

$$f(x) = \frac{xh(x,\theta)}{E(X)},$$

we get the p.d.f. of size-biased p -dimensional Rayleigh distribution as

$$f(x;p,\theta) = \frac{2^{\frac{(1-p)}{2}}}{\theta \Gamma(\frac{1+p}{2})} \left(\frac{x}{\theta}\right)^p \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\theta}\right)^2\right\}, \quad x > 0, \theta > 0. \quad (2)$$

Moments

$$E(X^r) = \int_0^\infty x^r f(x) dx, \quad \mu'_r = \frac{2^{\frac{r}{2}} \theta^r \Gamma(\frac{p+r+1}{2})}{\Gamma(\frac{p+1}{2})}.$$

Now

$$\mu'_1 = \frac{2^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma(\frac{p+2}{2})}{\Gamma(\frac{p+1}{2})}, \quad \mu'_2 = \frac{2 \theta^2 \Gamma(\frac{p+3}{2})}{\Gamma(\frac{p+1}{2})}, \quad \mu'_3 = \frac{2^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma(\frac{p+4}{2})}{\Gamma(\frac{p+1}{2})}, \quad \mu'_4 = \frac{4 \theta^4 \Gamma(\frac{p+5}{2})}{\Gamma(\frac{p+1}{2})}.$$

Therefore

$$E(X) = \frac{\theta \sqrt{2} \Gamma(\frac{p+2}{2})}{\Gamma(\frac{p+1}{2})}, \quad V(X) = \mu'_2 - \mu'_1{}^2,$$

and

$$V(X) = 2\theta^2 \left[\frac{\Gamma(\frac{p+3}{2})}{\Gamma(\frac{p+1}{2})} - \left(\frac{\Gamma(\frac{p+2}{2})}{\Gamma(\frac{p+1}{2})} \right)^2 \right].$$

Cumulative distribution function

The cumulative distribution function of a size-biased p -dimensional Rayleigh distribution is

$$F(x) = \int_0^x f(x) dx = \frac{2^{\frac{(1-p)}{2}}}{\theta \Gamma(\frac{1+p}{2})} \int_0^x \left(\frac{x}{\theta} \right)^p \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\theta} \right)^2\right\} dx.$$

Survival function

The survival function of a size-biased p -dimensional Rayleigh distribution is

$$S(x) = 1 - F(x) = 1 - \frac{2^{\frac{(1-p)}{2}}}{\theta \Gamma(\frac{1+p}{2})} \int_0^x \left(\frac{x}{\theta} \right)^p \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\theta} \right)^2\right\} dx.$$

Hazard function

The hazard function of a size-biased p -dimensional Rayleigh distribution is

$$H(x) = \frac{f(x)}{S(x)} = \frac{\frac{2^{\frac{(1-p)}{2}}}{\theta \Gamma(\frac{1+p}{2})} \left(\frac{x}{\theta} \right)^p \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\theta} \right)^2\right\}}{1 - \frac{2^{\frac{(1-p)}{2}}}{\theta \Gamma(\frac{1+p}{2})} \int_0^x \left(\frac{x}{\theta} \right)^p \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{x}{\theta} \right)^2\right\} dx}.$$

2. Estimation of the Parameter

(a) Maximum Likelihood Estimation (MLE)

The estimation of the parameter of the size-biased p -dimensional Rayleigh distribution is obtained by the method of MLE using equation (2). The likelihood function of the size-biased p -dimensional Rayleigh distribution is as follows:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) = \left(\frac{2^{\frac{(1-p)}{2}}}{\Gamma(\frac{1+p}{2})} \right)^n \left(\prod_{i=1}^n x_i^p \right) \left(\frac{1}{\theta} \right)^{np+n} \cdot e^{-\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left(\frac{1}{2\theta^2} \right)}.$$

Now the log likelihood function is given by

$$\log L = \log L(\theta) = n \left[\log \left(\frac{2^{\frac{(1-p)}{2}}}{\Gamma(\frac{1+p}{2})} \right) \right] + \log \left(\prod_{i=1}^n x_i^p \right) + (np+n) \left[\log \left(\frac{1}{\theta} \right) \right] - \left(\frac{1}{2\theta^2} \right) \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right). \quad (3)$$

Differentiating equation (3) w.r.t. θ and setting the results equal to zero, we have

$$\frac{d \log L}{d \theta} = \frac{-(np+n)}{\theta} + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \frac{1}{\theta^3}.$$

Now, $\frac{d \log L}{d \theta} = 0$, leads to

$$\hat{\theta} = \sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^n x_i^2)}{(np+n)}} \quad \text{or} \quad \sqrt{\frac{s}{(np+n)}}.$$

(b) Bayesian Estimation

Under Bayesian analysis the fundamental problems are those of the choice of a prior distribution $g(\theta)$ and a loss function l . Let us suppose that very little information is available about the parameter (the suitable prior for this case is given in [4]). Assuming independence among the parameters, consider a quasi prior

$$g(\theta) = \frac{1}{\theta^d}; \quad \theta > 0, d > 0. \quad (4)$$

Loss function

Let θ be an unknown parameter of some distribution $f(x | \theta)$ and suppose we estimate θ by some statistic $\hat{\theta}$. Let $l(\hat{\theta}, \theta)$ represent the loss incurred when the true value of the parameter is θ and we are estimating θ by the statistic $\hat{\theta}$.

Squared error loss function (SELF)

Squared error loss function $l(\hat{\theta}, \theta) = (\hat{\theta} - \theta)^2$. The Bayes estimator under the above loss function is the posterior mean, i.e.

$$\hat{\theta}_B = E_{\pi}(\theta), \quad (5)$$

where E_{π} stands for the posterior expectation.

Precautionary Loss Function

Norstrom [2] introduced an alternative asymmetric precautionary loss function and also presented a general class of precautionary loss functions with quadratic loss function as a special case [5]. A very useful and simple asymmetric precautionary loss function is given as

$$l(\hat{\theta}, \theta) = \frac{(\hat{\theta} - \theta)^2}{\hat{\theta}}.$$

The Bayes estimator under this precautionary loss function is denoted by $\hat{\theta}_P$, and is obtained by solving the following equation:

$$\hat{\theta}_P = E_{\pi}(\theta)^2.$$

The joint density (i.e., likelihood) function of the size-biased p -dimensional Rayleigh distribution is given by

$$f(\underline{x}|\theta) = \left(\frac{2^{(1-p)}}{\Gamma(\frac{1+p}{2})}\right)^n \left(\prod_{i=1}^n x_i^p\right) \left(\frac{1}{\theta}\right)^{np+n} \cdot e^{-(\sum_{i=1}^n x_i^2)\left(\frac{1}{2\theta^2}\right)}. \quad (6)$$

Now using Bayes' theorem, the joint density function (6) along with the prior (4), we obtain the following joint posterior density function of the size-biased p -dimensional Rayleigh distribution

$$f(\theta | \underline{x}) = \frac{f(\underline{x}|\theta)g(\theta)}{\int_0^{\infty} f(\underline{x}|\theta)g(\theta)d\theta},$$

which on substituting the value of $g(\theta)$ and $f(\underline{x}|\theta)$ gives

$$f(\theta | \underline{x}) = \frac{\left(\frac{1}{\theta}\right)^{np+n+d} e^{-\left(\frac{s}{2\theta^2}\right)} s^{\frac{np+n+d-1}{2}}}{2^{\frac{np+n+d-3}{2}} \Gamma\left(\frac{np+n+d-1}{2}\right)}. \quad (7)$$

The Bayes estimator under squared error loss function is the posterior mean given by

$$\hat{\theta}_S = \int_0^{\infty} \theta f(\theta | \underline{x}) d\theta. \quad (8)$$

Substituting the value of $f(\theta | \underline{x})$ from equation (7) in equation (8) and solving it, we get

$$\hat{\theta}_S = \int_0^{\infty} \theta \frac{\left(\frac{1}{\theta}\right)^{np+n+d} e^{-\left(\frac{s}{2\theta^2}\right)} s^{\frac{np+n+d-1}{2}}}{2^{\frac{np+n+d-3}{2}} \Gamma\left(\frac{np+n+d-1}{2}\right)} d\theta. \quad (9)$$

Solving equation (9), we obtain

$$\hat{\theta}_S = \frac{\frac{1}{s^2} \Gamma\left(\frac{np+n+d-2}{2}\right)}{\frac{1}{2^2} \Gamma\left(\frac{np+n+d-1}{2}\right)}. \quad (10)$$

Using (5), the Bayes estimator under the precautionary loss function comes out to be

$$\hat{\theta}_P = [E_{\pi}(\theta^2)]^{\frac{1}{2}} = \left[\int_0^{\infty} \theta^2 f(\theta | \underline{x}) d\theta\right]^{\frac{1}{2}}$$

which on simplification leads to

$$\hat{\theta}_P = \left(\frac{\frac{1}{s^2} \left(\frac{np+n+d-1}{2}\right)}{2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

3. Conclusion

In this paper we have obtained the p.d.f. of the size-biased p-dimensional Rayleigh distribution and studied its properties. We also obtained its survival function and hazard function. The maximum likelihood estimator of the size-biased p-dimensional Rayleigh distribution is,

$$\hat{\theta} = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)}{(np+n)}}.$$

Also, we have obtained the Bayes estimator of the parameter θ under the squared error loss function and precautionary loss function given in equations (10) and (11).

Acknowledgement

The authors are thankful to all referees for their valuable suggestions.

References

- [1] Cohen, A.C., Whitten, B.J., Parameter Estimation in Reliability and Life Span Models, *Dekker, New York*, ISBN 0-8247-7980-0, 182, 1988.
- [2] Norstrom, J.G., The use of precautionary loss functions in risk analysis, *IEEE Trans. Reliability*, 45(3), 400-403, 1996.
- [3] Rayleigh, J.W.S., *Philosophical Magazine*, 6th Series 37, 321-347.1919.
- [4] Singh, Kusum Lata & Srivastava, R.S., Bayesian Estimation of the parameter of Inverse Maxwell distribution via. Size-Biased Sampling, *International Journal of Science and Research (IJSR)*, E-ISSN:2319-7064, vol 3, issue 9, 1835-1839, 2014
- [5] Srivastava, R.S., Kumar, V., and Rao, A.K., Bayesian Estimation of the Shape Parameter and Reliability of Generalized Pareto Distribution using Precautionary Loss Function with Censoring, *South East Asian J. Math & Math. Sc.* Vol. 2, No. 2, pp. 47-56, 2004.
- [6] Zelen, M. and Feinleib, M., On the theory of Screening for Chronic Diseases. *Biometrika*, vol. 56, pp. 601-614, 1969.

p-MAČIO RAYLEIGHO SKIRSTINIO PARAMETRO PROPORCINGAJAME DIDUMUI ĖMIME BAYESO ĮVERTINIMAS

Arun Kumar Rao, Himanshu Pandey, Kusum Lata Singh

Santrauka. Šiame straipsnyje išvedama p-mačio Rayleigho skirstinio tankio proporcingajame didumui ėmimo formulė ir tiriama jo savybės. Jo pritaikomumą išgyvenamumo analizėje nusako išlikimo ir rizikos funkcijos. Taip pat aptariamas Rayleigho skirstinio parametro proporcingajame didumui ėmimo Bayeso įvertinimas. Bayeso įvertiniai gaunami pasitelkiant kvaziapriorinį skirstinį. Naudojama kvadratinė ir išpėjamoji nuostolių funkcija.

Reikšminiai žodžiai: proporcingojo didumui ėmimo skirstinys, Bayeso teorema, kvadratinė nuostolių funkcija, išpėjamoji nuostolių funkcija, kvaziapriorinis skirstinys.

FORTHCOMING EVENTS

ARTĖJANTYS RENGINIAI

Survival Analysis for Junior Researchers conference (SAfJR2018)

Leiden University (the Netherlands) will host the 2018 annual international Survival Analysis for Junior Researchers conference SAfJR2018. This conference is aimed at career-young statisticians with an interest in the application and development of time-to-event analysis and related topics. This three-day event provides a unique opportunity for participants to present and discuss their work with peers at a similar stage in their careers in a relaxed and friendly environment.

The event includes a tutorial on multi-state models by Prof. dr. Hein Putter (Leiden University Medical Center), talks from keynote speakers Dr. Maja Pohar Perme (University of Ljubljana) and Dr. Birgit Lissenberg-Witte (VU University Medical Center, Amsterdam), as well as poster sessions.

Location: Leiden, the Netherlands, 24–26 April, 2018

Website: <http://safjr2018.com>

Conference on Predictive Inference and Its Applications

The goals of the conference include raising awareness about the importance of predictive inference and its applications, showcasing research of current and emerging leaders in the field, and encouraging interactions and collaborations among a diverse collection of scientists with complementary skills. Special invited lectures will be presented by Ronald Christensen (Zyskind Memorial Lecture), David Dunson (Snedecor Memorial Lecture), Edward George, and Martin Wainwright (Baker/Kingland Distinguished Lecture). The conference will also include a session in honor of Charles Roy Henderson, who was an Iowa State graduate. The conference is made possible by a gift from David Harville, Emeritus Professor of Statistics at Iowa State University, and is co-sponsored by the ASA Section on Statistical Learning and Data Science.

Location: Iowa State University, Ames, Iowa, United States, 07–08 May, 2018

Website: <http://PredictiveInference.github.io>

Bridging Statistics and Sheaves

Over the past fifteen years, applied topology has brought tools from traditionally pure areas of mathematics, such as algebraic topology and category theory, to applied mathematics and statistics, all while guided by applications to data science and engineering. Topological Data Analysis (TDA), which provides principled, data-driven model discovery and inference procedures, and Topological Signal Processing (TSP), which provides robust reparametrization-invariant properties of observed spatial and temporal data, are among the most notable recent developments in this line of scientific pursuit.

Location: IMA/University of Minnesota, Minneapolis, United States, 21–25 May, 2018

Website: <http://www.ima.umn.edu/2017-2018/SW5.21-25.18>

Econometrics in the Castle: Machine Learning in Economics and Econometrics

The workshop will be organized by the Max Planck Society and the University of Hamburg. It will take place next to the Nymphenburg Palace in Munich. The aim of the conference is to bring together economists, econometricians, statisticians and social scientists using big data methods for their applied and/or theoretical research. We welcome submissions related to all aspects of machine learning, including sparse modeling, Lasso, random forests, boosting, neural networks and deep learning, and applications in microeconomics, macroeconomics or related fields. Depending on the number of submissions, there might be a poster session as well. Keynote speakers are Victor Chernozhukov (MIT) and Stefan Wager (Stanford). No Registration Fee. Please send your submission (complete paper or 2-3 page abstract) by E-mail. Preference will be given to complete papers.

Location: next to the Nymphenburg Palace in Munich, Munich, Bavaria, Germany, 29–30 May, 2018

Contact: workshop.ml.munich@gmail.com.

The Fourth Conference of International Society of Non-Parametric Statistics

The conference ISNPS2018 will bring forth recent advances and trends in several areas of nonparametric statistics, in order to facilitate the exchange of research ideas, promote collaboration among researchers from all over the world, and contribute to the further development of the field. The program will include plenary talks, special invited talks, invited talks, contributed talks and posters on all areas of nonparametric statistics. A round table discussion on the future of ISNPS will also take place.

Location: Salerno, Italy, 11–15 June, 2018

Website: <http://www.isnps2018.it>

12th International Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics and 2018 IMS Annual Meeting on Probability and Statistics

The Vilnius Conferences on Probability and Mathematical Statistics have a long and successful history. The first one was held in 1973, and they subsequently took place approximately every 4 years. During the four decades, Vilnius conferences have provided an important venue for our science. The IMS annual conferences are organized in odd years, jointly with the American Statistical Societies, the Joint Statistical Meetings, and in even years either together with the Bernoulli Society, with another Society, or by the IMS alone. The 2018 Conference will provide opportunities for presentations on a wide range of theoretical and applied topics, and recognizes the important role of probability and statistics in science and our society.

Location: Vilnius, Lithuania, July 2–6, 2018

Website: <http://ims-vilnius2018.com/>

International Statistical Ecology Conference

Science is the key aspect of ISEC, and we anticipate a highly motivated set of speakers to facilitate that. We are working on putting together an interesting and stimulating program, with a range of plenary speakers including confirmed Tara Martin (UBC), Steve Ellner (Cornell), Steve Buckland (St A), Jennifer Hoeting (CSU) and Bill Link (USGS Patuxent).

In line with previous conferences, training on cutting edge methods is also a major component of ISEC conferences.

Location: University of St Andrews, Scotland, UK, 2–7 July, 2018

Website: <http://www.isec2018.org/27609>

XXIXth International Biometric Conference (IBC2018)

The International Program Committee of the International Biometric Society's (IBS) XXIXth International Biometric Conference calls for invited session proposals. Invited session proposals should be sent by email to the IBC2018 IPC Chair, Charmaine Dean: ibc2018@uwo.ca. Here you also can ask for more information on the procedure. Proposals should be submitted on or before 1 February 2017. Please note that there are a limited number of invited session slots, and that, unfortunately, the IBC is unable to provide funding to cover travel expenses or registration fees for speakers participating in invited sessions. Thank you for your support of the IBC! We look forward to seeing you in Barcelona.

Location: the Barcelona International Convention Centre, Barcelona, Spain, 8–13 July, 2018

Contact: Charmaine Dean, Email: ibc2018@uwo.ca

Data Science, Statistics & Visualisation (DSSV 2018)

This meeting shall create a forum to discuss recent progress and emerging ideas in these different disciplines and encourage informal contacts and discussions among all the participants. The conference welcomes contributions to practical aspects of data science, statistics and visualisation, and in particular those which are linking and integrating these subject areas. Presentations should thus be oriented towards a very wide scientific audience, and can cover topics such as machine learning and statistical learning, the visualisation and verbalization of data, big data infrastructures and analytics, interactive learning, advanced computing, and other important themes.

Location: TU Wien, Vienna, Austria, 9–11 July, 2018

Website: <http://iasc-isi.org/dssv2018/>

CBMS Conference: Elastic Functional and Shape Data Analysis

The conference will feature an intensive lecture series on elastic methods for statistical analysis of functional and shape data, using tools from Riemannian geometry, Hilbert space methods, and computational science. The main focus of this conference is on geometric approaches, especially on using elastic Riemannian metrics with desired invariance properties, and square-root representations that simplify computations. These approaches allow joint registration and statistical analysis of functional data, and are termed elastic for that reason. The statistical goals include comparisons, summarization, clustering, modeling, and testing of functional and shape data objects.

Location: The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA, 16–20 July, 2018

Website: <https://stat.osu.edu/cbms-efsd>

The 23rd International Conference on Computational Statistics (COMPSTAT 2018)

The conference aims at bringing together researchers and practitioners to discuss recent developments in computational methods, methodology for data analysis and applications in statistics. All topics within the broad interface of Computing & Statistics will be considered for oral and poster presentation.

Keynote speakers: Steven Gilmour, King's College London, UK, Alessandra Luati, University of Bologna, Italy, and Peter Rousseeuw, University of Leuven, Belgium.

A COMPSTAT satellite meeting and a Summer Course on Functional Data Analysis will take place in Iasi 31 August - 2 September 2018.

Location: the Unirea Hotel, Iasi, Romania, 28–31 August, 2018

Website: <http://www.compstat2018.org>

International Conference on Big Data Meets Survey Science (BigSurv18)

BigSurv18 will bring together international researchers, practitioners, and experts to address how promising technologies and methodologies for using massive datasets can improve, supplement, or replace data and estimates from complex surveys and censuses. This conference will provide you with an opportunity to connect with individuals from around the globe who work in survey, market, and opinion research, statistics, data science, and computer science and to show them how you support innovation and data quality.

We will soon be issuing a call for monograph and contributed papers. Learn more about the conference via our website.

Location: Barcelona, Spain, 25–27 October, 2018

Website: www.bigsurv18.org